Zad 5a.
Znaleźć jawną postać wektora polaryzacji fotonu $\vec{e}(\vec{k})$ różną od podanej w książce IBB&ZBB. Obliczyć wektor $\vec{\alpha}(\vec{k})$ i sprawdzić, że spełnia on równanie

$$\nabla \times \vec{\alpha} = \vec{n}/k^2.$$

Zad 5b.
Wykorzystując fourierowską reprezentację wektora $\vec{F}$ w postaci

$$\vec{F}(\vec{r}) = \int d^3k \sqrt{\frac{\hbar ck}{(2\pi)^3}}\, \vec{e}(\vec{k})(a(\vec{k})e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + b^\dagger(\vec{k})e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}})$$

wyrazić moment pędu $\vec{M} = (1/ic)\int\, d^3r\vec{F}^\dagger \times \vec{F}$ i moment energii pola elektromagnetycznego $\vec{N} = \int d^3r\; \vec{r}\; \vec{F}^\dagger\!\cdot\!\vec{F}$ przez wielkości $a(\vec{k}), b(\vec{k}), a^\dagger(\vec{k}), b^\dagger(\vec{k})$ i ich pochodne względem $\vec{k}$.

Zad 5c.
Na podstawie znanych praw transformacyjnych dla $\vec{F}(\vec{r})$ znaleźć prawa transformacyjne dla operatorów $a(\vec{k})$ i $a^\dagger(\vec{k})$ przy przesunięciach o wektor $\vec{a}$ i sprawdzić zgodność otrzymanych wyników ze związkami przemienności dla tych operatorów z operatorem $\vec{P}$.

Zad 5d.
Jaki jest związek efektu Dopplera z komutatorem $[a(\vec{k}), \vec{N}]$?

Zad 5e.
Ile wyniósłby komutator $[F_i(\vec{r}), F_j^\dagger(\vec{r}\,')]$ gdyby założyć, że fotony tak jak neutrina mają tylko jeden rodzaj polaryzacji kołowej (na przykład lewoskrętną)? Jakie byłyby konsekwencje fizyczne tego założenia?

Zad 5f.
Posługując się fourierowskim przedstawieniem $\vec{F}(\vec{r})$ podać interpretację fizyczną wyrażenia

$$\int d^3r \int d^3r'\, \frac{\vec{F}^\dagger(\vec{r}) \cdot \vec{F}(\vec{r}\,')}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|^2}.$$