

**Poprawkowy egzamin pisemny z mechaniki klasycznej 2010/2011**  
(2 marca 2011 r.)

**Zadanie 1 (5 pkt.)**

Cząstka o masie  $m$  porusza się w polu siły o energii potencjalnej  $V(r) = -\frac{\beta}{r^2}$ ,  $\beta > 0$ .

a) Znaleźć tor i ruch cząstki, gdy  $E = 0$  i  $L = 0$ .

b) Dla jakich wartości  $E$  i  $L$  cząstka porusza się po spirali logarytmicznej  $r = ae^{k\varphi}$ , a dla jakich po spirali hiperbolicznej  $r = \frac{a}{\varphi}$ ?

( $a$  i  $k$  - stałe dodatnie,  $E$  jest energią całkowitą cząstki,  $L$  jest momentem pędu cząstki względem centrum siły).

c) Czy możliwy jest ruch cząstki po okręgu? Jeśli tak, podać zależność jego promienia od  $E$  i  $L$ .

**Zadanie 2 (5 pkt.)**

Płaskie wahadło podwójne zbudowane jest z dwóch prętów jednorodnych o masie  $m$  i długości  $l$ , przy czym drugi pręt jest podwieszony w połowie długości pierwszego (przyspieszenie grawitacyjne  $\vec{g} = g\vec{e}_x$ ). Wyznaczyć położenie równowagi trwałej i częstości małych drgań wokół niego.

**Zadanie 3 (5 pkt.)**

Punkt materialny o masie  $m$  porusza się po gładkiej sferze o promieniu  $R$  w jednorodnym polu grawitacyjnym o przyspieszeniu  $\vec{g} = g\vec{e}_z$  (układ taki nazywamy wahadłem sferycznym). Jakie wielkości zachowują się w czasie ruchu wahadła? Przy użyciu równania Hamiltona-Jacobiego sprowadzić problem wyznaczenia ruchu wahadła do kwadratur.

*Powodzenia!*