Zadania domowe z mechaniki kwantowej I
III rok, seria 8

Zadanie 1

Znaleźć energię oraz funkcję falową stanu podstawowego ($l = 0$) cząstki o masie m w kulistosymetrycznym potencjale:

$$V(r) = -V_0 \delta(r-a), \ \ a > 0$$

Zadanie 2

Wykazać, że w stanie stacjonarnym $|\psi_n\rangle$ o energii E_n cząstki poruszającej się w potencjale kulistosymetrycznym $V(r) = \alpha r^s$ zachodzi:

$$\langle\psi_n|\frac{p^2}{2m}|\psi_n\rangle = \frac{s}{s+2}E_n,$$

$$\langle\psi_n|V(r)|\psi_n\rangle = \frac{2}{s+2}E_n$$

Wskazówka: Wykorzystać twierdzenie o wiriale

Zadanie 3

Udowodnic, że efektywny potencjał elektryczny w stanie podstawowym atomu wodoropodobnego o liczbie atomowej Z dany jest wzorem:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{(Z-1)e}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{e}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Z}{a_0} + \frac{1}{r}\right)\exp\left(-\frac{2Zr}{a_0}\right)$$

Wskazówka: Wykorzystać wzór Coulomba $\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3r' \frac{\rho(\vec{r})}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$, a gęstość ładunku przyjąć postaci $\rho(\vec{r}) = Ze\delta(\vec{r}) - e|\Psi_{100}(\vec{r})|^2$.

28 Listopad 2003