VI seria zadań z mechaniki kwantowej I

12 listopada 2003

Zadanie 1.

Znaleźć poziomy energetyczne i odpowiadające im unormowane funkcje falowe dla cząstki o masie m w polu siły o potencjale:

a) $V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0, \\ \frac{1}{2}m\omega^2x^2 & x \geq 0. \end{cases}$

b) $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2 - Fx$, czyli dla oscylatora harmonicznego poddanego działaniu stałej siły zewnętrznej F.

Zadanie 2.

Cząstka o masie m rozprasza się na jednowymiarowym potencjale $V(x)$, który dla $x \to -\infty$ dąży do V_-, a dla $x \to \infty$ dąży do V_+. Wykazać, że dla $E > \max\{V_-, V_+\}$ współczynniki przejścia i odbicia:

a) nie zależą od tego, z której strony cząstka pada na potencjał,

b) sumują się do jedności.

Wskazówka: Oznaczyć przez $\psi_+(x)$ rozwiązanie dla cząstki padającej z lewej strony, a przez $\psi_-(x)$ - dla cząstki padającej z prawej strony. Wykazać, że: $\psi_-\frac{d\psi_+}{dx} - \psi_+\frac{d\psi_-(x)}{dx} = const$, $\psi_\pm\frac{d\psi^*_\pm}{dx} - \psi^*_\pm\frac{d\psi_\pm(x)}{dx} = const_\pm$.

Zadanie 3.

a) Obliczyć następujące komutatory (i, j numerują składowe kartezjańskie odpowiednich wektorów) i wypisać związane z nimi zasady nieoznaczoności:

$[\hat{L}_i, \hat{x}_j]$, $[\hat{L}_i, \hat{p}_j]$, $[\hat{\vec{L}}^2, \hat{x}_i]$, $[\hat{\vec{L}}^2, \hat{p}_i]$.

b) Wykazać, że jeśli jakiś operator jest przemienny z dwoma składowymi kartezjańskimi operatora momentu pędu, to jest przemienny także z trzecią składową.

Zadanie 4.

Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe cząstki o masie m w potencjale $V(r) = -\alpha\delta(r-R)$ $(\alpha > 0)$ w stanie s (czyli $l = 0$). Ile takich poziomów energetycznych istnieje w tym potencjale?

Z. Ajduk

P. Chankowski

A. Falkowski

J. Kalinowski

M. Misiak