

Zadanie 1.

Lagranżjan cząstki o masie m w układzie nieinercyjnym obracającym się ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$ (względem początku układu inercyjnego) ma postać $L(\vec{r}, \vec{v}) = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + m\vec{v}(\vec{\omega} \times \vec{r}) + \frac{1}{2}m(\vec{\omega} \times \vec{r})^2 - V(\vec{r})$. Znaleźć hamiltonian tej cząstki.

Zadanie 2.

- a) Obliczyć nawiasy Poissona (q_i^n, p_j) , (q_i, p_j^n) , $n = 1, 2, 3, \dots$
- b) Udowodnić, że zmiana w czasie dowolnej funkcji współrzędnych i pędów kanonicznie sprzężonych $F(q(t), p(t))$ wyraża się wzorem

$$F(q(t), p(t)) = F + \frac{t}{1!}(f, H) + \frac{t^2}{2!}((F, H), H) + \dots,$$

gdzie $F = F(q(0), p(0))$ i $H = H(q(0), p(0))$ odpowiada hamiltonianowi układu.

- c) Przy użyciu wzoru z b) obliczyć $q(t)$ i $p(t)$ dla jednowymiarowego oscylatora harmonicznego.

Zadanie 3.

Przy użyciu równania Hamiltona-Jacobiego znaleźć ruch cząstki o ładunku q i masie m w jednorodnym stałym polu magnetycznym o indukcji $\vec{B} = B\vec{e}_z$, przyjmując jako potencjał wektorowy $\vec{A} = -By\vec{e}_x$.

Zadanie 4.

Przy użyciu równania Hamiltona-Jacobiego sprowadzić do kwadratur ruch płaskiego wahadła matematycznego o masie m , długości l i przyspieszeniu grawitacyjnym g . Wyznaczyć ruch wahadła przy małych wychyleniach z położenia równowagi trwałej.

15 stycznia 2011 r.