

Drugie kolokwium z mechaniki klasycznej 2010/2011
(13 grudnia 2010 r.)

Zadanie 1 (5 pkt.)

W jednorodnym polu siły ciężkości o przypieszeniu $\vec{g} = -g\hat{e}_z$ po gładkiej linii śrubowej, o równaniu w układzie walcowym $\rho = R$, $z = b\varphi$, porusza się punkt materialny o masie m .

Wyznaczyć ruch punktu materialnego oraz siły reakcji więzów w zależności od φ .

Wskazówka: W układzie walcowym $\text{grad } f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{e}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \varphi}\hat{e}_\varphi + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{e}_z$.

Zadanie 2 (5 pkt.)

W płaszczyźnie pionowej Oxy drga wahadło matematyczne (o długości l i masie m), którego punkt zawieszenia porusza się wzdłuż poziomej osi x ruchem harmonicznym $x(t) = a \sin(\Omega t)$ (przyspieszenie ziemskie $\vec{g} = g\hat{e}_y$).

- a) Wypisać lagranżjan i równania ruchu dla tego wahadła.
- b) Rozwiązać równania ruchu w przybliżeniu małych wychyleń wahadła. Czy przybliżenie to można zastosować dla $\Omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$ i dlaczego?

Zadanie 3 (5 pkt.)

W jednorodnym polu siły ciężkości o przyspieszeniu $\vec{g} = g\hat{e}_y$ po prostej poziomej $y = 0$ ślizga się bez tarcia ciało o masie M , połączone sprężyną o długości swobodnej l_0 i stałej sprężystości k z początkiem układu współrzędnych $(0,0)$. Do tego ciała podwieszono jest wahadło matematyczne o masie m i długości l drgające się w płaszczyźnie Oxy .

- a) Wprowadzić zgodne z więzami współrzędne uogólnione i wypisać lagranżjan dla tego układu.
- b) Wyznaczyć położenia równowagi dla tego układu, określić ich rodzaj i wypisać równania ruchu dla małych drgań wokół położenia równowagi trwałej.
- c) Rozwiązać równania małych drgań z b) dla $M = m$, $\frac{k}{m} = 2\frac{g}{l}$.

Powodzenia!