Kolokwium poprawkowe z mechaniki kwantowej I
17 stycznia 2004 r.

Brak obliczeń pośrednich, uzasadnień i komentarzy wpłynie na obniżenie oceny.

Zadanie 1.
Cząstka o masie μ znajduje się w nieskończonej studni potencjalnej

$$V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \leq a \\ \infty & |x| > a \end{cases}$$

w stanie opisanym funkcją falową

$$\psi(x) = \begin{cases} A(a - |x|) & |x| \leq a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$$

a) Wyznaczyć stałą normalizacyjną A.
b) Wyznaczyć prawdopodobieństwo tego, że cząstka **nie znajduje się** w stanie podstawowym.

Zadanie 2.
Cząstka o masie μ rozprasza się na potencjale

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ 0 & r > a \end{cases},$$

gdzie $V_0 > 0$.
a) Wyznaczyć przesunięcie fazowe δ_0 dla rozpraszania w stanie z $l = 0$ przy $E < V_0$ (wystartować z równania radialnego dla $\chi(r) = rR(r)$).
b) Wyznaczyć i przedyskutować różniczkowy i całkowity przekrój czynny w granicy $E \to 0$.

Zadanie 3.
Cząstka znajduje się w stanie Y_{11} o określonym kwadracie orbitalnego momentu pędu $\vec{L}^2$ i jego rzutu L_z ($l = 1$ i $m = 1$).
a) Wykazać, że w tym stanie $< L_x >= 0$ i $< L_x^2 >= \frac{1}{2}\hbar^2$.
b) Wykorzystując wzory z a) i warunek normalizacji prawdopodobieństw, obliczyć prawdopodobieństwa P_{m_x} określonych rzutów momentu pędu L_x.
Wskazówka: W punkcie b) mamy do rozwiązania trzy równania liniowe na szukane prawdopodobieństwa.

Powodzenia!

Użyteczne wzory:

$$\cos^2(bx) = \frac{1}{2}(1 + \cos(2bx))$$

$$\int x\cos(bx)dx = \frac{1}{b^2}\cos(bx) + \frac{x}{b}\sin(bx) + C$$