Zadania z mechaniki kwantowej I, seria 4

1. Pokazać, że dla paczki falowej

$$\frac{d}{dt} < x^2 >= \frac{1}{m}(< \hat{x}\,\hat{p} > + < \hat{p}\,\hat{x} >)$$

gdzie $\hat{x}$ jest operatorem położenia, a $\hat{p}$ - operatorem pędu (w rep. położeniowej $\hat{p} = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$).

2. Zakładając, że $u(x)$ jest stanem własnym hamiltonianu, obliczyć

$$\int u^*(x)(\hat{x}\,\hat{p} + \hat{p}\,\hat{x})u(x)dx$$

3. Obliczyć Δx oraz Δp dla n-tego poziomu oscylatora harmonicznego.

4. Znaleźć poziomy energetyczne i unormowane funkcje falowe cząstki o masie m poruszającej się swobodnie po zamkniętej nici o długości L.
Wsk. narzucić warunki periodyczności na funkcje falowe.

5. Znaleźć widmo operatora pędu cząstki z poprzedniego zadania.

6. Znaleźć postać stacjonarnego równania Schrödingera dla potencjału oscylatora harmonicznego w reprezentacji pędowej. Napisać jawną postać funkcji własnych.

7. Niech $f(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)$ będzie funkcją operatorów anihilacji i kreacji. Udowodnić, że

$$[\hat{N}, f(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)] = 0 \Leftrightarrow f(\hat{a}, \hat{a}^\dagger) = g(\hat{N})$$

to znaczy f musi być funkcją jedynie $\hat{N} = \hat{a}^\dagger\hat{a}$.