XI seria zadań z mechaniki kwantowej I

16 grudnia 2003

Zadanie 1.
a) Wykazać, że w przybliżeniu Borna amplituda rozpraszania cząstki punktowej o ładunku Q_1 na obiekcie rozciągłym o gęstości ładunku $\rho_{lad} = Q_2\rho(\vec{r})$, gdzie $\int \rho(\vec{r})d^3r = 1$, wynosi $f(\vec{q}) = f_R(\vec{q})F(\vec{q})$, gdzie $f_R(\vec{q}) = -\frac{\mu Q_1 Q_2}{2\pi\varepsilon_0\hbar^2 q^2}$ jest amplitudą Rutherforda na rozpraszanie cząstek punktowych w przybliżeniu Borna, a $F(\vec{q}) = \int \rho(\vec{r})e^{-i\vec{q}\vec{r}}d^3r$ nazywa się czynnikiem struktury (formfaktorem) obiektu rozciągłego. Sprawdzić, że dla dowolnego rozkładu ładunku mamy $F(\vec{0}) = 1$.
b) Sprawdzić, że dla cząstki punktowej $(\rho(\vec{r}) = \delta(\vec{r}))$ mamy $F(\vec{q}) \equiv 1$.
c) Wykazać, że czynnik struktury dla sferycznie symetrycznego rozkładu ładunku wynosi $F(q) = \frac{4\pi}{q}\int r\rho(r)\sin(qr)dr$.
(Wielkość $\vec{q} = \vec{k}' - \vec{k}$ charakteryzuje przekaz pędu w rozpraszaniu.)

Zadanie 2.
Obliczyć w przybliżeniu Borna różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie elastyczne mionu na atomie wodoru w stanie podstawowym, czyli na ładunku o gęstości $\rho_{lad} = e[\delta(\vec{r}) - |\psi_{100}(\vec{r})|^2]$. Wykorzystać pojęcie czynnika struktury z poprzedniego zadania lub wyniki zadania domowego 3 z serii 8.

Zadanie 3.
Przy użyciu funkcji próbnej $\psi(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ Axe^{-\lambda x^2} & x \geq 0 \end{cases}$, znaleźć górne granice na energie stanów podstawowych cząstki o masie m w polu sił o potencjałach
a) $V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ Fx & x \geq 0 \end{cases}$,
b) $V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ \frac{1}{2}m\omega^2x^2 & x \geq 0 \end{cases}$.
Porównać otrzymane granice z wynikami dokładnymi, uzyskanymi na ćwiczeniach lub w zadaniach domowych.

Zadanie 4.
Przy użyciu rachunku zaburzeń oszacować wpływ skończonych rozmiarów jądra atomowego na energię stanu podstawowego atomu wodoropodobnego. Przyjąć, że ładunek jądra rozłożony jest równomiernie wewnątrz kuli o promieniu $R = 1,2 \cdot 10^{-15}A^{1/3}$ m, gdzie A jest liczbą masową jądra. Obliczyć liczbowo wielkość poprawki dla wodoru i ołowiu.

Z. Ajduk
P. Chankowski
A. Falkowski
J. Kalinowski
M. Misiak