VII seria zadań z elektrodynamiki ośrodków materialnych
4 kwietnia 2001 r.

Zadanie 1.
Wykazać, że w jednorodnym dielektryku o przenikalności elektrycznej ε przy dowolnym rozkładzie ładunku wartość średnia natężenia pola elektrostatycznego $<\vec{E}>$ w kuli o promieniu R i środku w punkcie P wynosi $<\vec{E}> = \vec{E}_>(P) - \frac{\vec{p}_<}{4\pi\varepsilon R^3}$, gdzie $\vec{E}_>(P)$ jest natężeniem pola elektrycznego w P wytworzonego przez ładunki znajdujące się na zewnątrz kuli, a $\vec{p}_<$ jest dipolowym momentem elektrycznym układu ładunków znajdujących się we wnętrzu kuli.
Wskazówka: Wykorzystać wzór z zadania 2a z III serii zadań.

Zadanie 2.
Wewnątrz przewodzącej powierzchni kulistej o promieniu R i ładunku Q w odległości $d < R$ od jej środka znajduje się ładunek punktowy q. Znaleźć potencjał wewnątrz i na zewnątrz powierzchni kulistej, rozkład ładunku i całkowity ładunek na tej powierzchni oraz siłę działającą na ładunek punktowy.

Zadanie 3.
a) Dwie uziemione półpłaszczyzny o wspólnej krawędzi tworzą ze sobą kąt dwuścienny $\frac{\pi}{n}$, gdzie $n = 1, 2, 3, ...$ Znaleźć metodą obrazów potencjał ładunku punktowego q znajdującego się w obszarze tego kąta dwuściennego.
b) Wyznaczyć funkcję Greena dla zagadnienia Dirichleta dla wnętrza półkuli o promieniu R i przenikalności elektrycznej ε. Obliczyć rozkład potencjału na osi symetrii półkuli bez ładunków, jeśli podstawa półkuli ma potencjał 0, a półsfera ma stały potencjał V.

Zadanie 4.
a) Wykazać, że potencjał w $\vec{\rho}$ od nieskończonej nici naładowanej z gęstością liniową λ i przechodzącej przez $\vec{\rho}'$ można przedstawić w postaci szeregu:
$\phi(\vec{\rho}) \equiv \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln \frac{a}{\sqrt{\rho^2+\rho'^2-2\rho\rho'\cos(\varphi-\varphi')}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}[\ln \frac{a}{\rho_>} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m}(\frac{\rho_<}{\rho_>})^m \cos m(\varphi - \varphi')]$.
(Jest to dwuwymiarowy odpowiednik wzoru $\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r'}|} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{r_<^l}{r_>^{l+1}} P_l(\cos\gamma)$ znanego z ćwiczeń).
b) Wykorzystując powyższy wzór, znaleźć potencjał pola nici naładowanej z gęstością liniową λ i umieszczonej równolegle do osi przewodzącej uziemionej powierzchni walcowej o promieniu R w odległości $d < R$ od tej osi. Wynik zinterpretować przy użyciu metody obrazów.

Do oddania 20 kwietnia na wykładzie.

Z. Ajduk, G. Kubalski, J. Pliszka