Zad 6a.
Rozwikłać względem energii elektronu równanie

$$n - |\kappa| = \zeta W/\lambda - \gamma.$$

Otrzymany w ten sposób wzór na poziomy energetyczne elektronu w atomie wodoropodobnym rozwinąć na szereg w stałej subtelnej struktury. W tym rozwinięciu zidentyfikowac wzór Balmera oraz znaleźć relatywistyczne poprawki do tego wzoru w najniższym rzędzie.
Wartości energii poziomów wynikające z równania Diraca wykazują strukturę subtelną. Czy przejścia między poziomami struktury subtelnej, to znaczy takimi, które w przybliżeniu nierelatywistycznym odpowiadają temu samemu poziomowi, mogą być źródłem fotonów w zakresie widzialnym?

Zad 6b.
Wykorzystując fourierowską reprezentację operatora $\vec{F}$ w postaci

$$\vec{F}(\vec{r},t) = \int d^3k \sqrt{\frac{\hbar ck}{(2\pi)^3}}\, \vec{e}(\vec{k}) \left(a(\vec{k})e^{-ik\cdot x} + b^\dagger(\vec{k})e^{-ik\cdot x} \right)$$

obliczyć komutator operatorów pola elektromagnetycznego

$$\left[\hat{f}_{\mu\nu}(\vec{r},t), \hat{f}_{\lambda\rho}(\vec{r}',t') \right].$$

Zad 6c.
Przy użyciu rozwinięcia fourierowskiego operatora pola elektronowego

$$\psi(\vec{r},t) = \sum_{s=1}^{2} \int \frac{d^3p}{\sqrt{(2\pi\hbar)^3}} \left(u(\vec{p},s)a(\vec{p},s)e^{-ip\cdot x/\hbar} + u(\vec{p},s)b^\dagger(\vec{p},s)e^{ip\cdot x/\hbar} \right)$$

wyrazić przez operatory kreacji i anihilacji operator pełnego ładunku pola elektronowego zdefiniowanego wzorem

$$Q = e \int d^3r\, \psi^\dagger(\vec{r},t)\psi(\vec{r},t).$$

Zad 6d.
Obliczyć antykomutator operatorów pola elektronowego $\psi_\alpha(\vec{r},t)$ i $\bar{\psi}_\beta(\vec{r}',t')$.
Wsk. Wykorzystać funkcję

$$\Delta(x) = i \int \frac{d^3p}{2E_p\sqrt{(2\pi\hbar)^3}} \left(e^{-ip\cdot x/\hbar} - e^{ip\cdot x/\hbar} \right).$$

Obliczyć antykomutator dla równych czasów.

Zad 6e.
Udowodnić, że funkcja Pauliego-Jordana D i funkcja Δ zdefiniowana w Zad. 6d zależą (przy ustalonym znaku t) tylko od niezmienniczej kombinacji współrzędnych $\tau = \sqrt{c^2t^2 - r^2}$. Znaleźć równania różniczkowe w zmiennej τ spełniane przez te funkcje.