

Zadanie 1.

W jednorodnym polu grawitacyjnym o przyspieszeniu $\vec{g} = g\vec{e}_z$ spada punkt materialny o masie m , przy czym $z(t = 0) = 0$, $z(t = t_1) = \frac{1}{2}gt_1^2$. Wykazać, że działanie Hamiltona $S = \int_0^{t_1} Ldt$ ma ekstremum dla ruchu rzeczywistego $z = \frac{1}{2}gt^2$ w zbiorze trajektorii porównawczych $z_n = a_nt^n$, $n > 0$, gdzie stałe a_n są tak dobrane, by spełnić warunki brzegowe.

Zadanie 2.

Dwa współosiowe okręgi o promieniach R_1 i R_2 , leżące w płaszczyznach odległych od siebie o h , połączono błoną mydlaną. Znaleźć kształt powierzchni błony, jeśli energia potencjalna błony jest proporcjonalna do pola jej powierzchni.

Zadanie 3.

Nić o długości l leży na płaszczyźnie tak, że jej końce znajdują się w odległości $a < l$ na osi x . Wyznaczyć krzywą, dla której pole powierzchni ograniczonej przez nić i oś x jest największe.

Zadanie 4.

Wyprowadzić równania Eulera-Lagrange'a dla problemu wariacyjnego $\delta \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y', y'')dx = 0$ przy $\delta y(x_1) = 0 = \delta y(x_2)$, $\delta y'(x_1) = 0 = \delta y'(x_2)$.

7 stycznia 2011 r.