**SERIA 10 ZADAŃ DOMOWYCH**
**Z MECHANIKI KWANTOWEJ**

## Zadanie 1

Znaleźć poprawkę dawaną przez falę parcjalną o $l = 1$ do różniczkowego i całkowitego przekroju czynnego dla niskoenergetycznego ($ka \ll 1$) rozpraszania na idealnie sztywnej kuli

$$V(r) = \begin{cases} \infty, & r < a, \\ 0, & r \geq a. \end{cases}$$

## Zadanie 2

Niech $R_l(r)$ będzie rozwiązaniem radialnego równania Schrödingera w potencjale $V(r)$. Zakładamy, że potencjał ten jest regularny w $r = 0$ oraz maleje szybciej niż $\frac{1}{r}$ przy $r \to \infty$. Dla dużych $r$

$$R_l(r) \overset{r\to\infty}{\simeq} \frac{1}{kr} \sin\left(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l\right), \qquad k = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}.$$

Udowodnić tożsamość

$$\sin\delta_l = -\frac{2\mu k}{\hbar^2} \int_0^\infty dr\; r^2 V(r) R_l(r) j_l(kr).$$

**Wskazówka:** Zapisać równanie radialne na $\chi_l \equiv rR_l$ oraz analogiczne równanie na $\chi_l^{(0)}$ w przypadku $V = 0$. Pomnożyć równanie na $\chi_l$ przez $\chi_l^{(0)}$, a równanie na $\chi_l^{(0)}$ przez $\chi_l$. Następnie odjąć te równania stronami i odcałkować od 0 do $r$.

## Zadanie 3

W przybliżeniu Borna obliczyć różniczkowy i całkowity przekrój czynny na rozpraszanie cząstek o energii $E$ na potencjale $V(r) = V_0 \exp(-r/a)$. Dla jakich parametrów $E$, $V_0$ i $a$ przybliżenie to jest stosowalne?