

Mechanika klasyczna A – 2006/2007

Seria 2 (poprawiona), terminy oddania: 9 marca (gr. 1 i 2),

12 marca (gr. 3)

Zadanie 1

Niech siła oporu, jaka działa na ciało, ma postać: $\vec{F}_{op} = -k\hat{v} \cdot |\vec{v}|^n$, gdzie $\hat{v}$ jest wektorem jednostkowym o kierunku prędkości ciała, $k > 0$, $n = 1, 2, \dots$. W chwili $t_0 = 0$ ciało miało prędkość $\vec{v}_0 = (v_0, 0, 0)$ ($v_0 > 0$) oraz położenie $\vec{r}(0) = \vec{r}_0$. Wyznacz prędkość oraz położenie ciała w funkcji czasu (dla $t > 0$). Czy czas hamowania będzie skończony? Dla jakich liczb n droga hamowania będzie skończona?

Zadanie 2

Wyobraźmy sobie oscylator, który tworzy sprężynka o stałej sprężystości k , z przyczepioną doń naładowaną kulka dielektryczną (o ładunku elektrycznym $= q$). Układ ten leży w płaszczyźnie x-y. Punktem równowagi oscylatora jest punkt $(0, 0, 0)$. Załóż, że siła ma postać $F_h = -k\vec{r}$. Dodatkowo w układzie występuje pole magnetyczne $\vec{B} = (0, 0, B)$. Początkowo ($t_0 = 0$) kulka znajduje się w punkcie $\vec{r}_0 = (x_0, 0, 0)$. Zadanie polega na wyznaczeniu składowej „y” położenia kulki, po czasie $t = T/2$, gdzie T jest okresem oscylacji, gdy nie występuje pole magnetyczne. Przyjmij, że siła Lorentza jest niewielkim zaburzeniem, tak że ruch oscylatora w kierunku osi x pozostaje niezmienny w stosunku do przypadku bez pola $\vec{B}$.

Zadanie 3

Układ stanowi drobne, naładowane elektrycznie ciało (ładunek $= q$), poruszające się w polu magnetycznym $\vec{B} = (0, 0, B)$. Podczas ruchu ciało doznaje działania siły oporu ośrodka według wzoru: $\vec{F}_{op} = -k\vec{v}$. Wyznacz prędkość ciała w funkcji czasu $\vec{v} = \vec{v}(t)$. Początkowa prędkość ciała wynosi $\vec{v}(0) = (0, v_0, 0)$.

Wskazówka: odpowiednie równania ruchu na płaszczyźnie można wygodnie zapisać przy pomocy liczb zespolonych.