V seria zadań z elektrodynamiki ośrodków ciągłych

21 marca 2001 r.

Zadanie 1.
W jednorodne pole elektryczne o natężeniu $\vec{E}_0$ wstawiono kulę przewodzącą o całkowitym ładunku Q. Wyznaczyć i przedyskutować pola ϕ i $\vec{E}$ w całej przestrzeni oraz obliczyć potencjał kuli i rozkład ładunku na jej powierzchni. Promień kuli R, przenikalność elektryczna ośrodka ε.

Zadanie 2.
Na powierzchni kulistej o promieniu R potencjał $\phi(R, \theta, \varphi) = V_0 \cos 2\theta$, a w nieskończoności $\phi(\infty, \theta, \varphi) = 0$. Przy użyciu ogólnego rozwiązania równania Laplace'a wyznaczyć rozkład potencjału wewnątrz i na zewnątrz powierzchni kulistej. Obliczyć rozkład ładunku na powierzchni kulistej (przenikalność elektryczna ε w całej przestrzeni).

Zadanie 3.
Dwie połówki nieskończonej powierzchni walcowej o promieniu R mają potencjały V i $-V$, czyli

$$\phi(R, \varphi) = \begin{cases} V & 0 \le \varphi \le \pi, \\ -V & \pi < \varphi < 2\pi. \end{cases}$$

Przy użyciu ogólnego rozwiązania równania Laplace'a wyznaczyć rozkład potencjału wewnątrz i na zewnątrz powierzchni przy założeniu, że $\phi(\infty, \varphi) = 0$. Znaleźć rozkład ładunku na powierzchni walcowej i całkowity ładunek na każdej połówce powierzchni walcowej.
Odp. $\phi(\rho, \varphi) = \frac{2V}{\pi}\mathrm{arctg}(\frac{2\rho R \sin\varphi}{|R^2 - \rho^2|})$.

Zadanie 4.
Dwa nieskończone przewodzące walce o równoległych osiach i promieniach R_1 i R_2 mają ładunki $-\lambda$ i λ na jednostkę długości. Odstęp między osiami walców wynosi $d > R_1 + R_2$. Znaleźć ϕ w obszarze na zewnątrz walców i wykazać, że różnica potencjałów walców wynosi $\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\mathrm{arcosh}\frac{d^2 - R_1^2 - R_2^2}{2R_1R_2}$ (czyli pojemność takiego kondensatora na jednostkę długości jest równa $C = \frac{\lambda}{\Delta\phi} = 2\pi\varepsilon(\mathrm{arcosh}\frac{d^2 - R_1^2 - R_2^2}{2R_1R_2})^{-1}$).
Wskazówka: Wykorzystać wyniki zadania IV.4.

Do oddania 30 marca przed wykładem.

Z. Ajduk, G. Kubalski