SERIA 5 ZADAŃ DOMOWYCH
Z MECHANIKI KWANTOWEJ

Zadanie 1
Obliczyć dyspersję pędu σ_p w stanie koherentnym $|\psi_\alpha(t)\rangle$ oscylatora harmonicznego.

$$\hat{a}|\psi_\alpha(t)\rangle = \alpha e^{-i\omega t}|\psi_\alpha(t)\rangle, \qquad \alpha \in \mathbb{C}.$$

Zadanie 2
Obliczyć współczynniki przejścia i odbicia dla cząstek o energii E padających od strony ujemnych x w potencjale

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ V_0, & x > 0. \end{cases}$$

Zadanie 3
Znaleźć funkcje falowe oraz energie stanów związanych cząstki o masie m w potencjale

$$V(x) = \begin{cases} \alpha\delta(x), & -a < x < a, \\ \infty, & \text{poza tym.} \end{cases}$$

Zadanie 4
Funkcja falowa cząstki o masie m poruszającej się w potencjale

$$V(x) = \begin{cases} 0, & -a < x < a \\ \infty, & \text{poza tym.} \end{cases}$$

ma w pewnej chwili postać

$$\psi(x) = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{a}}\left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right).$$

Obliczyć wartość oczekiwaną energii $\langle E \rangle$ oraz prawdopodobieństwa $P(E_n)$ zmierzenia różnych wartości energii w tym stanie. Korzystając z otrzymanych wyników sprawdzić równości

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^6} = \frac{\pi^6}{960} \qquad \text{oraz} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^4} = \frac{\pi^4}{96}.$$