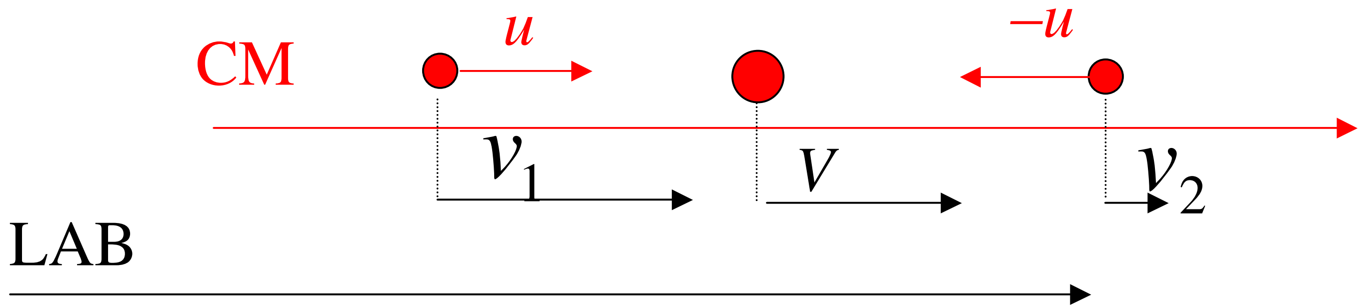
Czy zasady dynamiki Newtona muszą być postulowane?

Andrzej Szymacha



$$v_1 = V + u \qquad v_2 = V - u \qquad v_3 = V$$

$$
+\begin{array}{l} v_1 = v_3 + u \\ v_2 = v_3 - u \end{array}
$$

$$1v_1 + 1v_2 = 2v_3$$

$$1 \quad +1 \quad = 2$$

$$/\otimes m$$

$$mv_1 + mv_2 = m_3 v_3$$

$$m \quad + m \quad = m_3$$

$$v_1 = v_3 + u$$

$$+$$

$$k \otimes / \quad v_2 = v_3 - u'$$

$$u/u' = k$$

$$1v_1 + kv_2 = (1+k)v_3$$

$$1 \quad + k \quad = 1 + k \qquad / \otimes m_1$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_3 v_3$$

$$m_1 \quad + m_2 \quad = m_3$$

$$km_1 \equiv m_2 \qquad (1+k)m_1 \equiv m_3$$

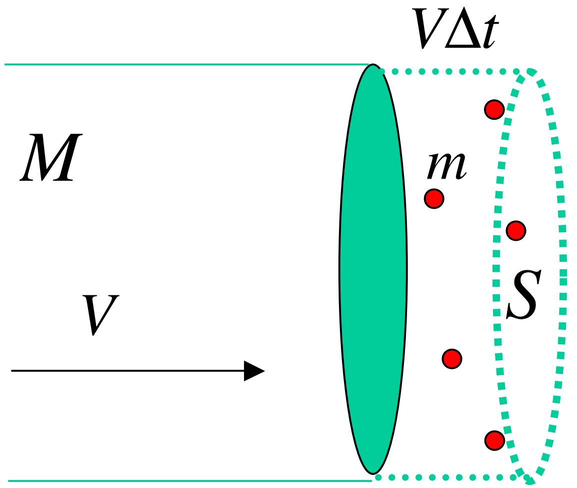
$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \equiv \vec{F}$$

Prawo „akcji i reakcji” jest automatycznie spełnione. Jest wnioskiem, nie aksjomatem:

$$0 = \frac{\Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)}{\Delta t} \equiv \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

Gdy określę szybkość zmiany pędu w zależności od położenia i prędkości, potrafię przewidywać ruch. Ta zależność może być ustalona teoretycznie, albo zmierzona doświadczalnie albo niekiedy wręcz odgadnięta.

Ruch ciała z płaską powierzchnią czołową w rozrzedzonym ośrodku:



Cząstka odskakuje z prędkością $2V$

Ciało traci pęd $-2mV$

W czasie Δt ciało przebędzie drogę $V\Delta t$

i uderzy cząstki ośrodka z objętości $SV\Delta t$

o całkowitej masie $\rho_{\text{osrodka}} SV\Delta t$

Tracąc całkowity pęd: $\Delta p = -2\rho_{\text{osrodka}} SV^2 \Delta t$

Ale: $$\frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\Delta mV}{\Delta t} = m\frac{\Delta V}{\Delta t} = ma$$

Więc: $Ma = -2\rho_{\text{osrodka}} SV^2$

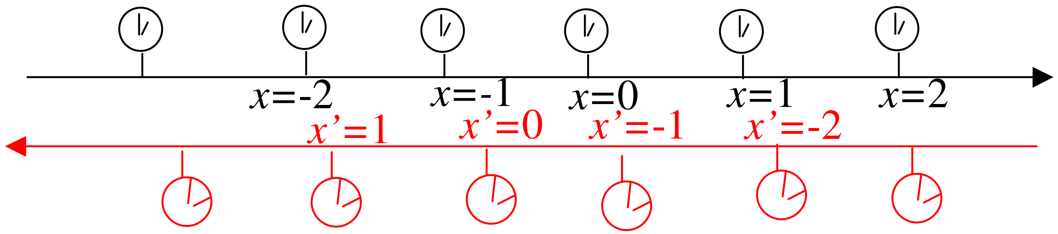
$$V(t) = \frac{V(0)}{1 + \dfrac{2\rho_{\text{osrodka}} S}{M} t}$$

$$M\frac{\Delta V}{\Delta t} = -2\rho_{\mathrm{osrodka}} S V^2$$

$$V(t) = \frac{V(0)}{1 + \frac{2\rho_{\mathrm{osrodka}} S V(0)}{M} t}$$

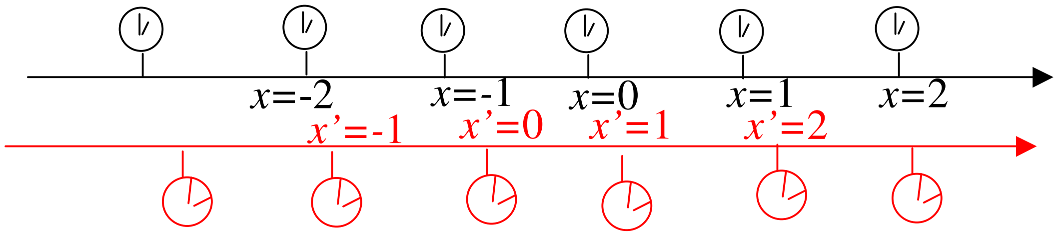
$$x(t) = x(0) + L\frac{M}{2\rho_{\mathrm{osrodka}} S L} \ln(1 + \frac{2\rho_{\mathrm{osrodka}} V(0) S}{M} t)$$

$$x(t) = x(0) + L\frac{\rho_{\mathrm{pocisku}}}{2\rho_{\mathrm{osrodka}}} \ln(1 + \frac{2\rho_{\mathrm{osrodka}} V(0) S}{M} t)$$



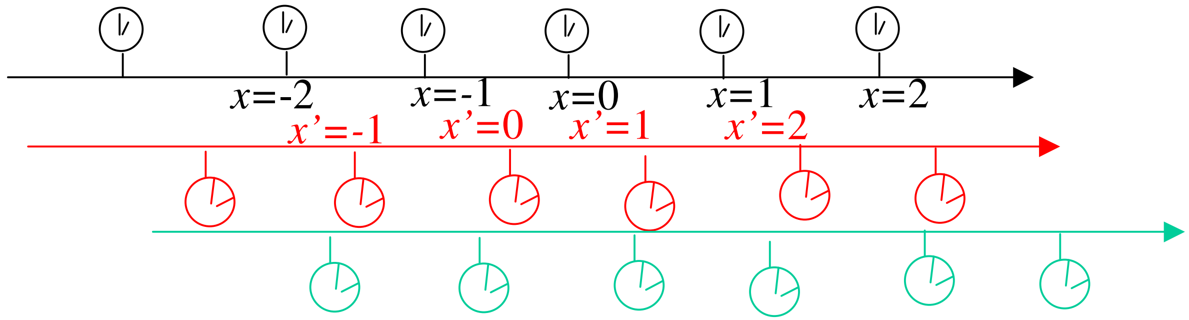
$$x = Vt - a \cdot x'$$

$$x' = Vt' - a \cdot x$$



$$x = Vt + a \cdot x'$$

$$x' = -Vt' + a \cdot x$$



$$x = Vt + a \cdot x'$$

$$x' = -Vt' + a \cdot x$$

$$x' = v't'$$

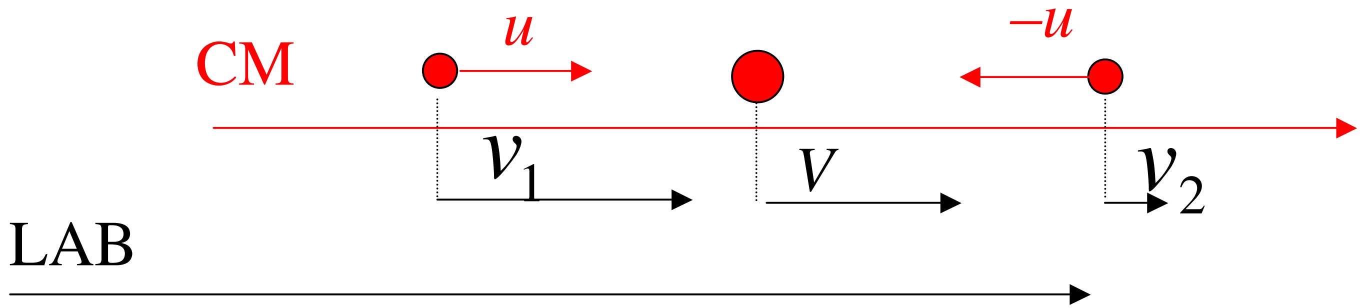
$$x = \frac{V + v'}{1 + \frac{1 - a(V)^2}{V^2} Vv'} t$$

$$"V + v'" = \frac{V + v'}{1 + \frac{1 - a(V)^2}{V^2} Vv'}$$

$$"V + v'" = "v' + V"$$

$$\frac{1 - a(V)^2}{V^2} = C$$

$$"v' + V" = \frac{V + v'}{1 + CVv'}$$



$$v_1 = \frac{V + u}{1 + CVu}, \quad v_2 = \frac{V - u}{1 - CVu}, \quad v_3 = V$$

Typowy problem: Znam prędkości początkowe v_1 i v_2 chcę przewidzieć prędkość końcową v_3.

czteroprędkość

$$\frac{1}{\sqrt{1-C{v_{1/2}}^2}}=\frac{1}{\sqrt{1-C\left(\frac{V\pm u}{1\pm CVu}\right)^2}}=$$

$$\frac{1\pm CVu}{\sqrt{(1\pm CVu)^2-C(V\pm u)^2}}=\frac{1\pm CVu}{\sqrt{1-CV^2}\sqrt{1-Cu^2}}$$

$$\frac{v_{1/2}}{\sqrt{1-C{v_{1/2}}^2}}=\frac{(1\pm CVu)\frac{V\pm u}{1\pm CVu}}{\sqrt{1-CV^2}\sqrt{1-Cu^2}}=\frac{V\pm u}{\sqrt{1-CV^2}\sqrt{1-Cu^2}}$$

$$1\frac{v_1}{\sqrt{1-Cv_1{}^2}}+1\frac{v_2}{\sqrt{1-Cv_2{}^2}}=\frac{2}{\sqrt{1-Cu^2}}\frac{v_3}{\sqrt{1-Cv_3{}^2}}$$

$$1\frac{1}{\sqrt{1-Cv_1{}^2}}+1\frac{1}{\sqrt{1-Cv_2{}^2}}=\frac{2}{\sqrt{1-Cu^2}}\frac{1}{\sqrt{1-Cv_3{}^2}}$$

$$\frac{mv_1}{\sqrt{1-Cv_1{}^2}}+\frac{mv_2}{\sqrt{1-Cv_2{}^2}}=\frac{2m}{\sqrt{1-Cu^2}}\frac{v_3}{\sqrt{1-Cv_3{}^2}}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-Cv_1{}^2}}+\frac{m}{\sqrt{1-Cv_2{}^2}}=\frac{2m}{\sqrt{1-Cu^2}}\frac{1}{\sqrt{1-Cv_3{}^2}}$$

$$\frac{2m}{\sqrt{1-Cu^2}}\equiv m_3$$

$$\frac{mv_1}{\sqrt{1-Cv_1{}^2}}+\frac{mv_2}{\sqrt{1-Cv_2{}^2}}=\frac{m_3v_3}{\sqrt{1-Cv_3{}^2}}$$

$$\frac{m}{\sqrt{1-Cv_1{}^2}}+\frac{m}{\sqrt{1-Cv_2{}^2}}=\frac{m_3}{\sqrt{1-Cv_3{}^2}}$$

$$\vec{p}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-Cv^2}}=\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}$$

$$\vec{F}=\Delta\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}/\Delta t$$

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - Cv^2}} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

$$\vec{F} = \Delta \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} / \Delta t$$

$\vec{F} \perp \vec{v}$

$\vec{F} \parallel \vec{v}$

$$\vec{F} = \frac{m}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} \Delta\vec{v} / \Delta t$$

$$\vec{F} = \frac{m}{(\sqrt{1 - (v/c)^2})^3} \Delta\vec{v} / \Delta t$$