

## Mechanika klasyczna A – 2006/2007

Seria 5, terminy oddania: 13 kwietnia (gr. 1 i 2), 16 kwietnia (gr. 3)

### Zadanie 1

Rozważmy układ składający się z trzech punktowych ciał o równych masach ( $m$ ), które oddziałują grawitacyjnie. Zadanie polega na znalezieniu jakiejś (dowolnej) konfiguracji mas, dla której po pierwsze – wszystkie trzy ciała poruszają się względem środka masy układu, a po drugie – każda z mas porusza się po zamkniętym torze. W rozwiązaniu należy scharakteryzować tor oraz prędkości ciał, dla których spełnione są wymienione wcześniej warunki.

### Zadanie 2

Ciało o masie  $m$  porusza się pod wpływem siły centralnej  $F_r$ . Wyprowadź wzór Bineta:  $F_r = -\frac{L^2}{mr^2} \left( \frac{d^2}{d\phi^2} \left( \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{r} \right)$ , gdzie  $L$  jest momentem pędu ciała. Następnie znajdź siłę centralną  $F_r$ , dla której tor ruchu masy jest okręgiem o promieniu  $R$ , przechodzącym przez środek układu współrzędnych.

*Wskazówka*

Przy wyprowadzeniu wzoru Bineta warto jest skorzystać z zasady zachowania momentu pędu oraz z faktu, że  $\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{d\phi} \frac{d\phi}{dt}$ .

### Zadanie 3

W cylindrycznej szklance znajduje się woda. Szklanka obraca się wokół swojej centralnej pionowej osi (wyznaczonej przez kierunek pola grawitacyjnego) z prędkością kątową  $\omega$ . Znajdź wysokość wody w szklance w zależności od odległości  $r$  od osi obrotu. Dla  $r = 0$  ustal wysokość wody na:  $h(0) = 0$ .

*Wskazówka*

Można w myślach położyć małą masę  $dm$  na obracającej się powierzchni  $h(r)$  i napisać wyrażenie na potencjał efektywny ( $V_{ef}$ ) takiej drobinki. Skoro drobinka leży na powierzchni, to znamy jej moment pędu względem ziemskiego układu. Teraz wystarczy zapisać warunek dla  $V_{ef}$ , który gwarantuje nam pozostawanie drobinki w tym samym miejscu.