**Drugie kolokwium z mechaniki kwantowej I**
10 stycznia 2004 r.

**Brak obliczeń pośrednich, uzasadnień i komentarzy wpłynie na obniżenie oceny.**

**Zadanie 1.**
Oscylator harmoniczny o masie $\mu$ i częstości $\omega$ znajduje się w stanie stacjonarnym $\psi = A(x+y+z)e^{-\frac{\mu\omega}{2\hbar}r^2}$.
a) Obliczyć prawdopodobieństwa pomiaru poszczególnych wartości $l$ i $m$ w tym stanie.
b) Wyznaczyć energię oscylatora w tym stanie.

**Zadanie 2.**
Cząstka o masie $\mu$ rozprasza się na potencjale $V(r) = -\frac{V_0}{a} r e^{-\frac{r}{a}}$.
a) W przybliżeniu Borna obliczyć różniczkowy przekrój czynny.
b) Wyznaczyć warunki stosowalności przybliżenia Borna dla niskich i wysokich energii cząstki (lub dla dowolnej energii cząstki).

**Zadanie 3.**
Przy użyciu metody wariacyjnej z funkcją próbną postaci $\psi(x) = Ae^{-\frac{1}{2}\lambda^2 x^2}$ wyznaczyć górną granicę na energię stanu podstawowego cząstki o masie $\mu$ w potencjale $V(x) = F|x|$.

*Powodzenia!*

**Użyteczne wzory**:

$$Y_{00}(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{1}{4\pi}}, \quad Y_{10}(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}}\cos\theta, \quad Y_{1\pm1}(\theta,\phi) = \mp\sqrt{\frac{3}{8\pi}}\sin\theta e^{\pm i\phi}, \quad ...$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-bx} dx = \frac{\Gamma(n+1)}{b^{n+1}},$$

$$\int_0^\infty x^n e^{-bx^2} dx = \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{2b^{\frac{n+1}{2}}},$$

$$\Gamma(1) = 1, \quad \Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma(z+1) = z\Gamma(z).$$