

**Trzecie kolokwium z mechaniki klasycznej 2010/2011**  
(17 stycznia 2011 r.)

**Zadanie 1 (6 pkt.)**

Na osi jednorodnego walca o masie  $M$  i promieniu  $R$ , toczącego się po poziomej płaszczyźnie, zawieszono wahadło matematyczne o masie  $m$  i długości  $l$  (rys. 1). Wypisać lagranżjan dla tego układu i wyznaczyć jego ruch w przybliżeniu małych wychyleń wahadła od pionu (przyspieszenie ziemskie  $g$ ).

**Zadanie 2 (5 pkt.)**

Jednorodny pręt o masie  $M$  i długości  $l$ , oparty końcami o ścianę i podłogę (rys. 2), osuwa się bez tarcia w płaszczyźnie pionowej (przyspieszenie ziemskie  $g$ , jako współrzędną uogólnioną wybrać kąt  $\varphi$ ). Wypisać lagranżjan i równanie ruchu, a następnie zapisać jego rozwiązanie w postaci całki (sprowadzić do kwadratur).

**Zadanie 3 (4 pkt.)**

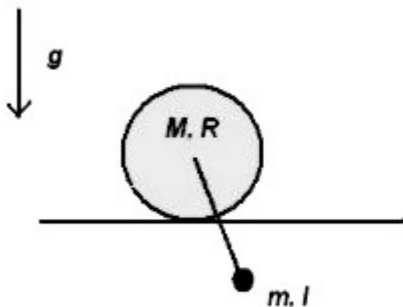
Wyznaczyć funkcję  $y(x)$ , dla której wartość funkcjonału

$$\int_0^{x_1} \frac{1+y^2}{(y')^2} dx$$

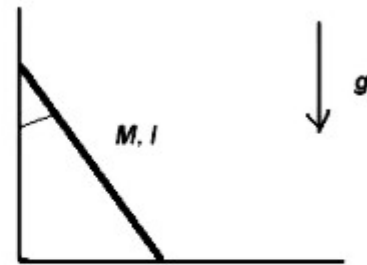
jest ekstremalna przy założeniu, że  $y(0) = 0$ ,  $y(x_1) = y_1$ .

Wskazówka: Warto wykorzystać swą wiedzę o całkach pierwszych równań Eulera-Lagrange'a (czyli w mechanice równań Lagrange'a II rodzaju).

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}} = \operatorname{arsinh} x + C.$$



Rys. 1



Rys. 2

*Powodzenia!*