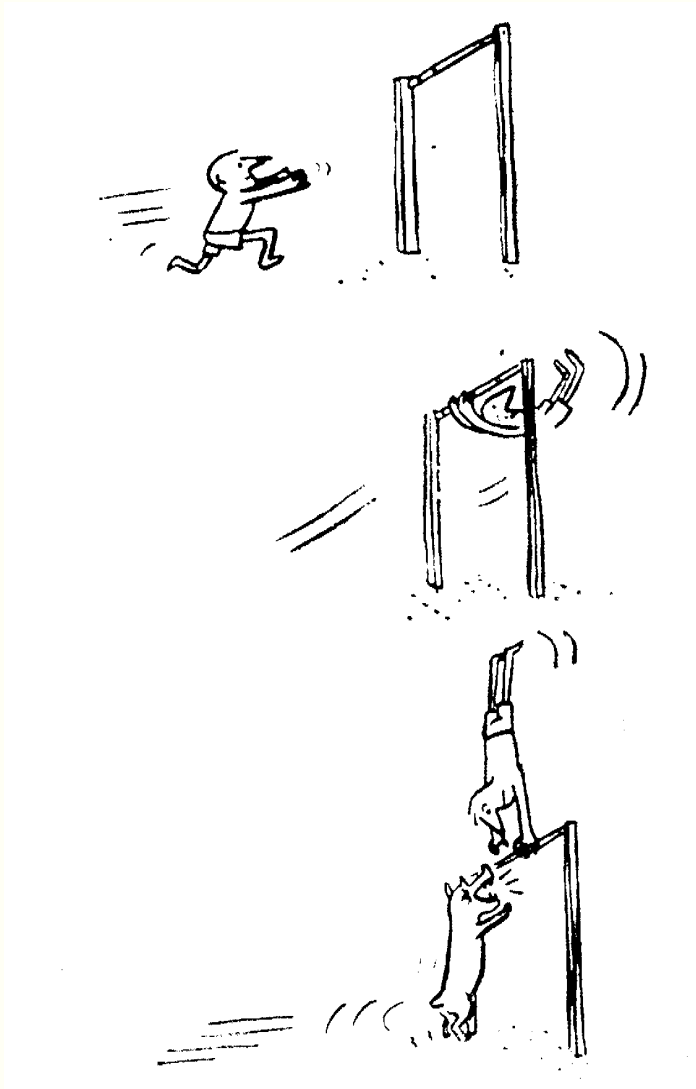
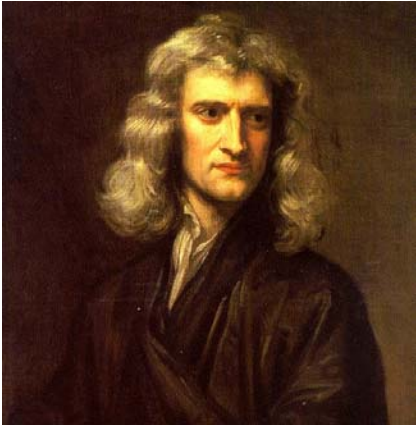


Prawa ruchu



- Zasada bezwładności
- Druga zasada dynamiki i równania ruchu
- Ruch swobodny i nieswobodny
- Przykłady rozwiązywania równań ruchu
- Opis ruchu w nieinercyjnym układzie odniesienia

Zasada bezwładności



Zasady matematyczne filozofii naturalnej (1687)

Dzieło to zawiera idee czasu absolutnego i przestrzeni absolutnej oraz zasady dynamiki (newtonowskiej)

Isaac Newton

„Czas absolutny, prawdziwy i matematyczny, sam z siebie i przez swą naturę upływa równomiernie bez związku z czymkolwiek zewnętrznym i inaczej nazywa się trwaniem...

Przestrzeń absolutna, przez swą naturę, bez związku z czymkolwiek zewnętrznym, pozostaje zawsze taka sama i nieruchoma...”

Zasada bezwładności

AXIOMATA SIVE LEGES MOTUS

Lex. I.

Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis cogitur statum illum mutare.

„Każde ciało trwa w swym stanie spoczynku lub ruchu prostoliniowego i jednostajnego, jeśli siły przyłożone nie zmuszają ciała do zmiany tego stanu.”

Pytanie: Względem jakiego układu obserwujemy ten ruch ?

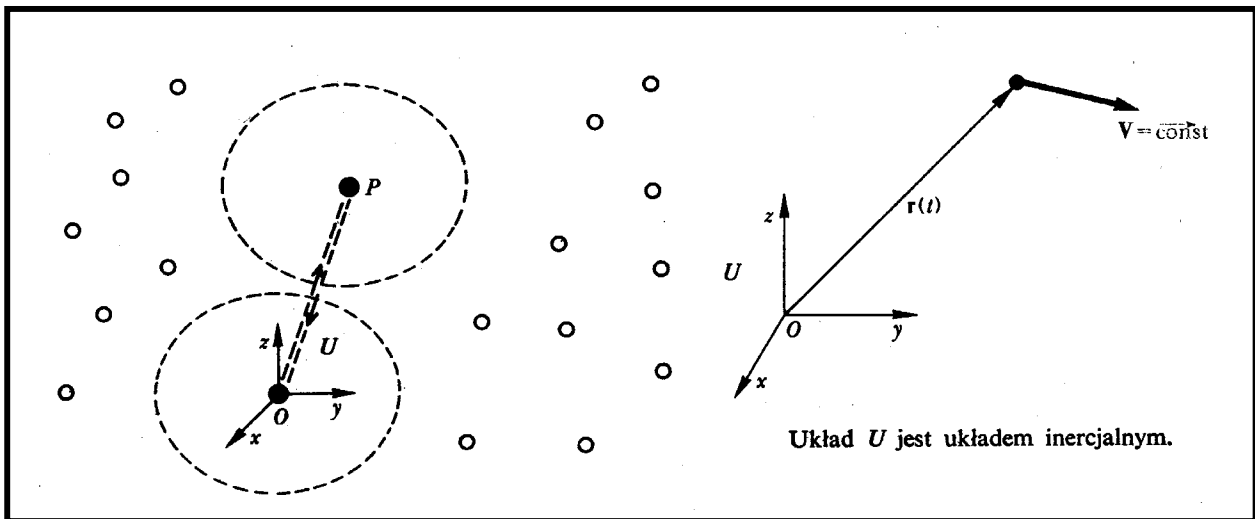
Odpowiedź: Względem układu inercjalnego

Zasada bezwładności jest więc postulatem istnienia układu inercjalnego

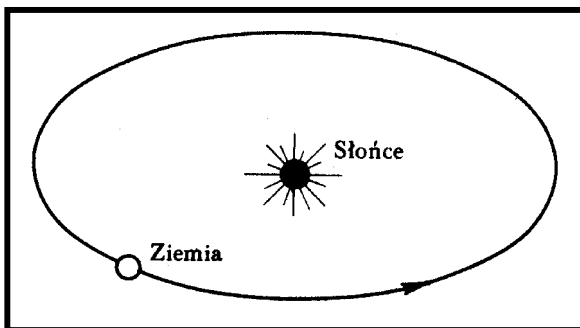
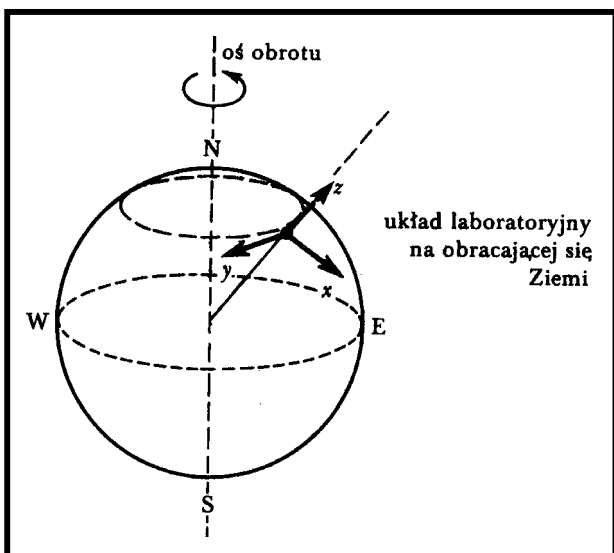
Istnieje układ inercjalny

(to znaczy taki, w którym ciało, na które nic nie działa, spoczywa lub porusza się bez przyspieszenia)

Jeśli istnieje jeden układ inercyjny, to każdy inny układ poruszający się względem niego z prędkością $\mathbf{V} = \text{const}$ jest też układem inercyjnym; istnieje więc nieskończenie wiele układów inercyjnych



Gdzie szukać układu inercyjnego?



Rotacja Ziemi

$$a_Z \approx 3 \cdot 10^{-2} \text{ ms}^{-2}$$

Obieg wokół Słońca

$$a_O \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$$

Obieg Słońca w Galaktyce

$$a_S \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ ms}^{-2}$$

itd.

Druga zasada dynamiki i równania ruchu

Lex. II.

Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressæ, & fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur.

„Zmiana ruchu jest proporcjonalna do przyłożonej siły poruszającej i odbywa się w kierunku prostej, wzdłuż której siła jest przyłożona”

Rozważamy przybliżenie nierelatywistyczne ($v/c \ll 1$, $r/c \ll t$).
Będziemy najpierw rozważali model matematyczny: *dynamikę cząstki*.
W tym modelu zakładamy, że zmiana ruchu cząstki następuje wskutek oddziaływania na nią otoczenia („reszty wszechświata”).
To oddziaływanie przedstawiamy ilościowo przez działającą na cząstkę siłę.

Dopiero potem będziemy rozważali oddziaływania między cząstkami.

Druga zasada dynamiki i równania ruchu

„akcelerator” (1) działa na cząstki 1 i 2 nadając im przyspieszenia \mathbf{a}_1 i \mathbf{a}_2 .
Można dobrać takie liczby dodatnie m_1 i m_2 żeby była spełniona równość

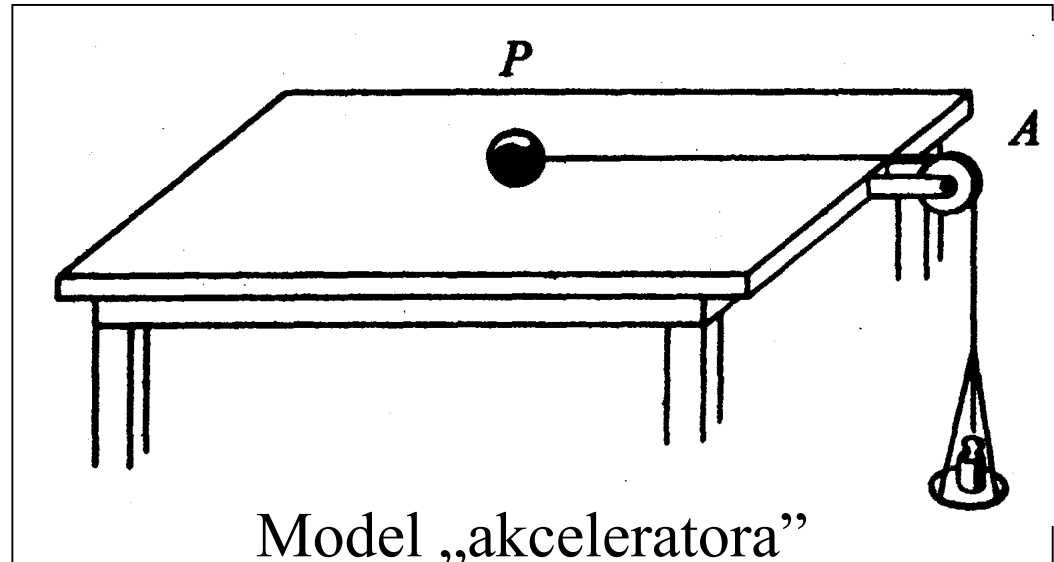
$$m_1^{(1)}\mathbf{a}_1^{(1)} = m_2^{(1)}\mathbf{a}_2^{(1)}$$

„akcelerator” (2) działa na te same cząstki.

Okazuje się, że zachodzi równość $k m_1^{(2)}\mathbf{a}_1^{(2)} = k m_2^{(2)}\mathbf{a}_2^{(2)}$

Liczba dodatnia k jest dowolna, więc możemy ją wybrać tak, aby

$k m_1^{(2)} = m_1^{(1)}$; wówczas także $k m_2^{(2)} = m_2^{(1)}$. Liczby m_1 , m_2 , zwane **masami bezwładnymi**, zależą od cząstek, natomiast są niezależne od „akceleratorów”, możemy więc opuścić indeksy (1) i (2) i ustalić jednostkę masy przyjmując np. $m_1 = m$



Działając tym samym „akceleratorem” na masy m i m_2 znajdujemy

$$ma_1 = m_2a_2 \quad \text{stąd} \quad m_2 = (a_1/a_2)m$$

Jednostka masy bezwzględnej: 1 kilogram

Druga zasada dynamiki Newtona: $ma = F$

F nazywamy siłą

Jednostka siły: 1 niuton

$$1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ ms}^{-2}$$

Druga zasada dynamiki jest

- 1) wnioskiem z doświadczeń,
- 2) definicją nowych wielkości

Zasada niezależności działania sił:

$$\mathbf{F}_1 = m\mathbf{a}_1, \quad \mathbf{F}_2 = m\mathbf{a}_2;$$

jeżeli siły \mathbf{F}_1 i \mathbf{F}_2 działają niezależnie,

$$\text{to } \mathbf{a} = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = m(\mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2) = m\mathbf{a}$$

Zasada addytywności masy:

$$\mathbf{F}_1 = m_1\mathbf{a}_1, \quad \mathbf{F}_2 = m_2\mathbf{a}_2; \quad \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (m_1 + m_2)\mathbf{a}$$

Ważne wnioski
z doświadczeń:

Podstawowe zagadnienie dynamiki: dana jest siła \mathbf{F} , znaleźć $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$$

$$m(d^2\mathbf{r}(t)/dt^2) = \mathbf{F}(\mathbf{r}, d\mathbf{r}/dt, t)$$

Równania ruchu to układ trzech równań różniczkowych drugiego rzędu. Rozwiązanie tego układu zależy od sześciu stałych dowolnych

$$x = x(t, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6)$$

$$y = y(t, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6)$$

$$z = z(t, C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6)$$

Aby ruch badanego ciała był całkowicie znany trzeba wyznaczyć wartości tych sześciu stałych na podstawie sześciu warunków początkowych: Dla $t = t_0$: $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$ oraz $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$

Zasada przyczynowości mechaniki klasycznej: znajomość stanu początkowego ruchu ciała pozwala jednoznacznie określić stan jego ruchu w chwilach wcześniejszych i późniejszych.



P. S. Laplace

“Inteligencja, która by w danej chwili znała wszystkie siły, które działają w przyrodzie oraz wzajemne położenia bytów ją tworzących i przy tym byłaby dostatecznie obszerna, by te dane poddać analizie, mogłaby w tych samych wzorach objąć ruch największych ciał wszechświata i najmniejszych atomów: nic nie byłoby dla niej niepewne i zarówno przyszłość jak przeszłość byłyby dostępne dla jej oczu. Umysł ludzki daje słaby zarys tej inteligencji, której doskonałość mógł osiągnąć tylko w astronomii.”

Wiemy dziś, że ten determinizm mechaniki klasycznej

nie stosuje się

do ruchu obiektów mikroświata

W mechanice klasycznej $\mathbf{F} = m[d^2\mathbf{r}(t)/dt^2] = m[d\mathbf{v}(t)/dt] \stackrel{\uparrow}{=} d(m\mathbf{v}(t))/dt$
 $m = \text{const}$

$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$, gdzie $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ to pęd cząstki

Jest to równanie ogólniejsze od równania $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$
ponieważ pozwala znaleźć poprawny opis ruchu ciała
nawet gdy zmienia się jego masa (np. ruch rakiety)

Całkując równanie $d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}$ w przedziale czasu $t - t_0$ mamy

$$\int (d\mathbf{p}/dt)dt = \int \mathbf{F}dt \Rightarrow \mathbf{p}(t) - \mathbf{p}(t_0) = \int \mathbf{F}dt = \mathbf{I}$$

gdzie wektor \mathbf{I} nazywa się popędem siły

Jednostka pędu: 1 kilogramometr na sekundę = 1 kg m s⁻¹

Jednostka popędu: 1 niutonosekunda = 1 N s

Z doświadczeń wynika, że przy znacznych prędkościach zależność między pędem i prędkością przybiera postać $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$ gdzie γ jest czynnikiem Lorentza.
Dwa podejścia:

1. Utrzymujemy wzór klasyczny $\mathbf{p} = m \mathbf{v}$, ale przyjmujemy, że masa zmienia się z prędkością według wzoru $m = \gamma m_0$ gdzie m_0 nazywa się masą spoczynkową ($m_0 = m$ dla $v = 0$, czyli $\gamma = 1$)
2. Uznajemy, że jedynym poprawnym wzorem na pęd jest $\mathbf{p} = \gamma m \mathbf{v}$, wówczas nie trzeba wprowadzać pojęcia masy spoczynkowej [nawet dla $\beta = 0,1$ $\gamma \approx 1,005$]

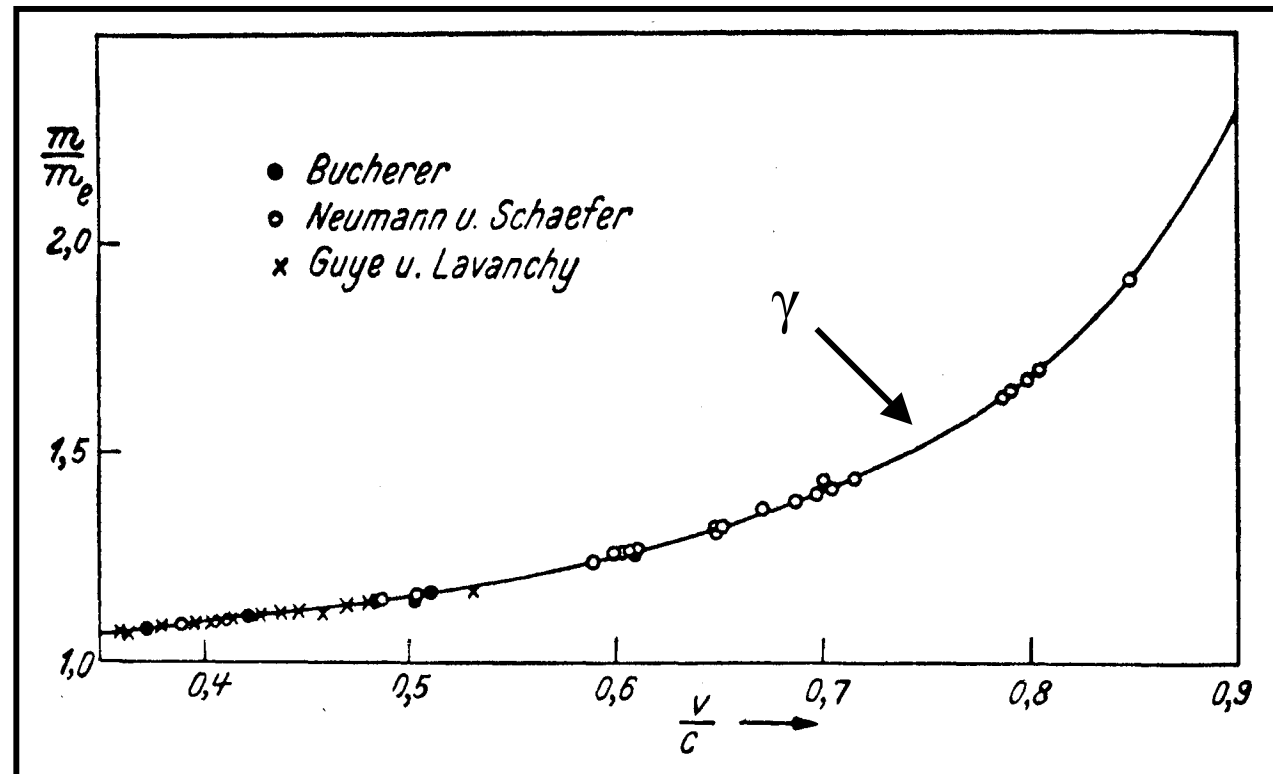
Meyer i inni (1963)

Pomiar dla $\beta = 0,990$,

$\gamma \approx 7,1$

$p/\gamma m v = 1,00037$

$\pm 0,00036$

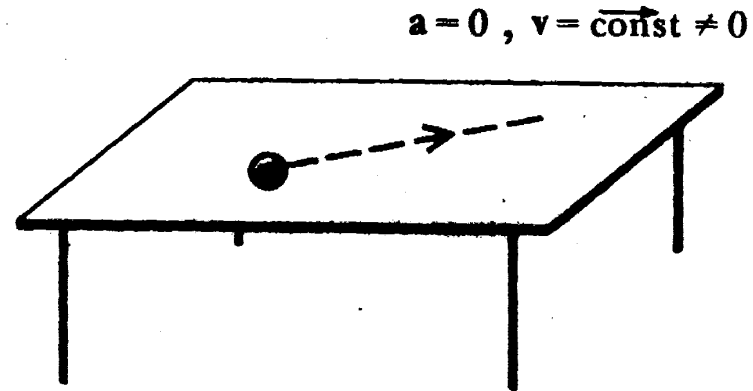


Ruch swobodny i nieswobodny

Ciało w spoczynku: $\mathbf{v} = 0$

Ciało w równowadze: $\mathbf{a} = 0$

Ciało w równowadze statycznej: $\mathbf{v} = 0$ oraz $\mathbf{a} = 0$

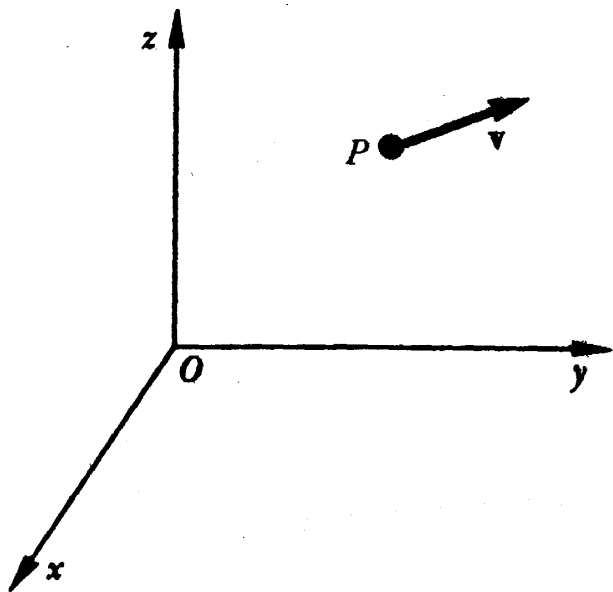


Ciało, na które nic nie działa, znajduje się w *równowadze* względem obserwatora \mathcal{O} w inercjalnym układzie odniesienia, ponieważ przyspieszenie ciała \mathbf{a} w tym układzie jest równe zeru: $\mathbf{a} = 0$. Ciało to jednak nie musi być w *spoczynku* w tym układzie, lecz może poruszać się ze stałą prędkością wzdłuż linii prostej: $\mathbf{v} = \text{const}$. Na przykład krążek metalowy na stole „poduszkowym” porusza się w dobrym przybliżeniu bez przyspieszenia, jest więc w równowadze, lecz nie w spoczynku względem obserwatora \mathcal{O} .

Liczba stopni swobody ciała: $f = 3 - k$, gdzie k jest liczbą równań opisujących więzy.

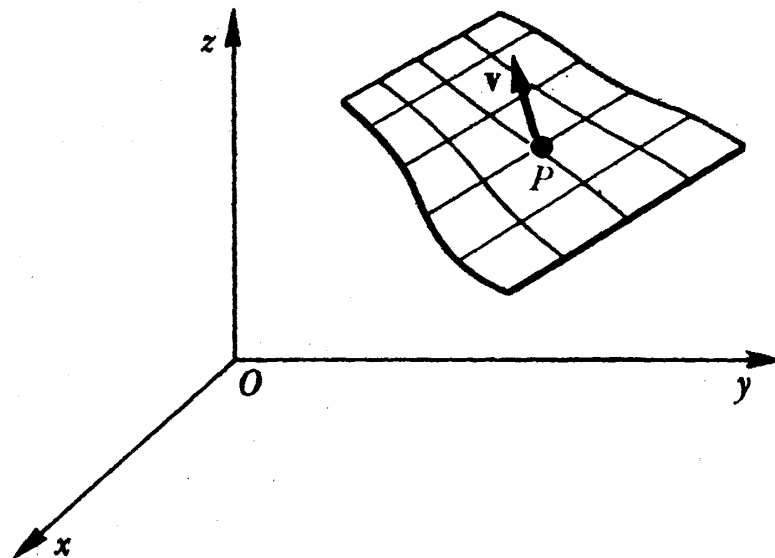
Więzy *skleronomiczne* (stacjonarne) - nie zależą *explicitie* od czasu

Więzy *reonomiczne* - zależą *explicitie* od czasu

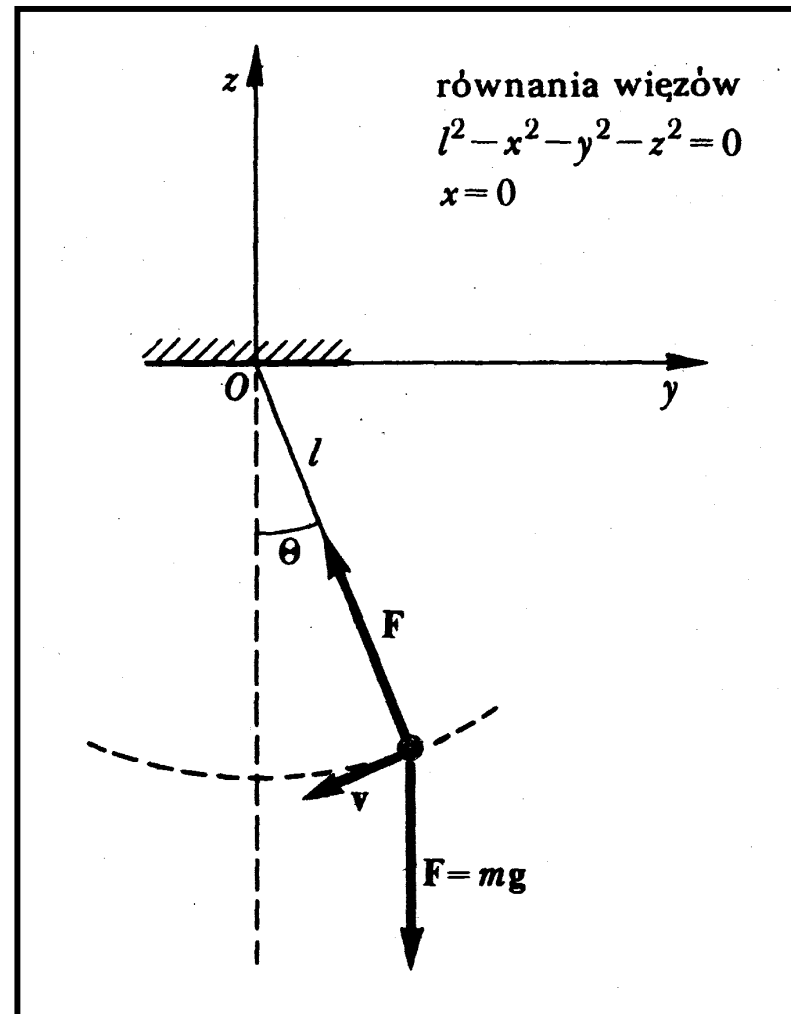
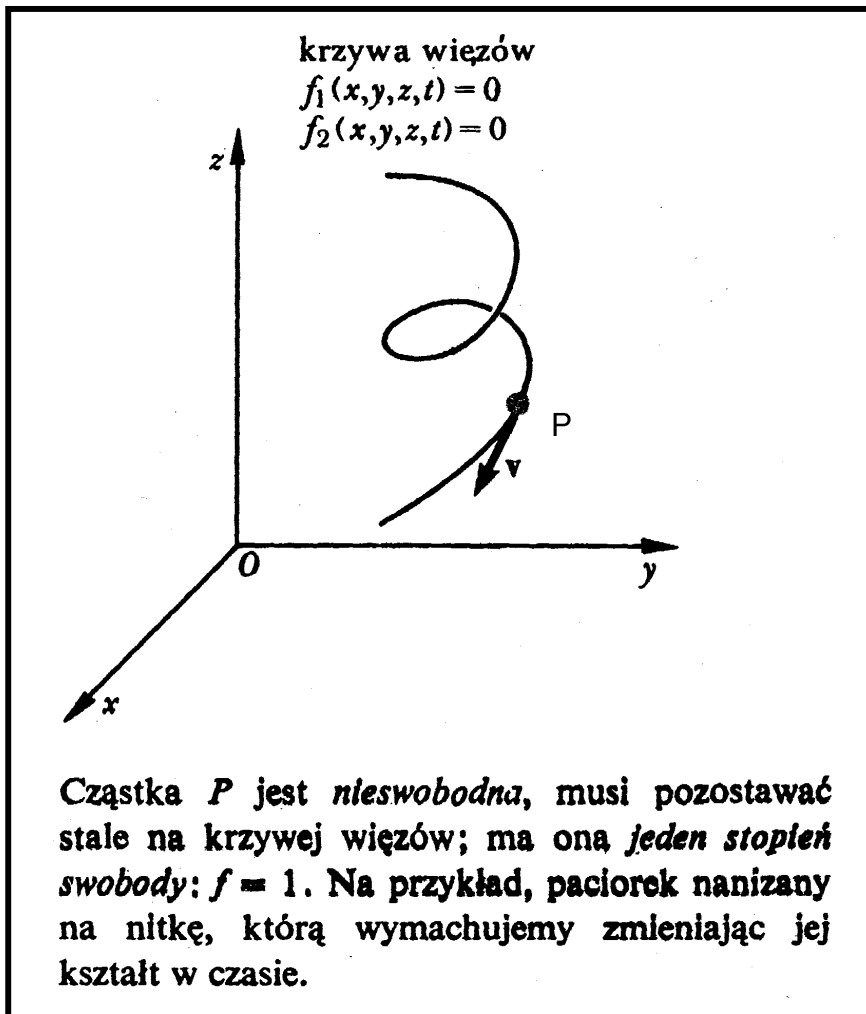


Cząstka P jest *swobodna*, może wykonywać dowolne ruchy pod wpływem sił przyłożonych, ma ona *trzy stopnie swobody*: $f = 3$. Przykład: kamień rzucony ukośnie.

powierzchnia więzów
 $f(x,y,z,t) = 0$



Cząstka P jest *nieswobodna*, musi pozostawać stale na powierzchni więzów; ma ona *dwa stopnie swobody*: $f = 2$. Na przykład, kulka położona na kocu, którym potrząsamy zmieniając jego kształt w czasie.



Ze względu na istnienie więzów wprowadzamy do równań ruchu poza siłami zewnętrznymi $\mathbf{F}(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t)$ dodatkową *siłę reakcji* \mathbf{F}_R (*reakcja więzów*):

$$m d^2 \mathbf{r} / dt^2 = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) + \mathbf{F}_R$$

Reakcja więzów jest zwykle *prostopadła* do powierzchni lub krzywej więzów (więzy idealne); siła tarcia \mathbf{F}_T , *styczna* do więzów, jest siłą zewnętrzną

Przykłady rozwiązywania równań ruchu

1. Siła sprężysta $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$ (jest to siła centralna)

Cząstka poruszająca się pod wpływem siły sprężystej to oscylator harmoniczny

$$m d^2 \mathbf{r} / dt^2 = -k \mathbf{r} \quad \Rightarrow \quad d^2 \mathbf{r} / dt^2 + \omega_0^2 \mathbf{r} = 0 \quad \text{gdzie } \omega_0^2 = k/m$$

Rozwiązanie tego układu trzech niezależnych równań różniczkowych dla składowych \mathbf{r} ma postać $\mathbf{r} = \mathbf{A} \cos \omega_0 t + \mathbf{B} \sin \omega_0 t$

\mathbf{A} i \mathbf{B} wyznacza się z warunków początkowych $\mathbf{r}(t_0) = \mathbf{r}_0$; $\mathbf{v}(t_0) = \mathbf{v}_0$

$$\mathbf{v} = -\mathbf{A} \omega_0 \sin \omega_0 t + \mathbf{B} \omega_0 \cos \omega_0 t \quad \Rightarrow \quad \mathbf{r}_0 = \mathbf{A}, \quad \mathbf{v}_0 = \mathbf{B} \omega_0$$

$$\text{Zatem } \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 \cos \omega_0 t + (\mathbf{v}_0 / \omega_0) \sin \omega_0 t$$

Ruch jest płaski, odbywa się w płaszczyźnie $\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0$
a torem w ogólnym przypadku jest elipsa

Wahadło sprężynowe

Jest to przypadek jednowymiarowy
 $y = 0, x = 0, f = 3 - 2 = 1$

Siła sprężysta $F_s = -k(z - l)$

Siła ciężkości $F_g = mg$

równanie ruchu

$$d^2z/dt^2 = -k(z - l) + mg$$

ma rozwiązanie *statyczne* ($d^2z/dt^2 = 0$)

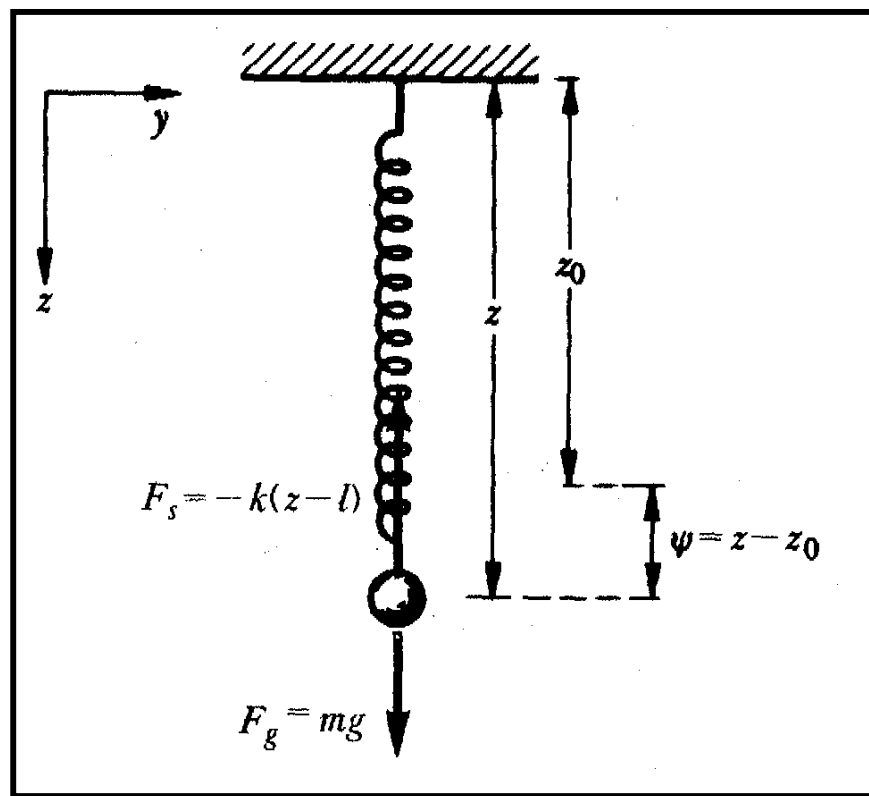
$$z = z_0 = l + mg/k = \text{constans}$$

Wprowadzenie nowej zmiennej $\psi = z - z_0 \Rightarrow d^2\psi/dt^2 + \omega_0^2\psi = 0$

Rozwiązanie $\psi = A \cos(\omega_0 t + \varphi) = A_1 \cos \omega_0 t + B_1 \sin \omega_0 t$

A, φ albo A_1, B_1 z warunków początkowych $\psi(t = 0), d\psi/dt(t = 0)$

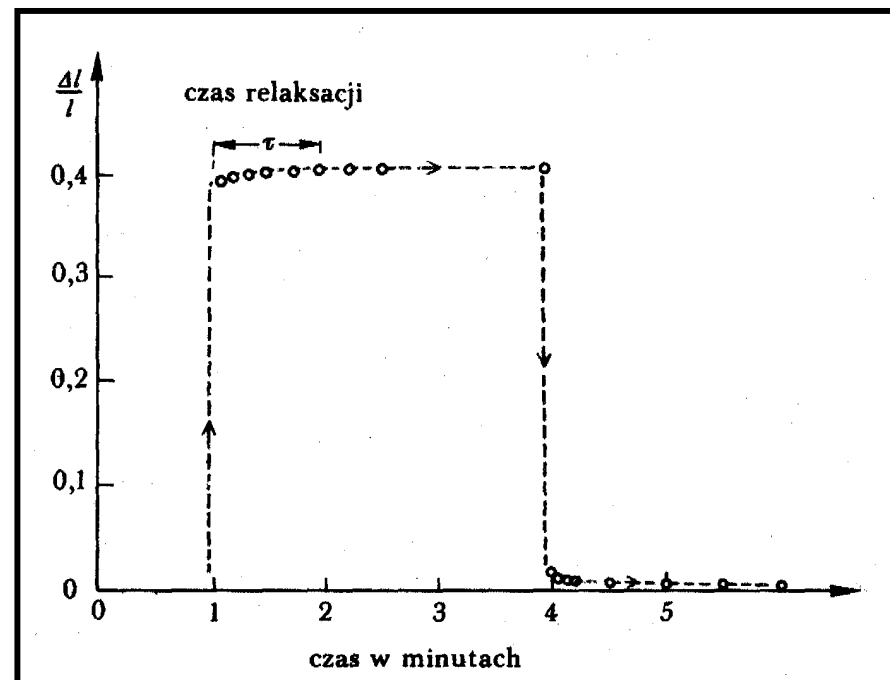
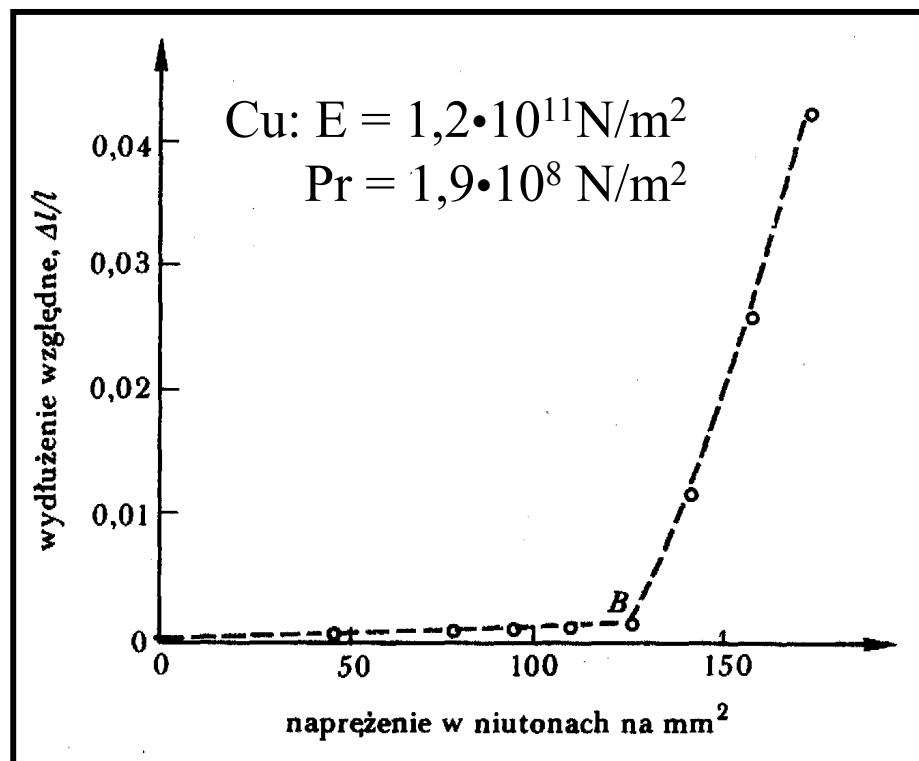
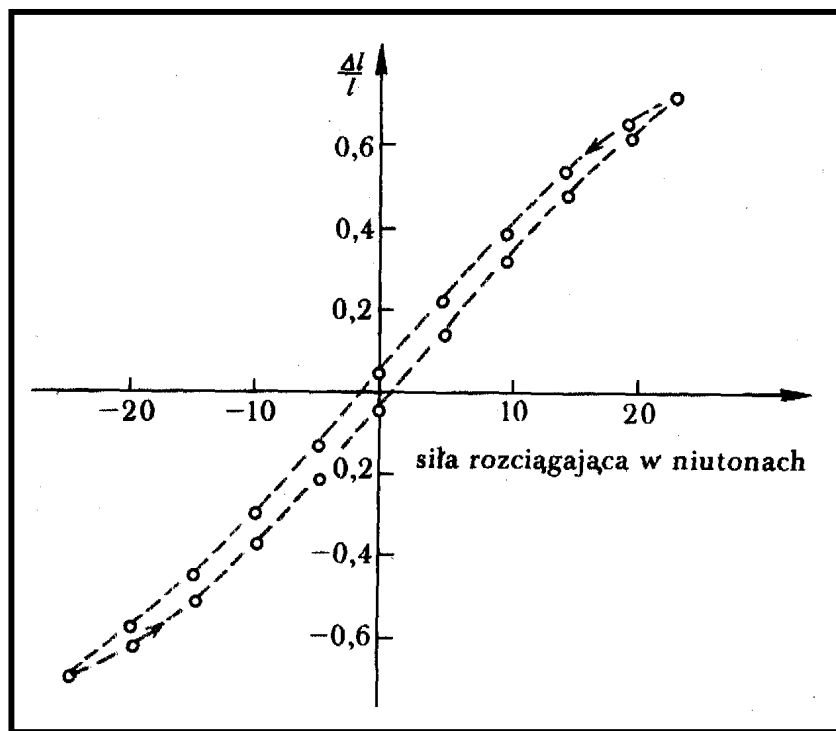
[to rozwiązanie jest poprawne gdy masa sprężyny $m_s \ll m$]



Siła sprężysta powstaje przy odkształceniu ciała; np. dla wydłużenia mamy empiryczne prawo Hooke'a

$$F = E S (\Delta l/l)$$

E - moduł Younga (napężenie, przy którym długość wzrosłaby dwukrotnie); granica proporcjonalności P_r jest dużo mniejsza i niewiele niższa od granicy wytrzymałości



2. Opory ruchu

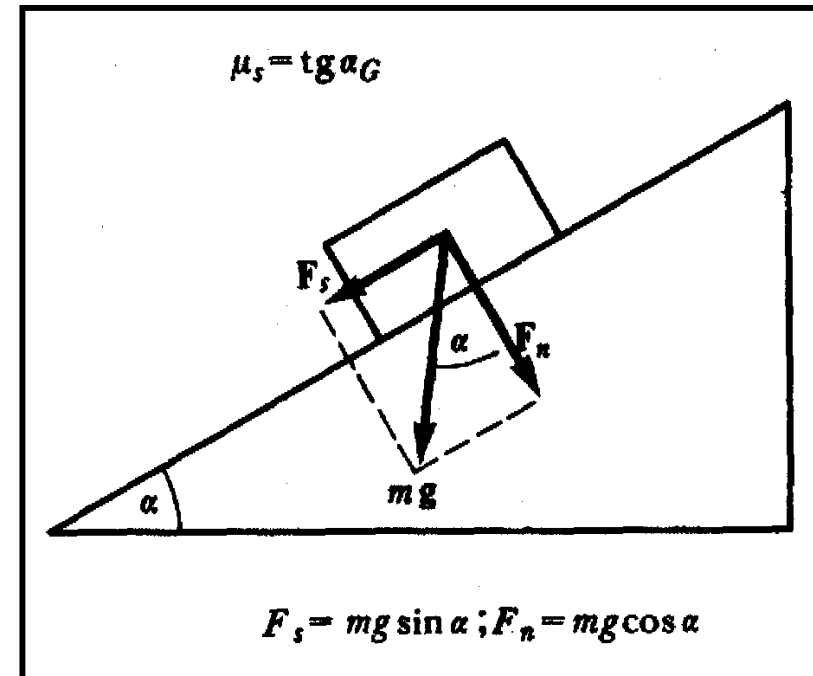
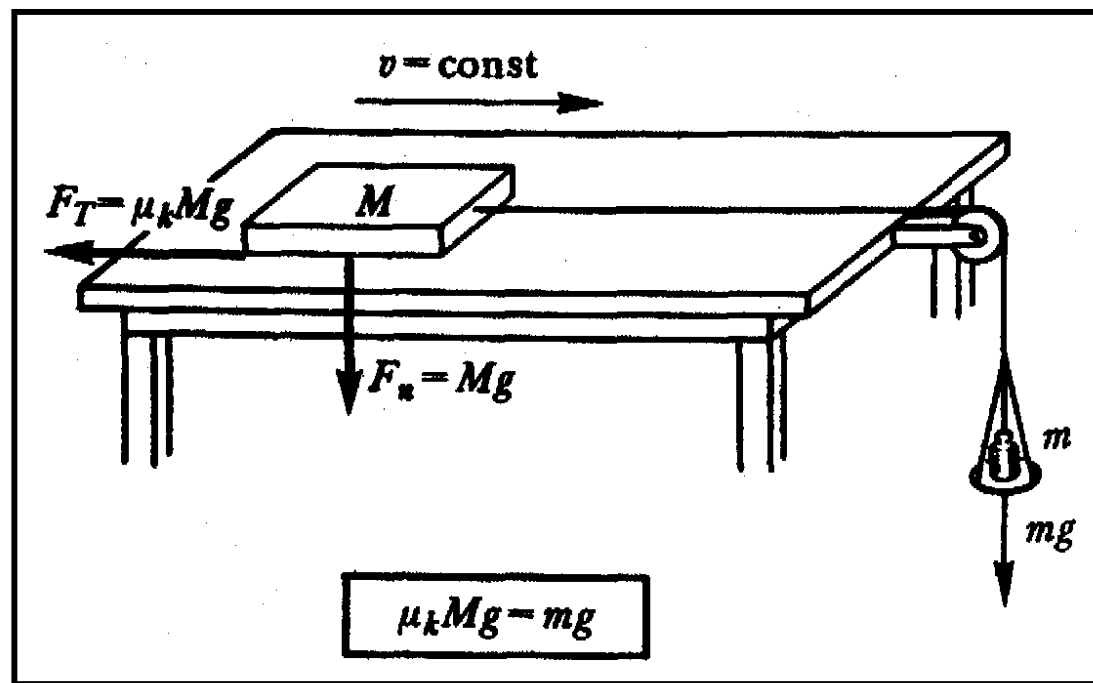
Tarcie występuje przy zetknięciu ciał; wniosek z doświadczeń siła tarcia $\mathbf{F}_T = -\mathbf{i}_v \mu F_n$ nie zależy od powierzchni S

Z doświadczenia wynika, że trzeba rozróżniać tarcie statyczne μ_s i tarcie kinetyczne μ_k
Zachodzi $\mu_s > \mu_k$

Przykładowo:

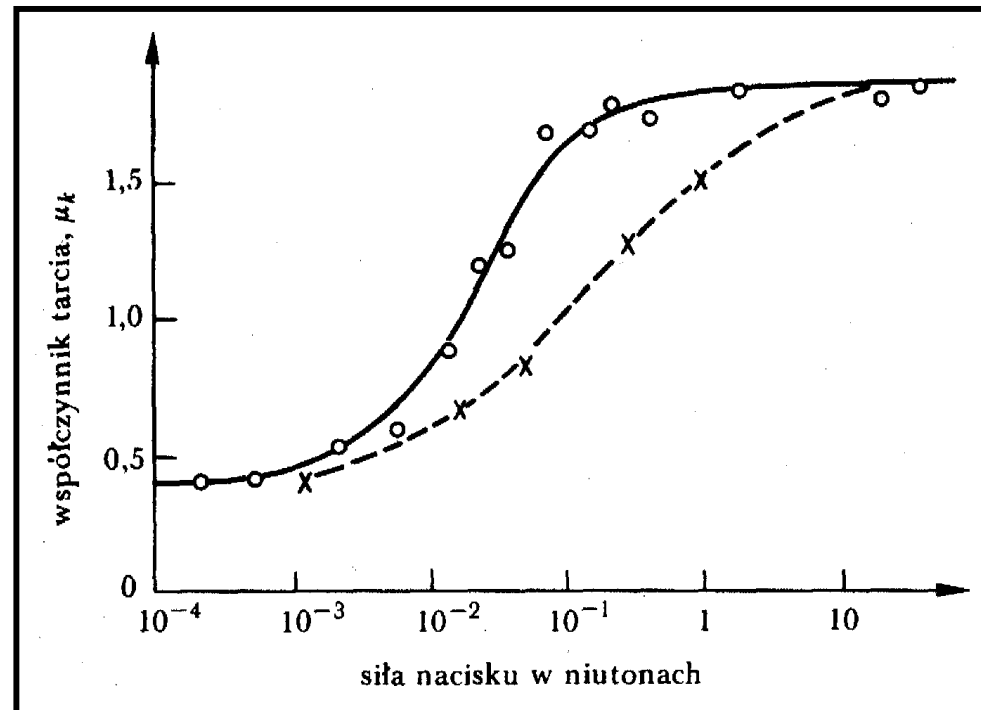
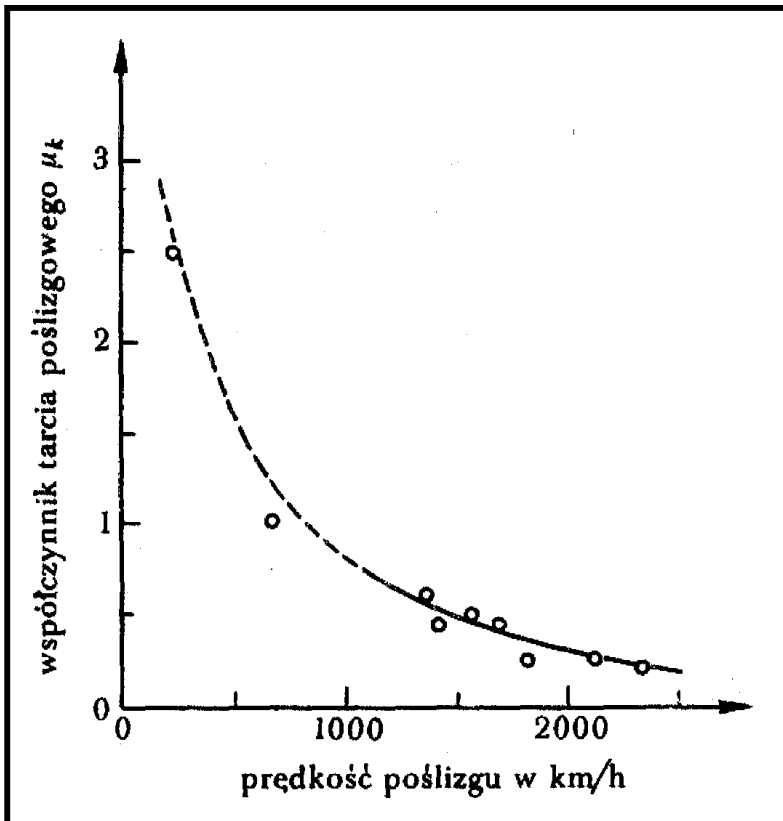
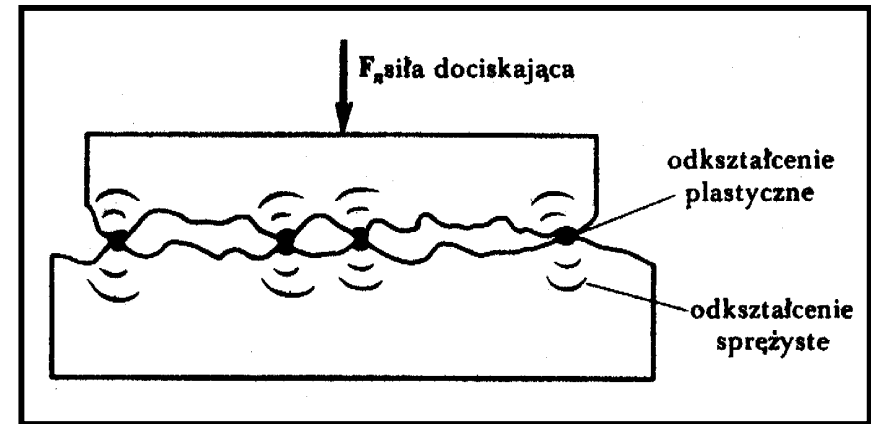
stal + lód $\mu_s = 0,027, \mu_k = 0,014$
drewno + drewno $\mu_s = 0,65, \mu_k = 0,4 - 0,2$

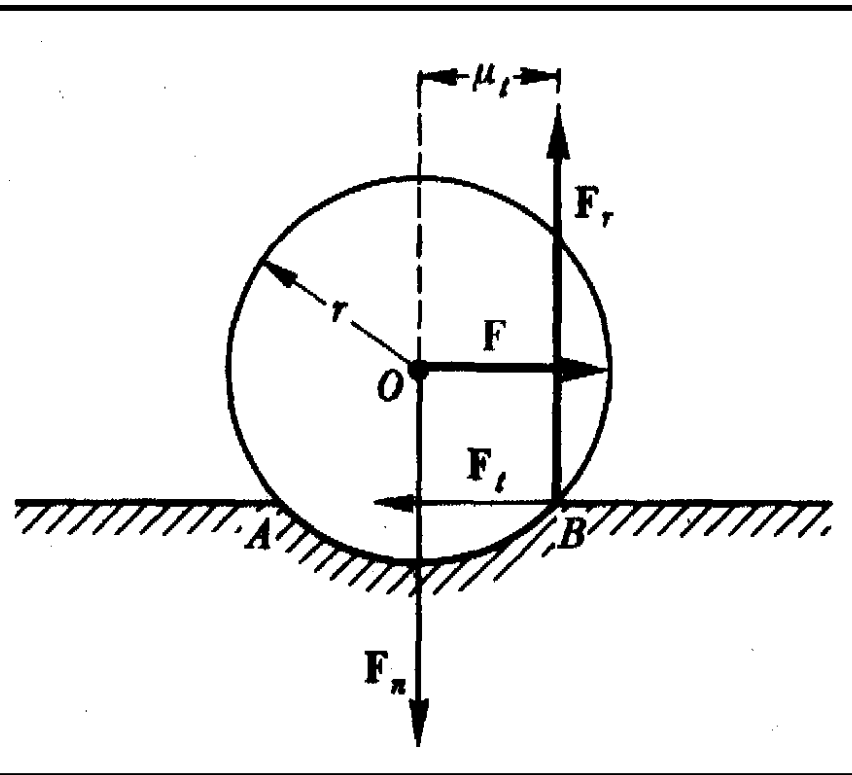
Równanie ruchu: $m\mathbf{a} = \mathbf{F} - \mathbf{i}_v \mu_k F_n$



Ten prosty fenomenologiczny opis tarcia jest przybliżony i komplikuje się w skrajnych warunkach, gdy np. okazuje się, że współczynnik tarcia kinetycznego zależy od prędkości i siły nacisku

Tarcie jest powodowane przez oddziaływanie elektromagnetyczne między cząstkami stykających się ciał





Poza tarciem poślizgowym mamy tarcie toczne

$$F_{Tt} = \mu_t F_n / r$$

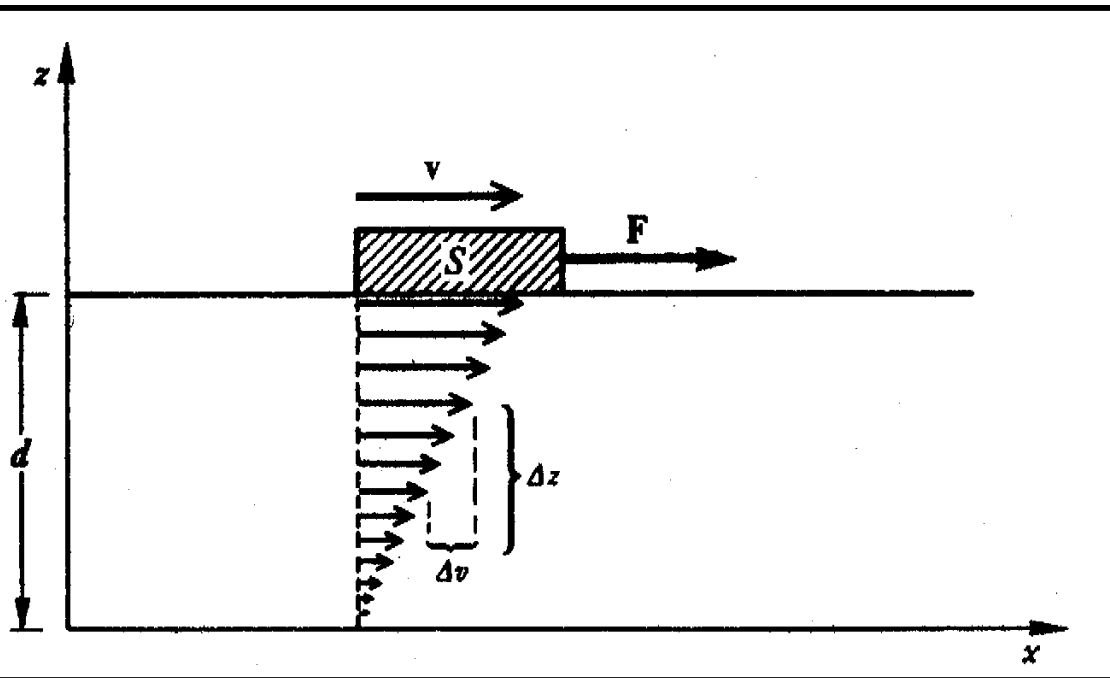
współczynnik tarcia tocznego μ_t (wymiar długości!) jest zwykle bardzo mały

Przykładowo:

drewno + drewno $\mu_t = 0,0005 \text{ m}$

stal hartowana + stal $\mu_t = 0,00001 \text{ m}$

Tarcie wewnętrzne (lepkość) płynów (cieczy i gazów)

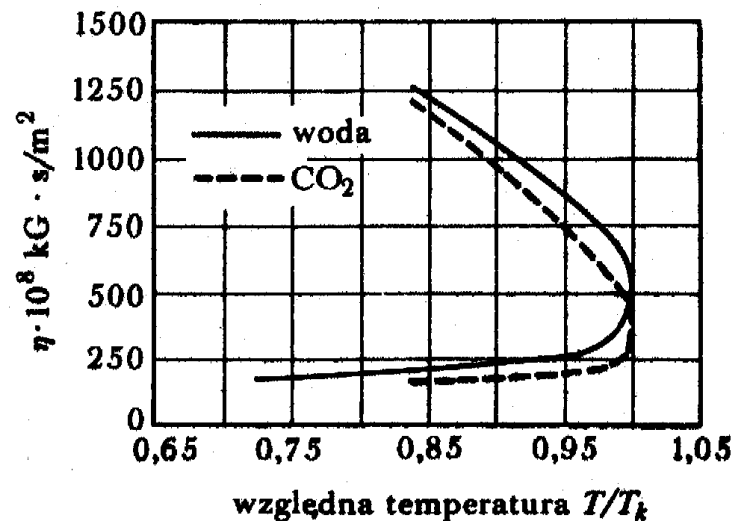


$$\mathbf{F}_L = - \mathbf{i}_v \eta S (dv/dz)$$

η - współczynnik lepkości
jednostka $\eta = 1 \text{ N s m}^{-2}$

Typowe wartości η (293 K)

woda	$\eta \approx 10^{-3} \text{ N s m}^{-2}$
gliceryna	$\eta \approx 1,5 \text{ N s m}^{-2}$
powietrze	$\eta \approx 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ N s m}^{-2}$



Ruch ciał stałych w płynach

Siła nośna F_N

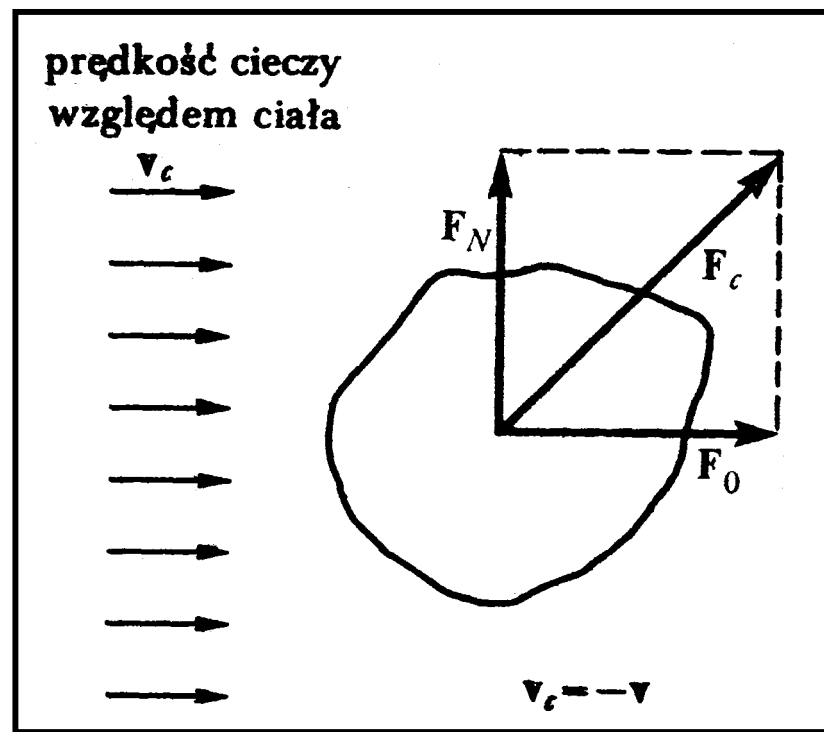
Siła oporu czołowego $F_0 = -i_v C S (\rho v^2/2)$

ρ - gęstość płynu

S - powierzchnia rzutu ciała na płaszczyznę prostopadłą do wektora v

C - bezwymiarowy współczynnik zależny od kształtu ciała, jego orientacji względem v i od liczby Reynoldsa $Re = v l \rho / \eta$

(l - wymiar liniowy ciała, prostopadły do v)



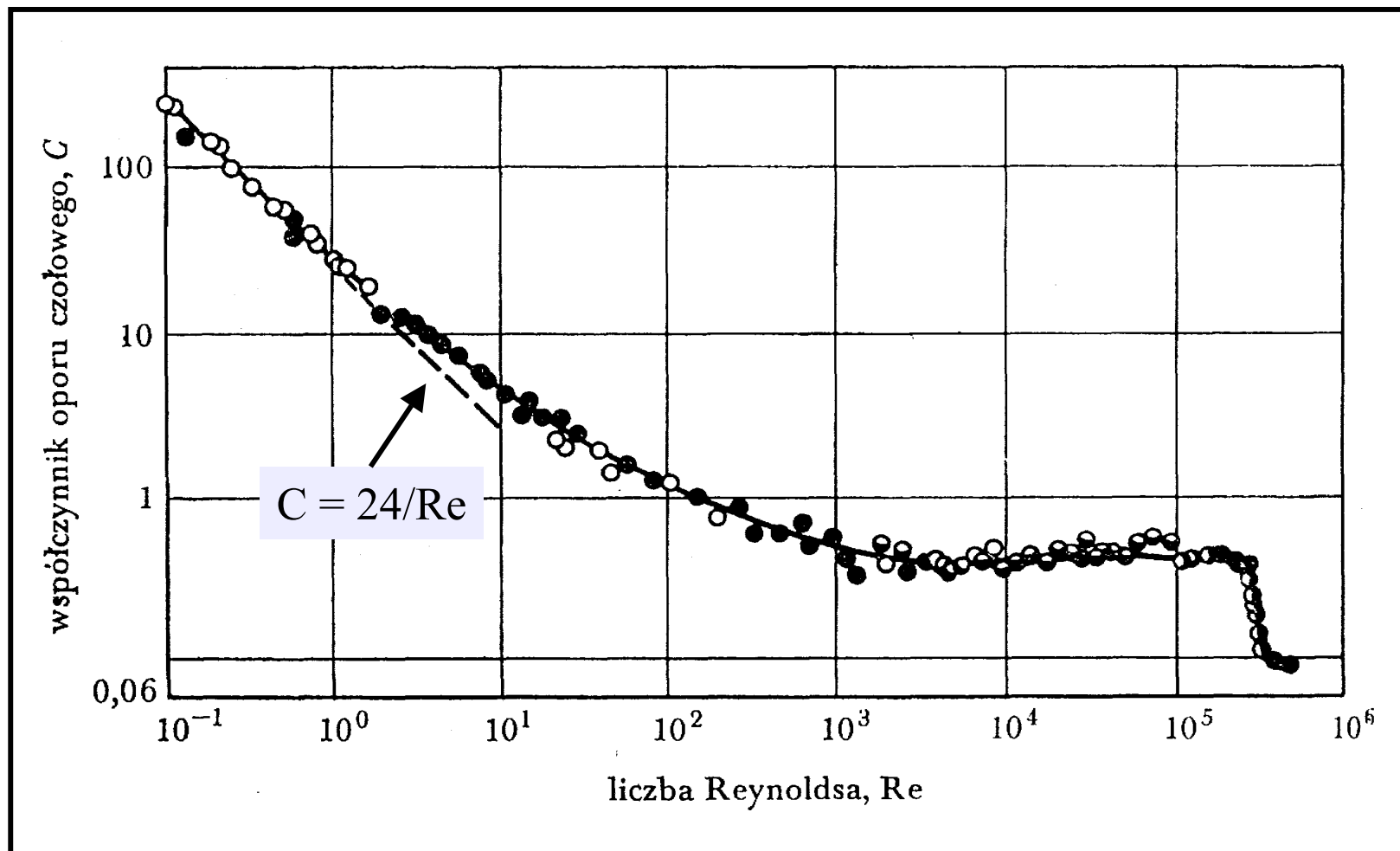
Przy ustalonych wartościach l , ρ , η wartość C zależy od prędkości

Przykład: dla kuli ($S = \pi r^2$, $l = 2r$) przy bardzo małych $Re \ll 1$

Stokes znalazł wzór $C = 24/Re$

$$F = C S (\rho v^2/2) = (24\eta/2rv\rho) (\pi r^2) (\rho v^2/2) = 6\pi\eta r v$$

Ogólnie dla małych Re: $C = (24/Re)[1 + (3/16)Re - (19/1280)Re^2 + \dots]$
także empiryczny wzór $C = A Re^{-m}$, gdzie m z doświadczenia
[dla $Re \approx 0$, $A = 24$, $m = 1$ (wzór Stokesa),
dla $50 < Re < 1000$, $A = 4$, $m = 0,3$]



Przykład: ruch kulki w płynie przy małej Re

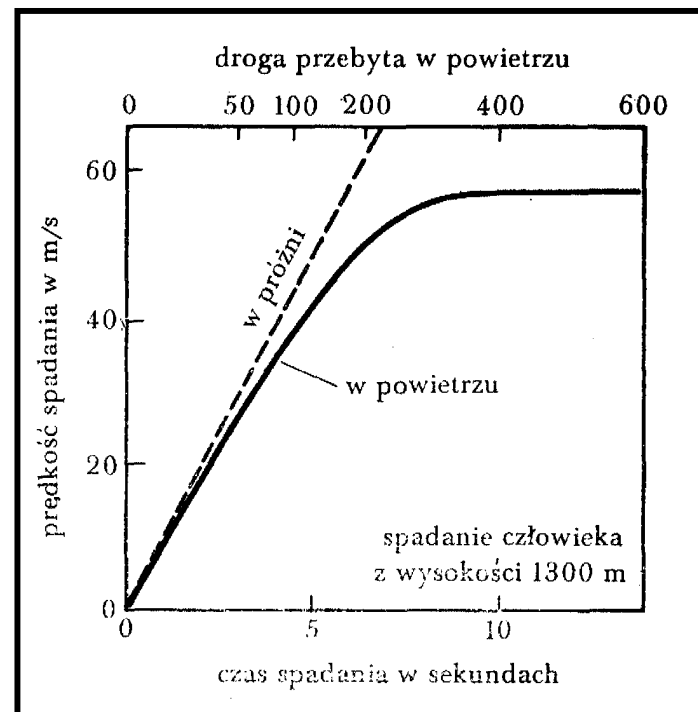
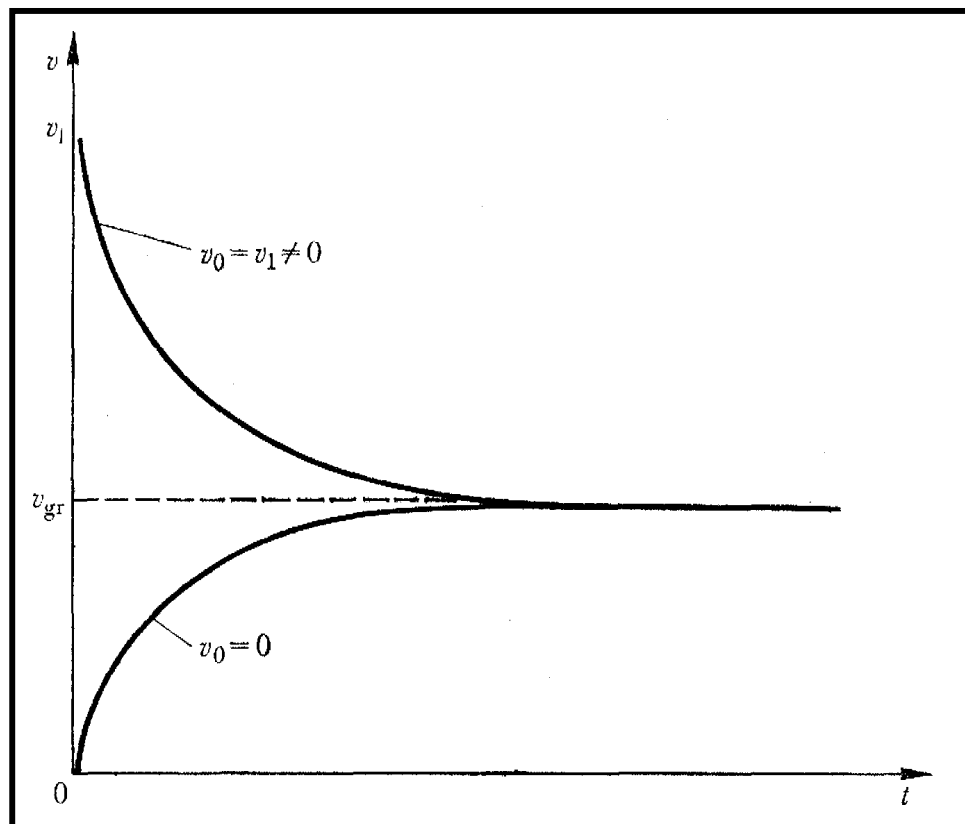
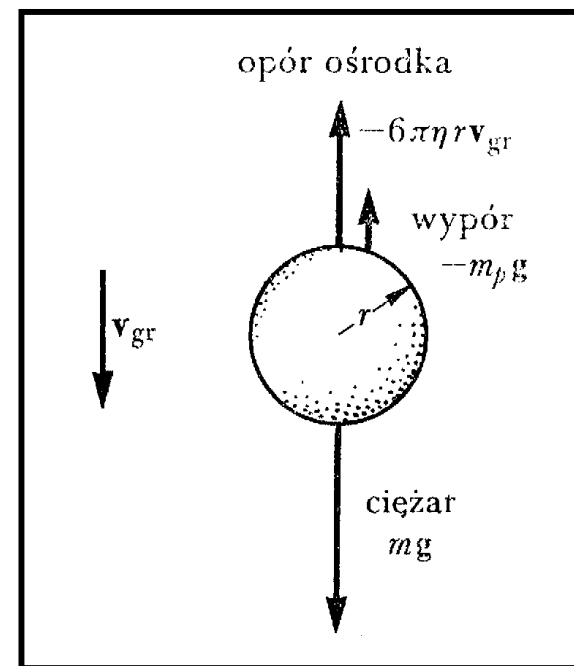
$$m \frac{dv}{dt} = m \mathbf{g} - \mathbf{i}_v 6\pi\eta r v - \left(\frac{4}{3}\right)\pi r^3 \rho_p \mathbf{g}$$

↑
siła oporu

↑
siła wyporu

prędkość graniczna $v_{gr} = \text{const}$, kiedy $\mathbf{a} = 0$

$$v_{gr} = (m \mathbf{g} - m_p \mathbf{g}) / 6\pi\eta r = \left(\frac{2}{9}\right) r^2 g (\rho - \rho_p) / \eta$$



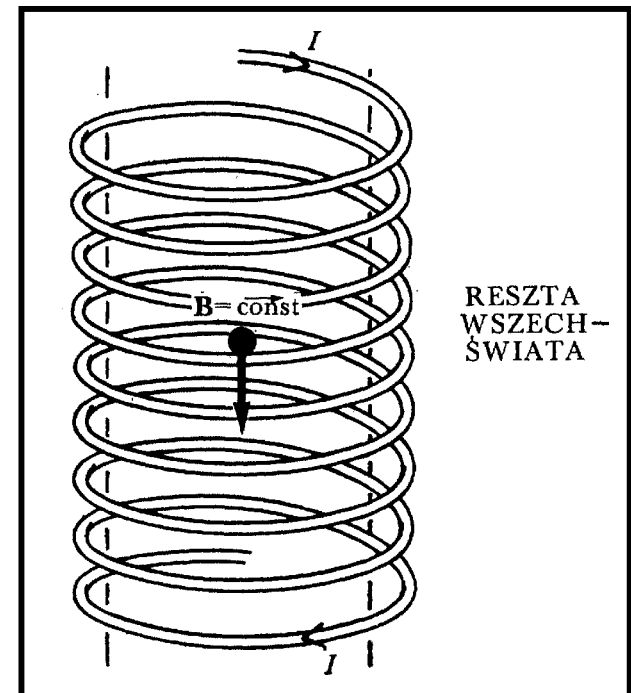
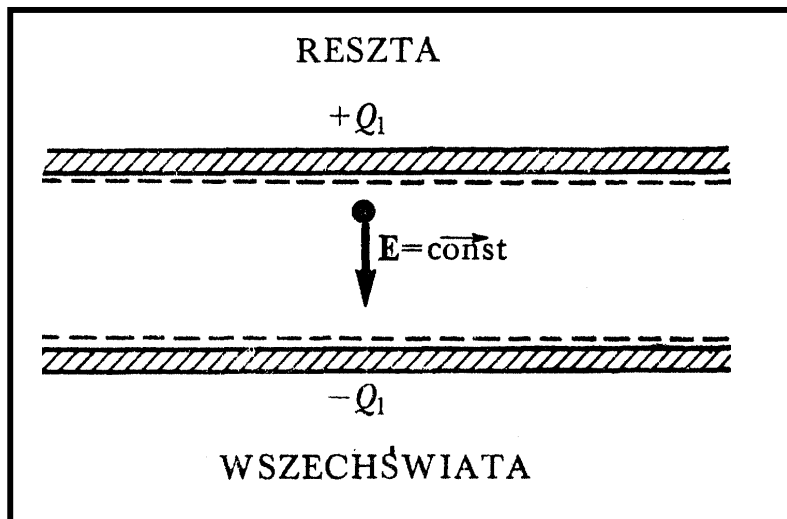
3. Siła Lorentza

Pole elektryczne charakteryzujemy przez wektor natężenia pola \mathbf{E} ; na przykład pole ładunku punktowego Q_0 ma $\mathbf{E} = -\mathbf{i}_r Q_0/4\pi\epsilon_0 r^2$. W polu elektrycznym na ładunek Q działa siła $\mathbf{F}_E = Q\mathbf{E}$

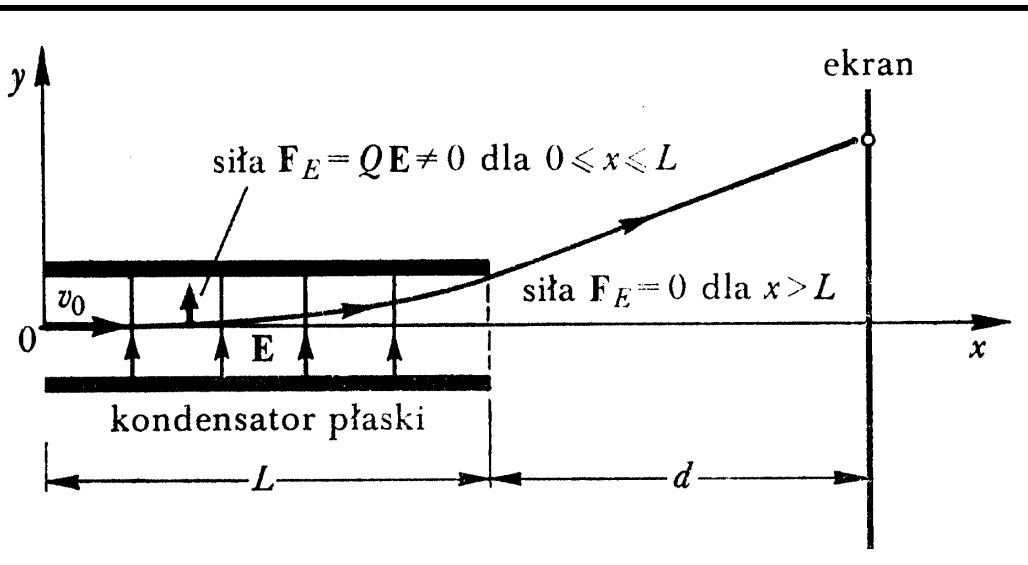
Pole magnetyczne charakteryzujemy przez wektor indukcji magnetycznej \mathbf{B} ; w polu takim na ładunek poruszający się z prędkością \mathbf{v} działa siła $\mathbf{F}_B = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. W ogólnym przypadku na ciało o ładunku Q poruszającą się w układzie U z prędkością \mathbf{v} działa **siła Lorentza** $\mathbf{F} = \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_B = Q\mathbf{E} + Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

$$[E] = \text{N/C} = \text{kg m/s}^3 \text{A} \quad (\text{wolt na metr})$$

$$[B] = \text{N s/C m} = \text{kg/s}^2 \text{A} \quad (\text{tesla} = 10^4 \text{ gausów})$$



Przykład: Ruch w polu elektrycznym



Pole stałe, jednorodne

$$\mathbf{F} = [0, QE]$$

Równania ruchu w obszarze pola

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = QE$$

Całkowanie równań ruchu daje

$$\frac{dx}{dt} = C_1, \quad x = C_1 t + C_2$$

$$\frac{dy}{dt} = (QE/m)t + C_3,$$

$$y = (QE/m)t^2/2 + C_3 t + C_4$$

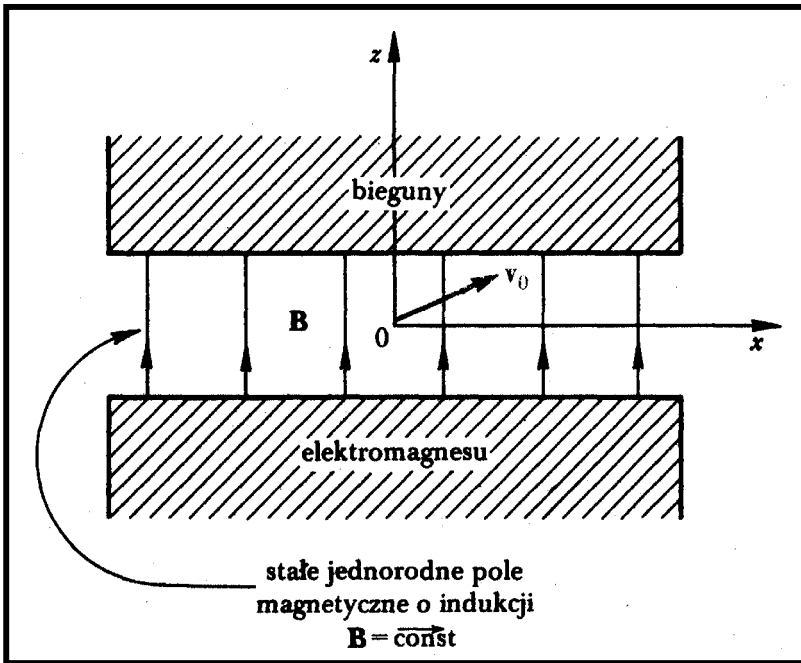
Warunki początkowe: $x(0) = y(0) = 0$, $(dx/dt)_{t=0} = v_x$, $(dy/dt)_{t=0} = 0$

Zatem $x = v_x t$, $y = (QE/m)t^2/2 = (QE/2m)x^2/v_x^2$

Ruch w polu odbywa się do $x = L$, następnie cząstka porusza się ruchem jednostajnym po prostej w obszarze bez pola.

Znając wartość v_x można wyznaczyć Q/m

Przykład: Ruch w polu magnetycznym



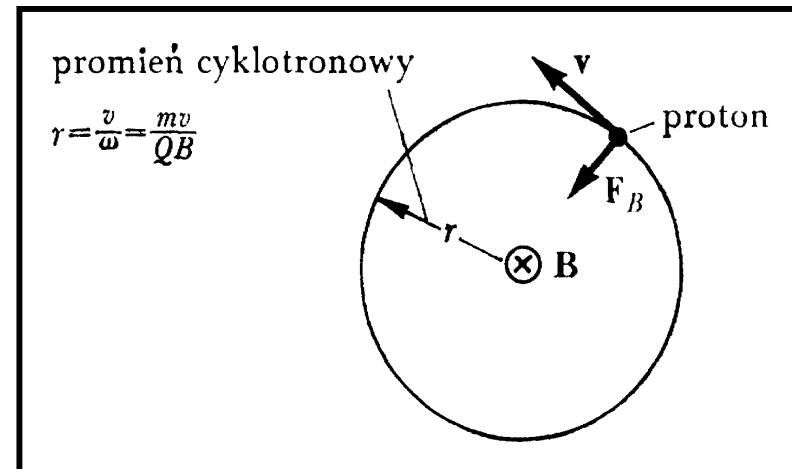
Na rozważaną cząstkę o ładunku Q i prędkości \mathbf{v} działa siła Lorentza

$$\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$F = QvB \sin \angle(\mathbf{v}, \mathbf{B})$$

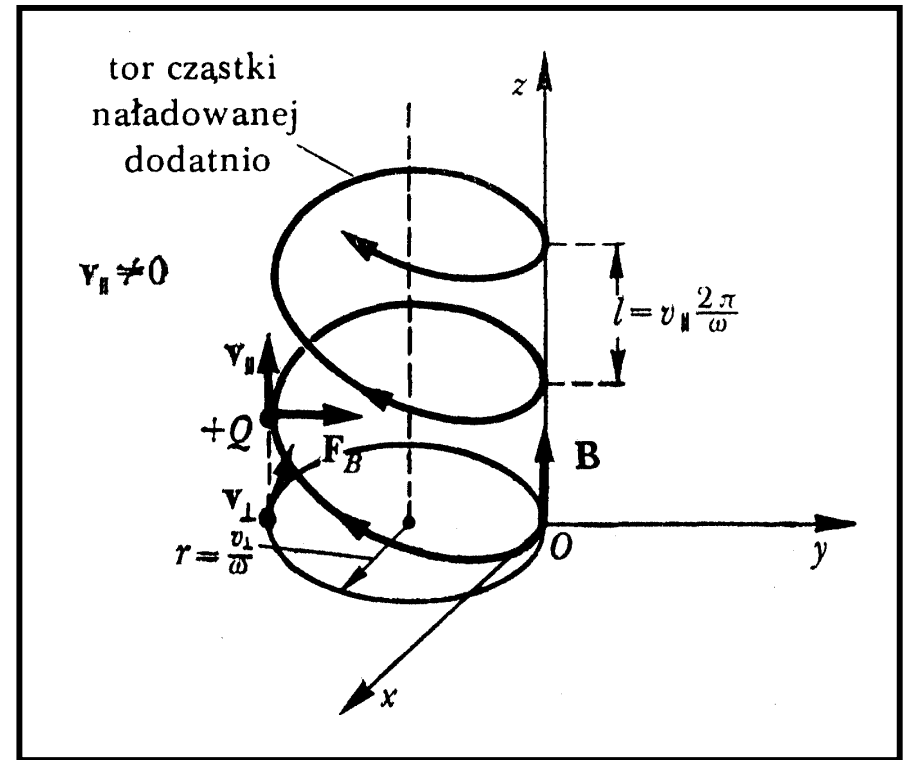
$$Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = Q \begin{vmatrix} \mathbf{i}_x & \mathbf{i}_y & \mathbf{i}_z \\ \frac{dx}{dt} & \frac{dy}{dt} & \frac{dz}{dt} \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix}$$

Dla \mathbf{B} wzdłuż osi z : $\mathbf{F} = Q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = [Bdy/dt, -Bdx/dt, 0]$. Jeżeli prędkość początkowa \mathbf{v}_0 jest wzdłuż osi y (prostopadła do \mathbf{B}), to ruch odbywa się w płaszczyźnie x,y po okręgu o promieniu $r = mv_0/QB = v/\omega$
 $\omega = QB/m$ częstość cyklotronowa



W ogólnym przypadku, gdy wektory \mathbf{v} i \mathbf{B} tworzą kąt α można rozłożyć \mathbf{v} na składowe:

równoległą do pola \mathbf{B} : $v_{\parallel} = v \cos \alpha$
 oraz prostopadłą do \mathbf{B} : $v_{\perp} = v \sin \alpha$
 Składowa v_{\parallel} powoduje jednostajny ruch cząstki (dryf) w kierunku \mathbf{B} ,
 toteż torem wypadkowym jest wówczas helisa

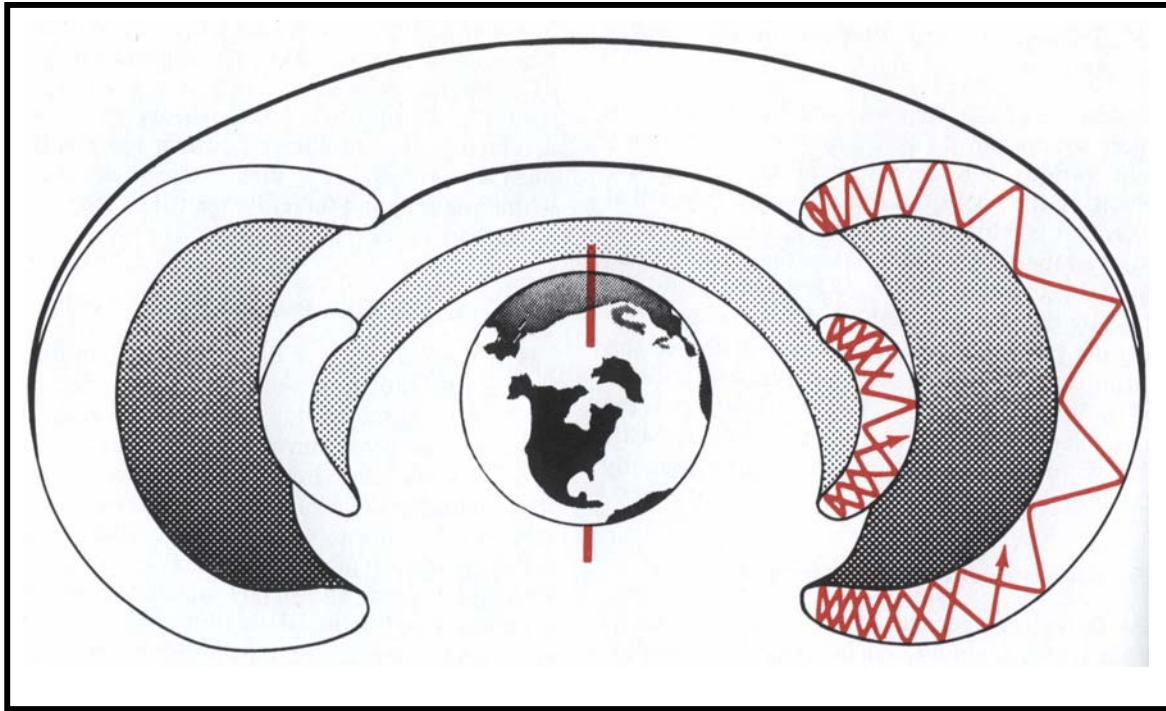


Przykład: proton pierwotnego promieniowania kosmicznego w polu magnetycznym Ziemi.

B (blisko powierzchni) $\approx 1,3 \cdot 10^{-7}$ T

$v \approx 3 \cdot 10^8$ m/s; $Q \approx 1,6 \cdot 10^{-19}$ C; $F_B = Q v B \approx 6,2 \cdot 10^{-18}$ N

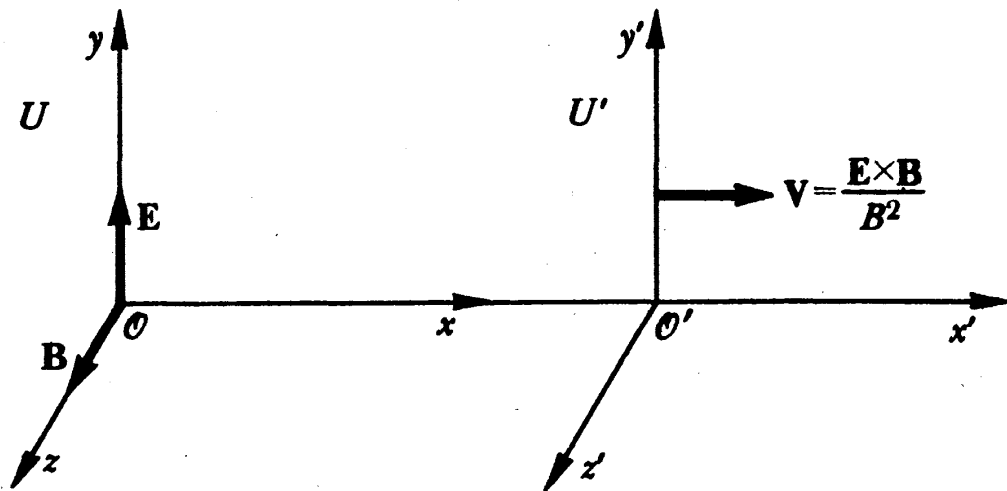
siła grawitacyjna $F_g = m_p g \approx 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg \cdot $9,81$ m/s² $\approx 1,6 \cdot 10^{-26}$ N
 jest mniejsza o osiem rzędów wielkości!



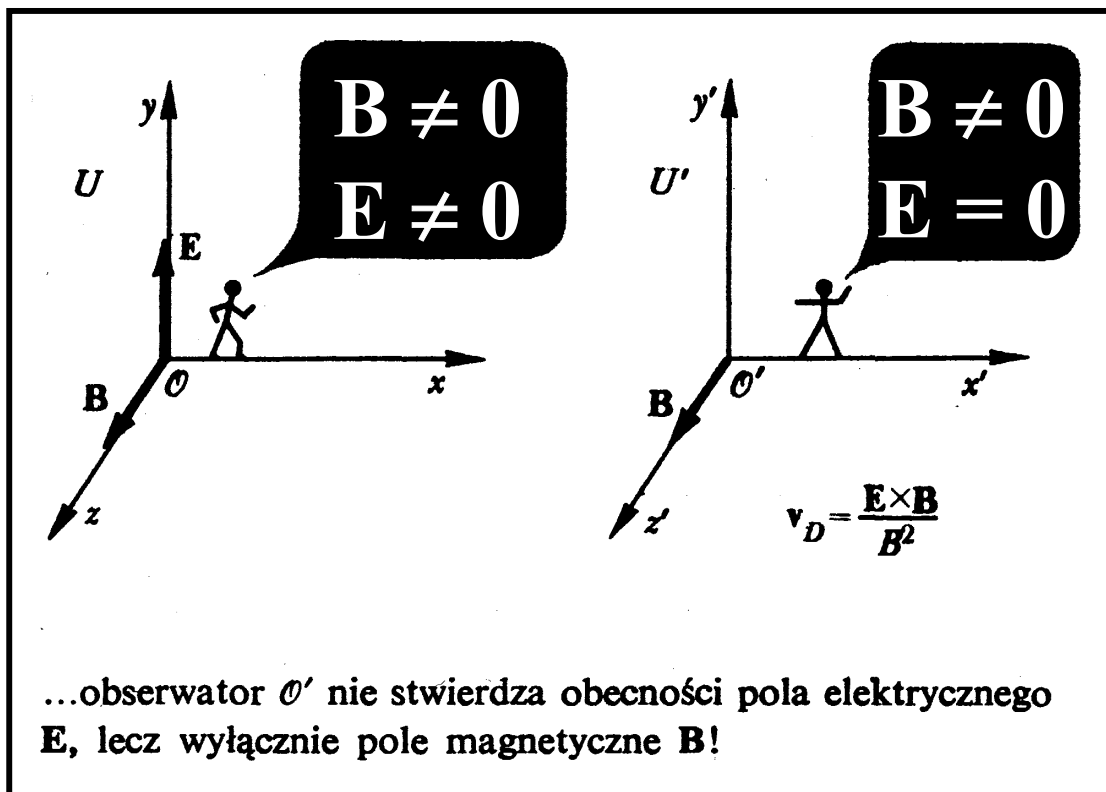
Pierścienie Van Allena wokół Ziemi i innych planet mających pole magnetyczne

Pole \mathbf{B} nie może zmienić energii kinetycznej cząstki

$E_k = \frac{1}{2}m(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2) = \text{const}$, ale v_{\perp} zależy od B , więc kiedy cząstka wędruje w obszar silniejszego pola mamy $E_k \rightarrow E_{k\perp}$
 $\sin \alpha = v_{\perp}/v \rightarrow 1$ i następuje odbicie („lustro magnetyczne”)



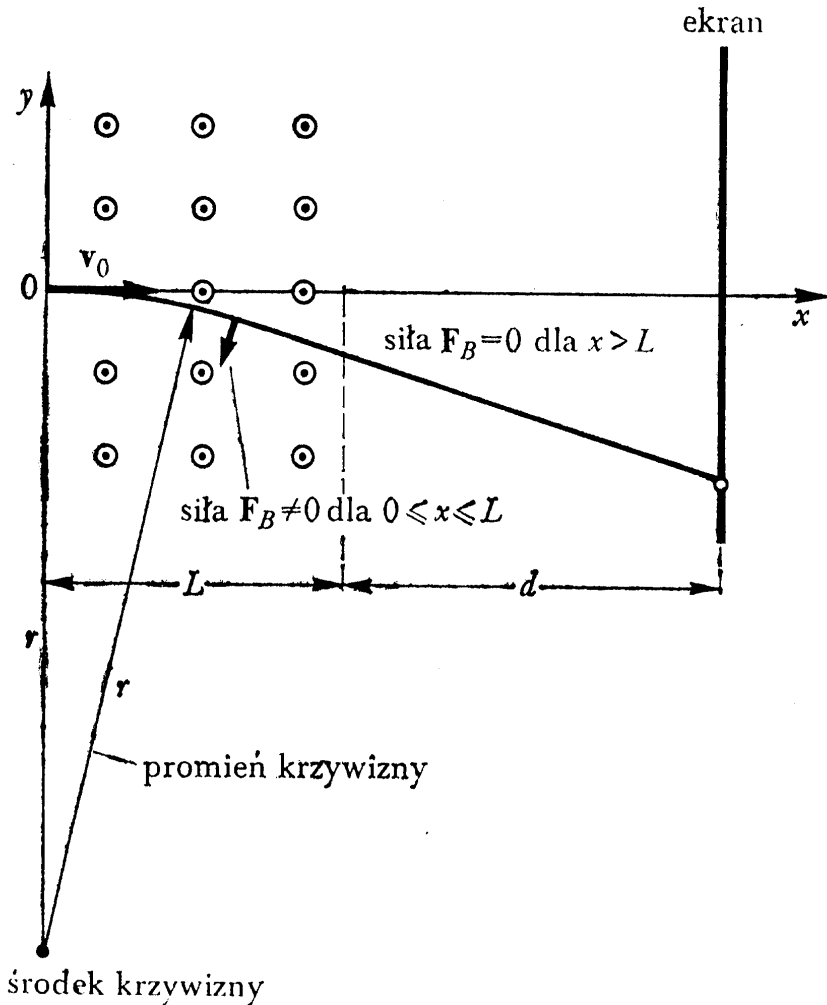
Przejdźmy teraz z inercyjnego układu odniesienia U (układu laboratoryjnego) do inercyjnego układu odniesienia U' poruszającego się wzdłuż osi x ze stałą prędkością $V = (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) / B^2 = E i_x / B = v_D$. Okaze się wówczas, że w układzie U' ...



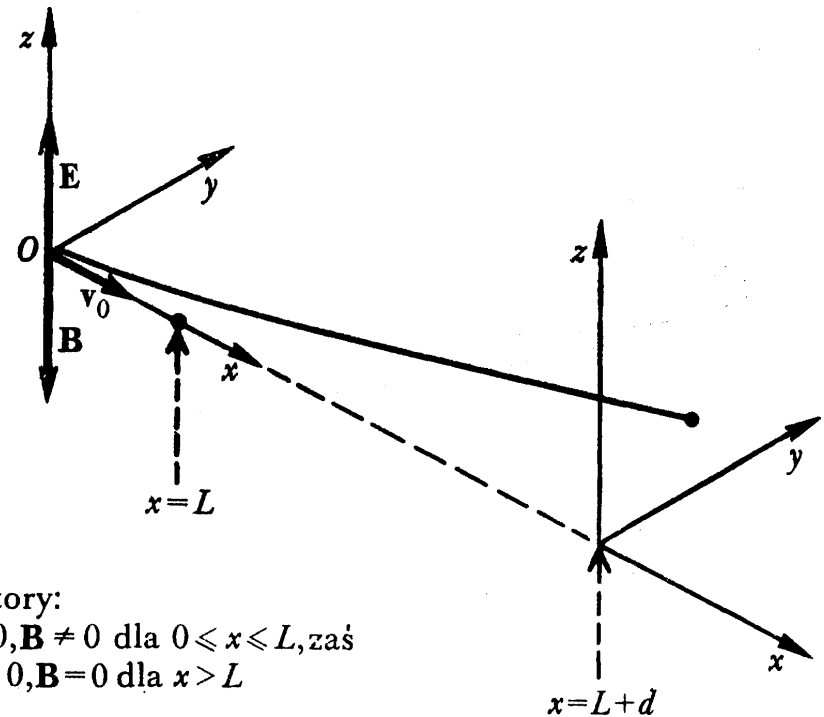
Obecność pola magnetycznego i elektrycznego zależy od ruchu obserwatora!

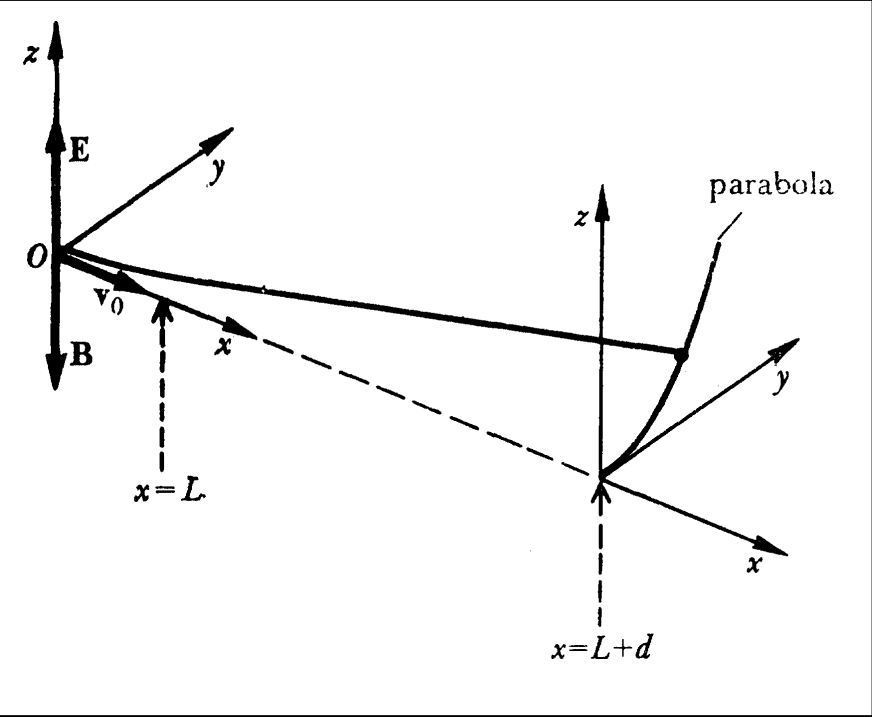
Metoda parabol Thomsona

widok z góry, oś z skierowana za kartkę, a wektor **B** skierowany prostopadle do rysunku, do nas



mamy teraz także pole **E** skierowane przeciwnie do **B**,
wzdłuż osi z

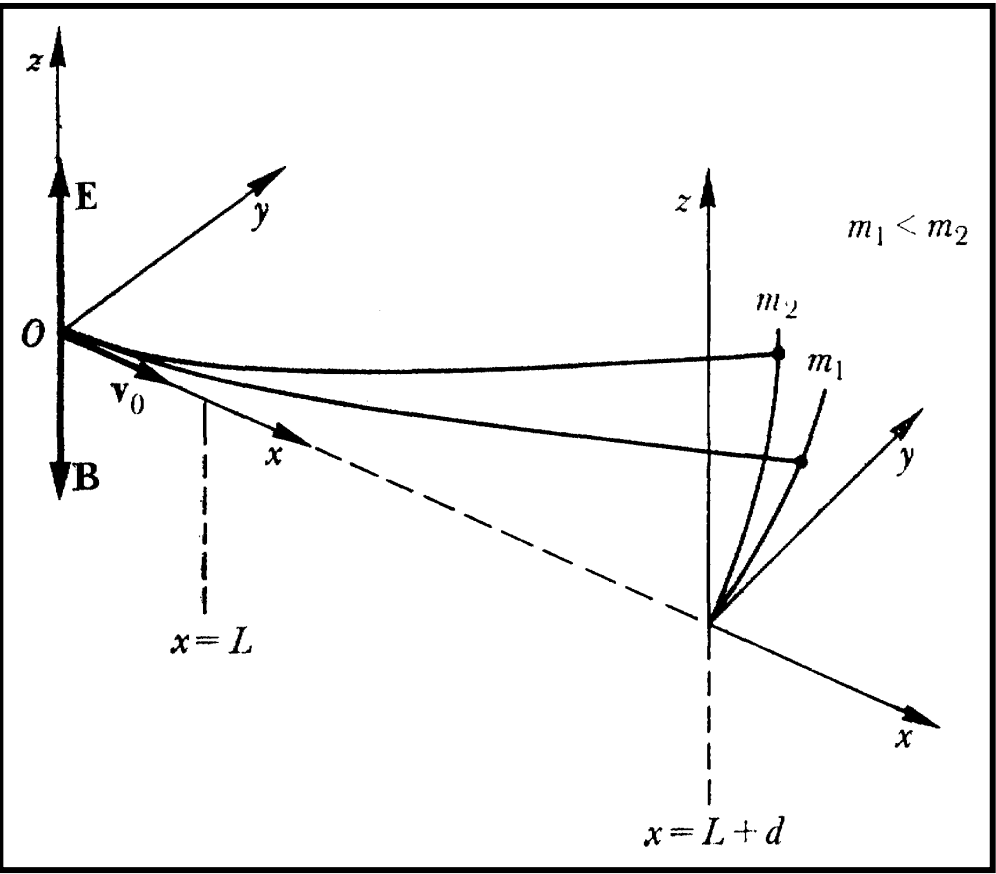




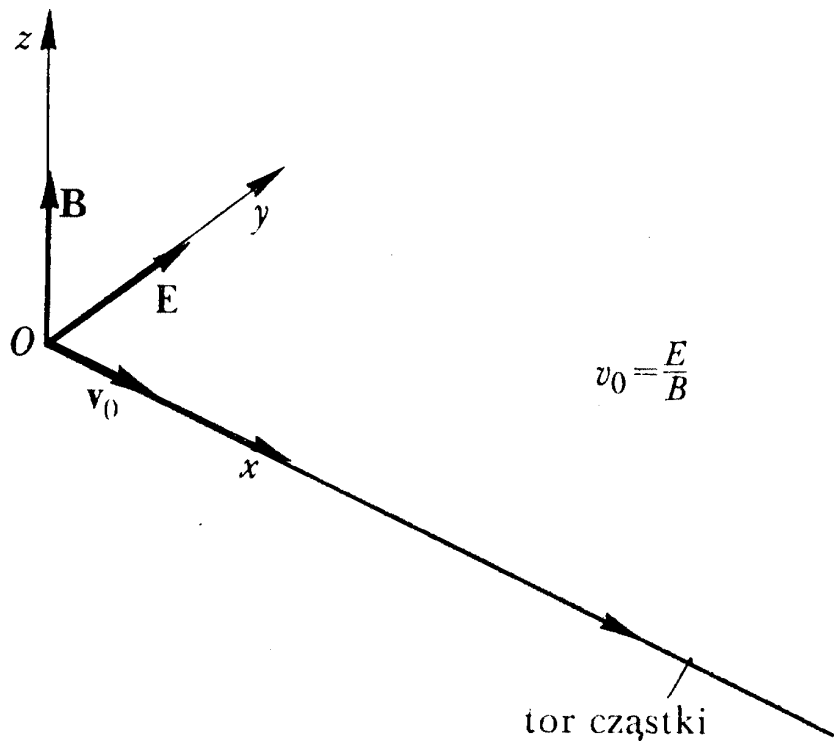
← parabola dla cząstek o różnych wartościach v_0 i tym samym stosunku Q/m

i parabole dla cząstek o tym samym ładunku Q ale różnych masach

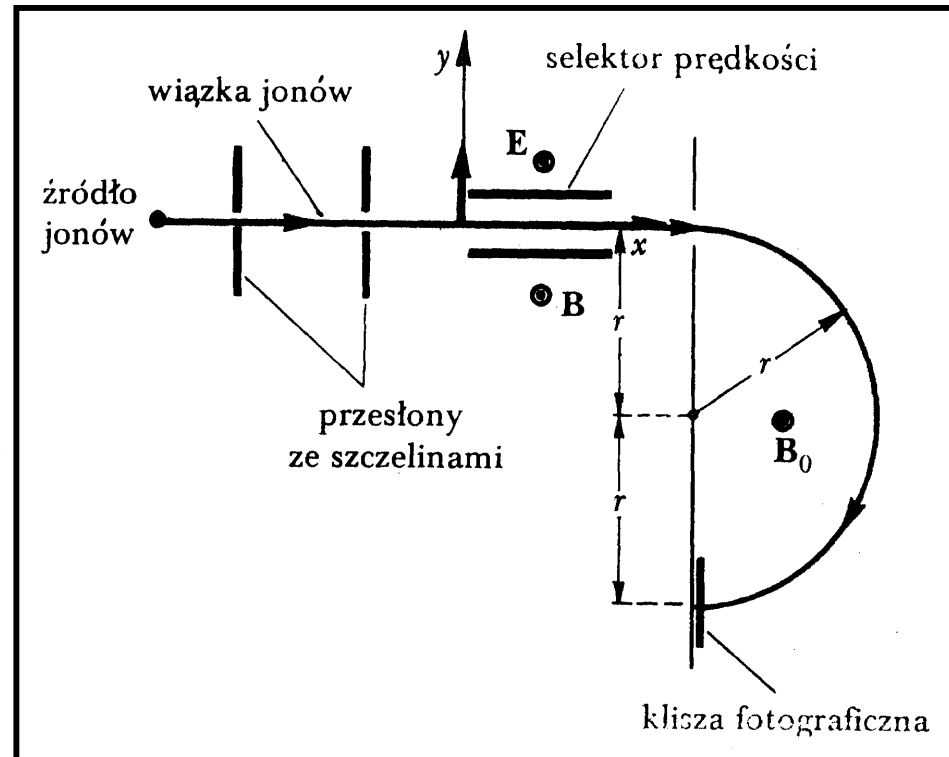
↓



Stosując metodę parabol J. J. Thomson odkrył w 1913 r. istnienie izotopów neonu ^{20}Ne i ^{22}Ne , co zapoczątkowało spektroskopię masową

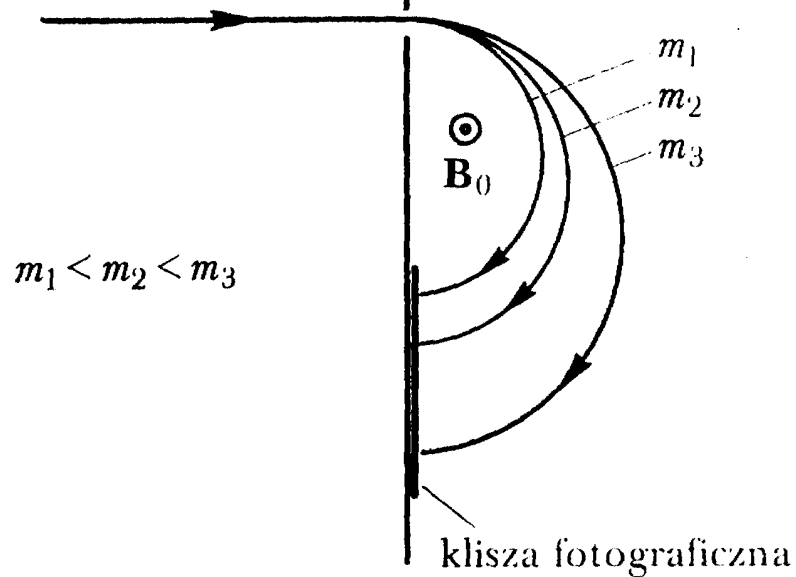


W skrzyżowanych polach \mathbf{B} i \mathbf{E} cząstka o prędkości v_0 prostopadłej do wektorów \mathbf{B} i \mathbf{E} i spełniającej warunek $v_0 = E/B$ nie doznaje żadnego odchylenia. Skrzyżowane pola \mathbf{B} i \mathbf{E} działają jak selektor prędkości



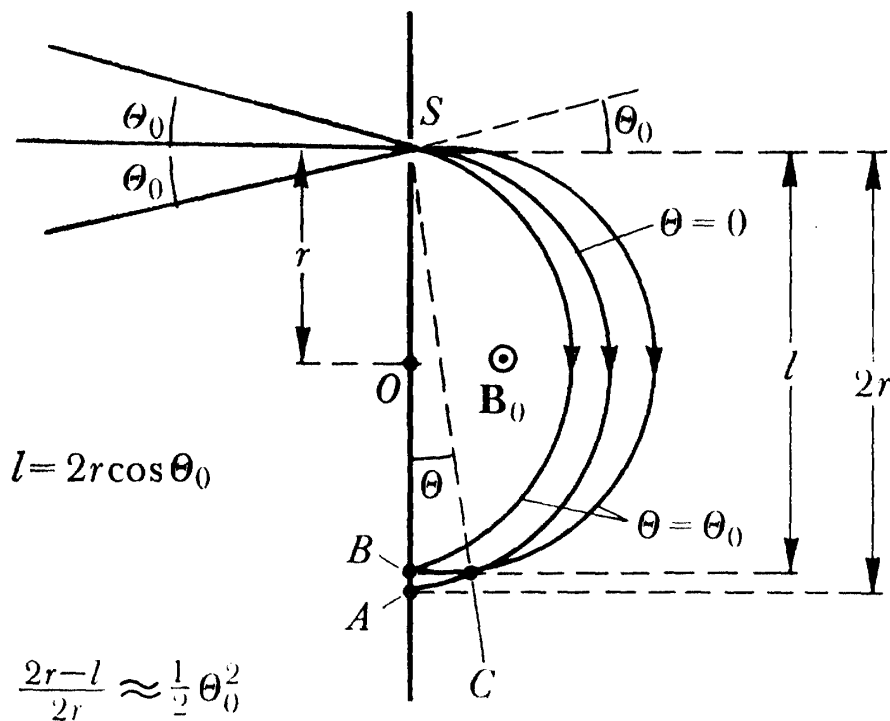
Taki selektor prędkości znalazł zastosowanie w spektrometrii masowej, np. w spektrometrze Bainbridge'a

przesłona ze szczeliną



Cząstki o różnych masach uderzają w kliszę w różnych odległościach od szczeliny

Jednorodne pole magnetyczne ma właściwość ogniskowania cząstek



Opis ruchu w nieinercjalnych układach odniesienia

Układ inercjalny U; obserwowane przyspieszenie \mathbf{a}

Układ U' ma względem U przyspieszenie $\mathbf{a}_{unoszenia} = \mathbf{a}_{rotacji} + \mathbf{a}_{translacji}$
w układzie U' obserwuje się przyspieszenie \mathbf{a}'

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}' + \mathbf{a}_{unoszenia}$$

Ograniczamy się do przypadku jednostajnego obrotu U' względem U
($\boldsymbol{\omega} = \text{const}$) oraz $\mathbf{a}_{translacji} = 0$

w tym wypadku $\mathbf{a}_u = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}' + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}')$

Obserwator O' obserwuje siłę $\mathbf{F}' = m\mathbf{a}' = m\mathbf{a} - m\mathbf{a}_u = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{bezwładności}}$

$$-m\mathbf{a}_u = \underbrace{-2m\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}'}_{\text{siła bezwładności Coriolisa}} - \underbrace{m\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}')}_{\text{siła bezwładności odśrodkowa}}$$

siła

bezwładności

Coriolisa

F_{BC}

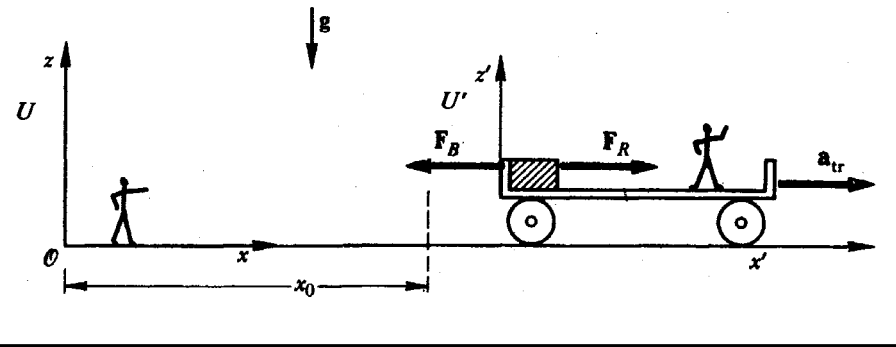
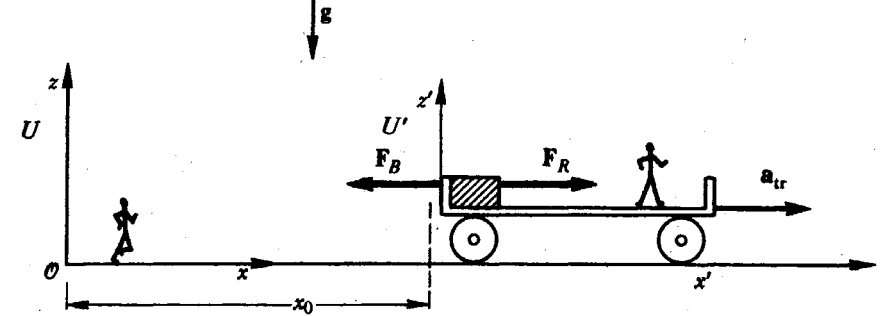
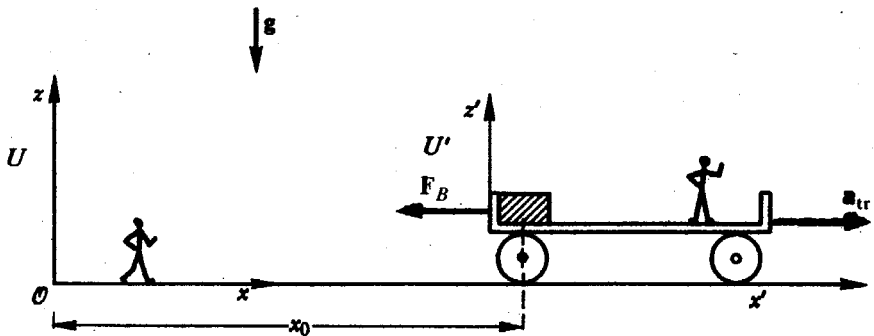
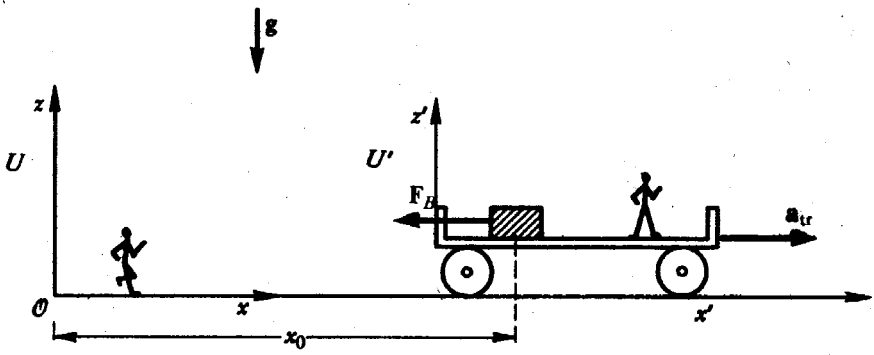
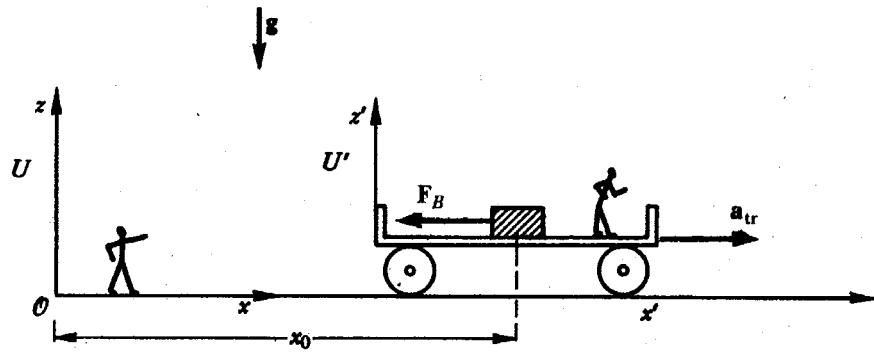
siła

bezwładności

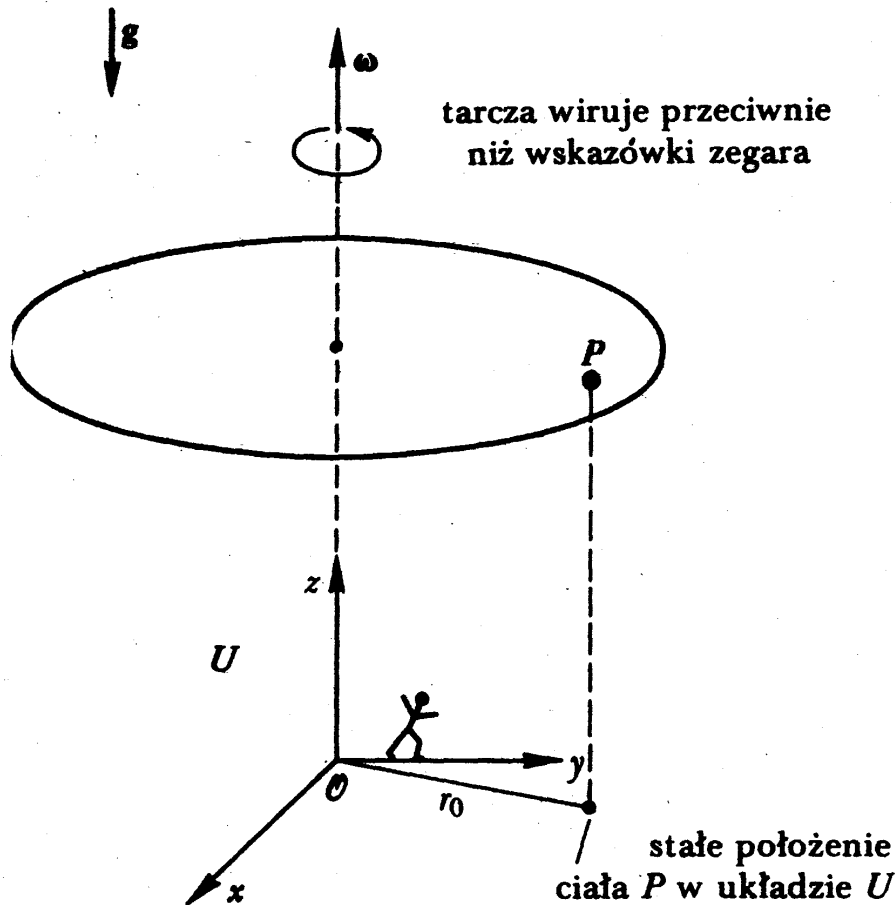
odśrodkowa

F_{Bo}

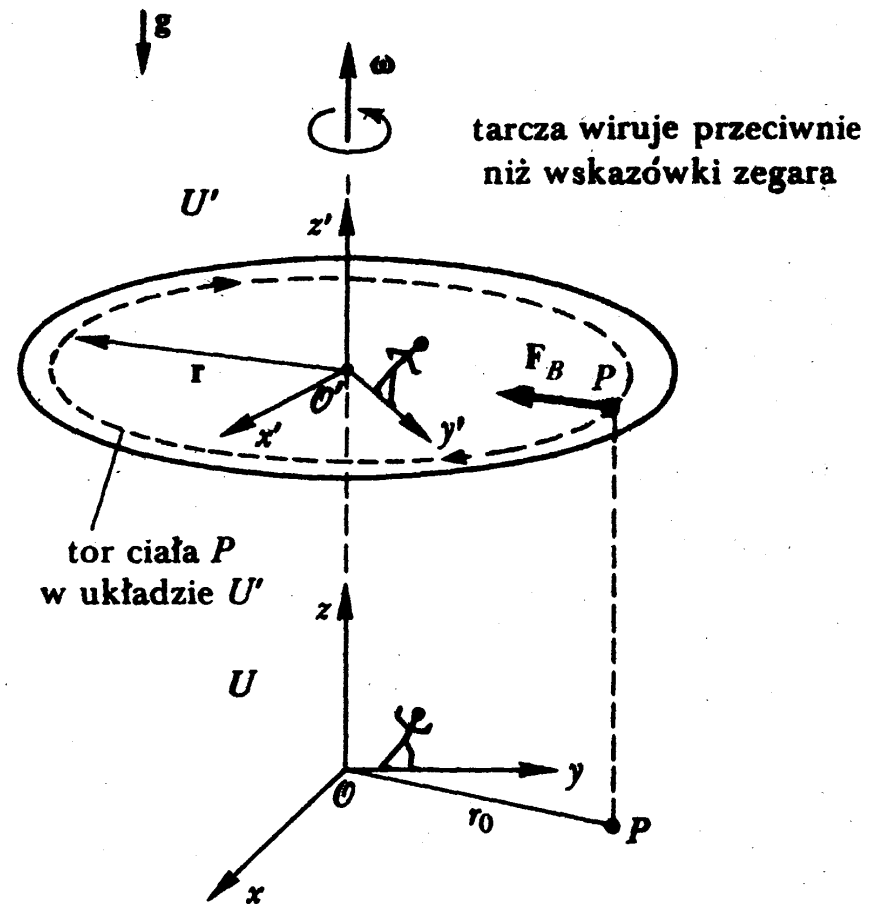
Porównanie punktów widzenia obserwatorów przy ruchu postępowym układów



Porównanie punktów widzenia obserwatorów przy ruchu obrotowym układów



Obserwator θ : ciało P pozostaje w spoczynku, tarcza wiruje pod ciałem nie wpływając na jego stan ruchu (brak tarcia!).



Obserwator θ' : ciało P znajduje się w ruchu jednostajnym po okręgu o promieniu r_0 z prędkością kątową ω , zgodnie z ruchem wskazówek zegara, pod wpływem siły bezwładności $F_B = F_{BC} + F_{Bo} = m\omega \times (\omega \times r') = -m\omega^2 r'$.

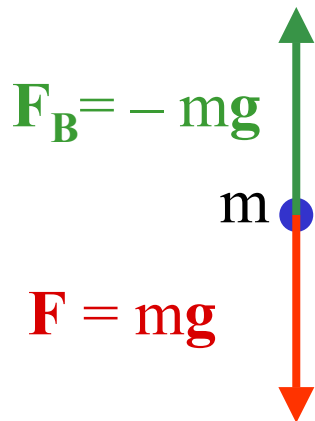
Przez dobór układu U' tak, aby $\mathbf{a}' = 0$, sprowadzamy zagadnienie dynamiczne do zagadnienia statycznego

$$\mathbf{F} + \mathbf{F}_B = 0$$

Zasada d'Alemberta

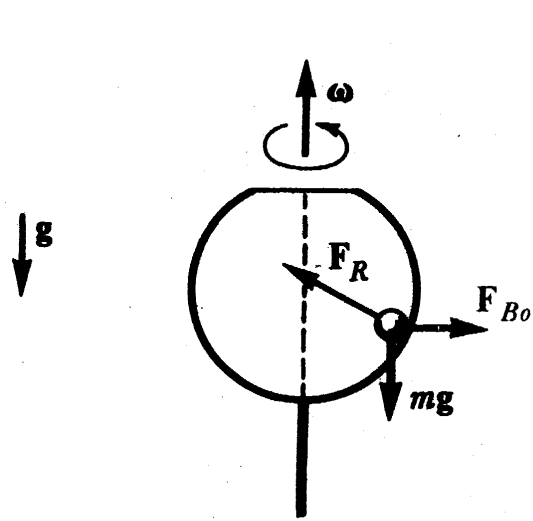
Siły bezwładności nie są związane z żadnymi oddziaływaniami;
nazywa się je czasem siłami pozornymi

Szczególnym przykładem układu nieinercyjnego jest układ spadający swobodnie w polu siły ciężkości

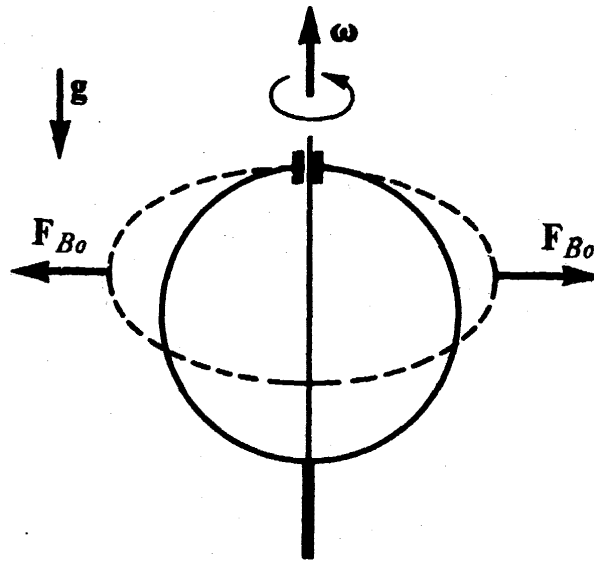


W spadającej swobodnie windzie ciało spoczywa,
gdyż wypadkowa siły ciężkości i siły
bezwładności jest zero \Rightarrow stan nieważkości

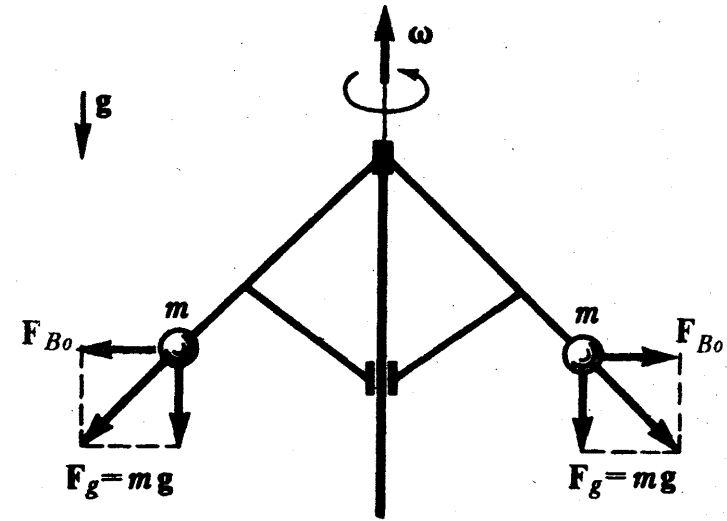
Przykłady interpretacji doświadczeń



kulka w wirującym naczyniu



spłaszczenie wirującej płaskiej
sprężyny stalowej



regulator odśrodkowy Watta