

# **Rozdział 7**

**Kinematyka oddziaływań.**

**Wnioski z transformacji Lorentza.**

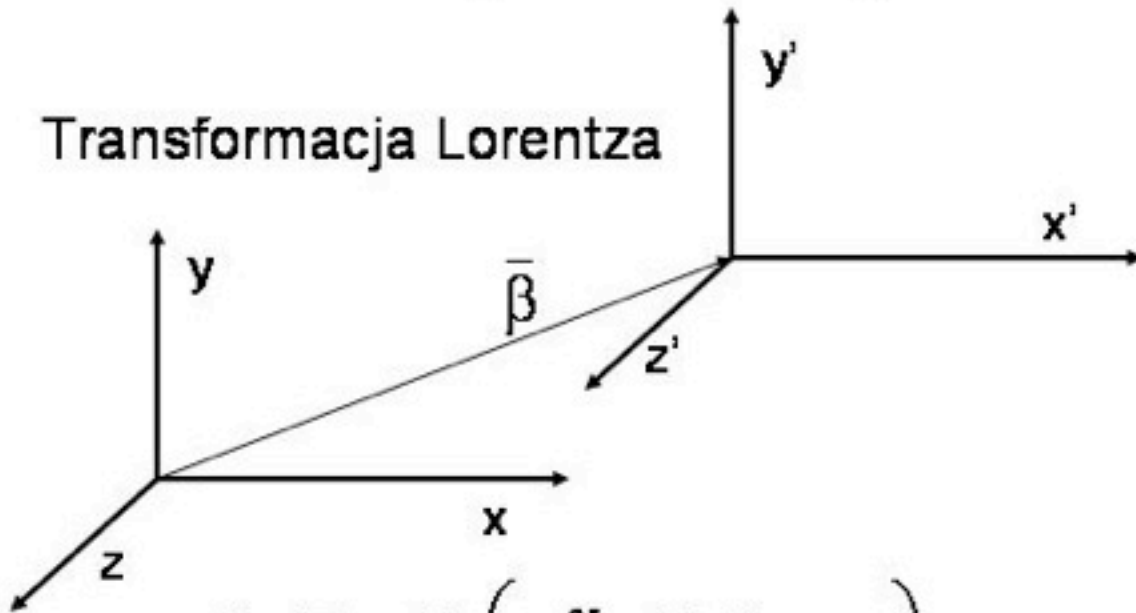
**Zmienna  $x$  Feynmana, pospieszność (*rapidity*) i pseudopospieszność (*pseudorapidity*).**

**Rozpraszanie leptonów na hadronach.**

**Zmienna  $x$  Bjorkena. Rozpraszanie głębokonieelastyczne (DIS). Jety**

# Elementy kinematyki relatywistycznej

Transformacja Lorentza



$$\bar{\beta} = \frac{\bar{v}}{c} = \frac{\bar{p}}{m}$$

$$\gamma = \frac{E}{M}$$

$$\bar{p} = \bar{p}^* + \bar{\beta}\gamma \left( \frac{\gamma}{\gamma + 1} \bar{\beta} \cdot \bar{p}^* + \varepsilon^* \right); \quad \varepsilon = \gamma(\varepsilon^* + \bar{\beta} \cdot \bar{p}^*)$$

dla  $\bar{\beta} \parallel \bar{p}_x$

$$p_L \equiv p_x = p_x^* + \frac{\beta^2 \gamma^2}{\gamma + 1} p_x^* + \beta \gamma \varepsilon^* = \gamma p_x^* + \beta \gamma \varepsilon^* \quad \text{pęd podłużny}$$

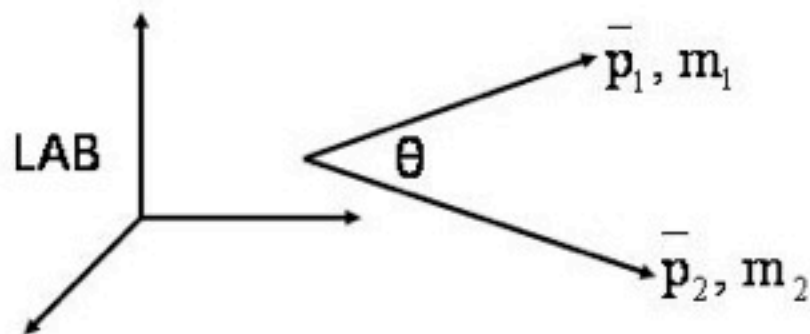
$$p_T \equiv p_T^* \quad (\beta_T = 0) \quad \text{pęd poprzeczny}$$

## Wektor energii-pędu (czteropęd)

$$P = \left\{ \frac{E}{c}, \bar{\mathbf{p}} \right\}; \quad P^2 = m^2 c^2$$

$$P = \{E, \bar{\mathbf{p}}\}; \quad P^2 = m^2 \quad (c = 1)$$

niezmienniki (invariants)  $P^2$ ,  $\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2$ ,  $(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2$ ,  $(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)^2$



$$\mathbf{p}_1 = \{\epsilon_1, \bar{\mathbf{p}}_1\}; \quad \mathbf{p}_2 = \{\epsilon_2, \bar{\mathbf{p}}_2\}$$

$$\text{CM: } \bar{\mathbf{p}}_1^* + \bar{\mathbf{p}}_2^* = 0; \quad \mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^* = \{\epsilon_1^* + \epsilon_2^*, \mathbf{0}\}; \quad E^* = \epsilon_1^* + \epsilon_2^*$$

$$E^{*2} = (\epsilon_1^* + \epsilon_2^*)^2 = (\mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^*)^2 = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2$$

$$P^2 = (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2)^2 = M^2 = E^{*2} = (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 - (\bar{\mathbf{p}}_1 + \bar{\mathbf{p}}_2)^2 = \text{inv}$$

$$E^{*2} = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_1\varepsilon_2 - p_1^2 - p_2^2 - 2p_1p_2 \cos\theta =$$

$$= 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + m_1^2 + m_2^2 - 2p_1p_2 \cos\theta$$

$$E^{*2} = 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + m_1^2 + m_2^2 - 2\sqrt{(\varepsilon_1^2 - m_1^2)(\varepsilon_2^2 - m_2^2)} \quad \theta = 0 \quad \Rightarrow$$

$$= 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + m_1^2 + m_2^2 + 2\sqrt{(\varepsilon_1^2 - m_1^2)(\varepsilon_2^2 - m_2^2)} \quad \theta = \pi \quad \Leftarrow$$

**Przykład 1. Wpływ energii Fermiego:**

wiązka protonów 100 GeV,

tarcza w spoczynku,

energia kinetyczna nukleonów w jądrze  $\approx 20$  MeV

dla uproszczenia przyjmujemy  $m_1 = m_2 = 1$  GeV

$$\varepsilon_1 = 1,02; \quad \varepsilon_2 = 100; \quad 2\sqrt{0,04 \cdot 9999} \approx 40; \quad 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + m_1^2 + m_2^2 = 206$$

$$E^{*2} = 206 \pm 40 \text{ GeV} \quad (+ \theta = \pi, \quad - \theta = 0)$$

to odpowiada energii w układzie CM

$$E^* \begin{cases} 15,68 & \theta = \pi \\ 14,35 & \theta = \pi/2 \\ 12,88 & \theta = 0 \end{cases}$$

Porównanie ze zderzeniem z tarczą stacjonarną:

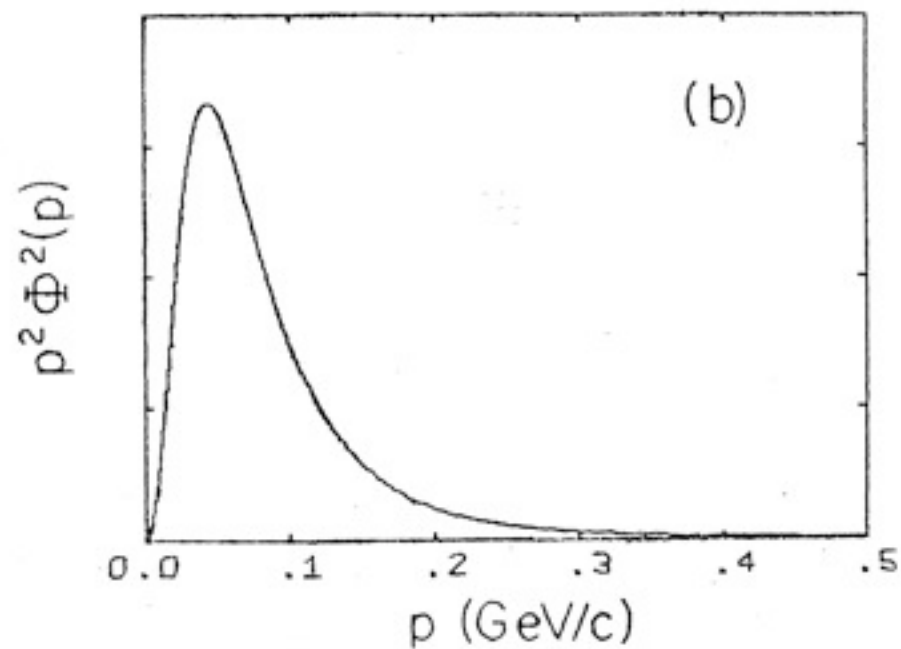
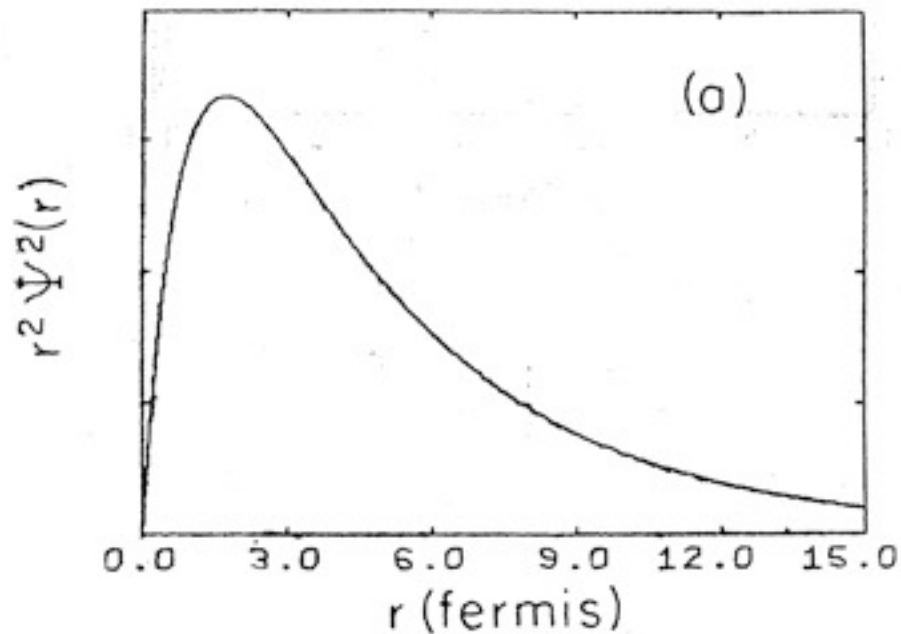
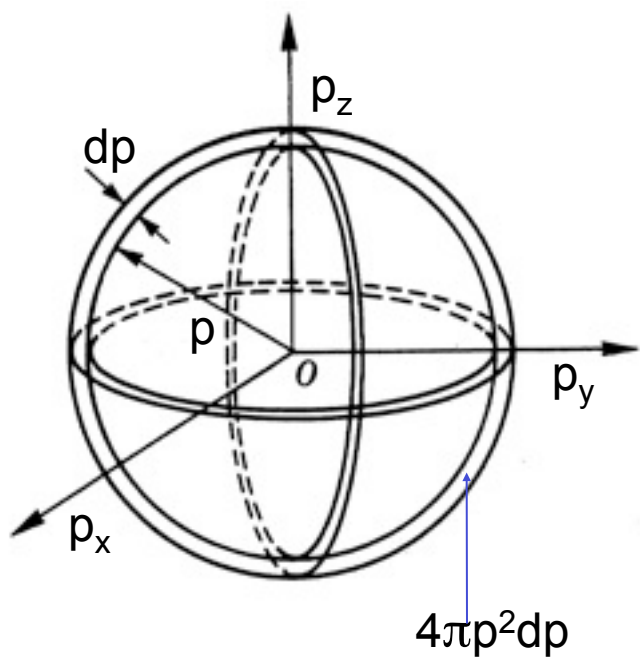
$\varepsilon_2'$  = energia protonu, którego zderzenie z innym protonem w spoczynku daje  $E^*$

$$\vec{p}_1 = 0; \quad \varepsilon_1 = m_1 = m_2 = 1$$

$$E^{*2} = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + 2\varepsilon_1\varepsilon_2' - p_2^2 = 2(1 + \varepsilon_2')$$

$$\varepsilon_2' = 122 \quad \text{dla } \theta = \pi, \quad \varepsilon_2' = 82 \quad \text{dla } \theta = 0$$

# Funkcja falowa Hulthéna dla deuteronu

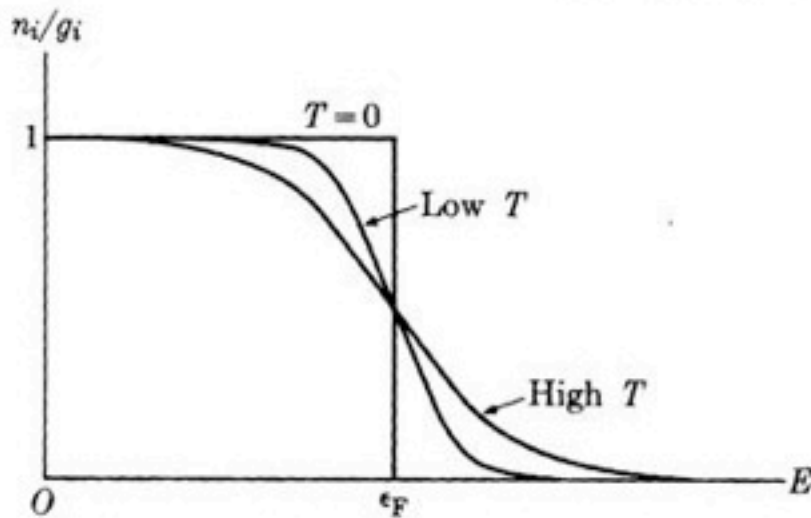


# Gaz Fermiego nukleonów w jądrze

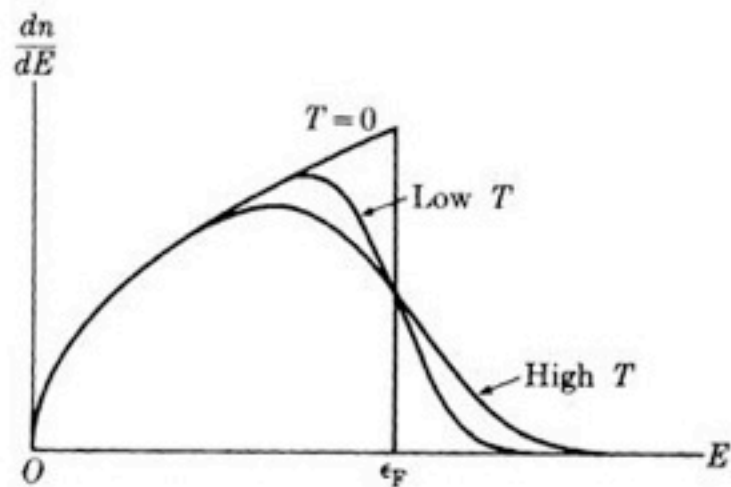
$$dN = \frac{V \cdot 4\pi p^2 dp}{h^3}$$

liczba komórek w objętości  $V$   
i w zakresie od  $p$  do  $p + dp$   
w każdej komórce mogą być  
po 2 neutrony i po 2 protony

## rozkład Fermiego



rozkład obsadzeń



rozkład energii

## Gaz Fermiego nukleonów w jądrze (cd.)

$$N = \int_0^{p_F} 2 \frac{V \cdot 4\pi p^2 dp}{h^3} \quad \Rightarrow \quad p_F = h \left( \frac{3N}{8\pi V} \right)^{1/3}$$

$$E_F = \frac{p^2}{2M} = \frac{h^2}{8M} \left( \frac{3N}{\pi V} \right)^{2/3} \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 A$$

$$\text{dla } N = N_p = N_n \cong A/2 \quad E_F = \frac{h^2}{8Mr_0^2} \left( \frac{9}{8\pi^2} \right)^{2/3} \cong 33 \text{ MeV}$$

Średnia energia Fermiego =  $3E_F/5 \cong 20 \text{ MeV}$

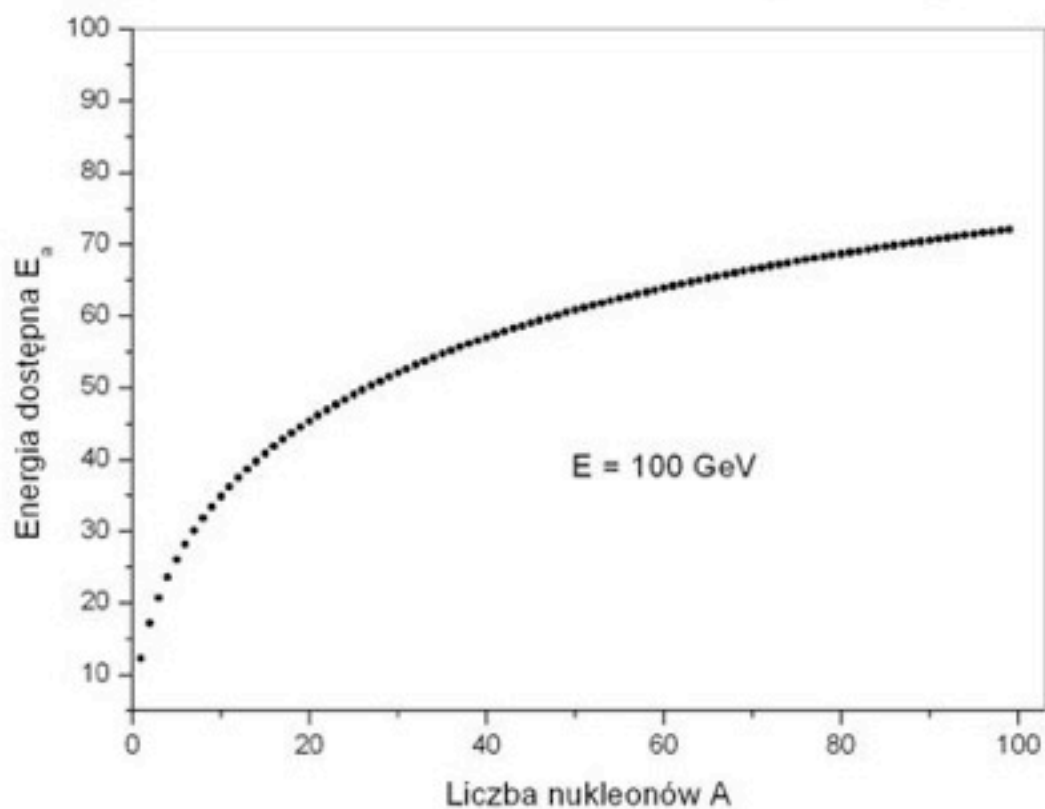
średni pęd Fermiego  $\cong 200 \text{ MeV}/c$



Przykład 2. Wpływ masy tarczy. Nukleon o energii  $E = 100$  GeV zderza się z grupą  $A$  nukleonów w spoczynku. Znajdziemy zależność energii dostępnej  $E_a$  od  $A$

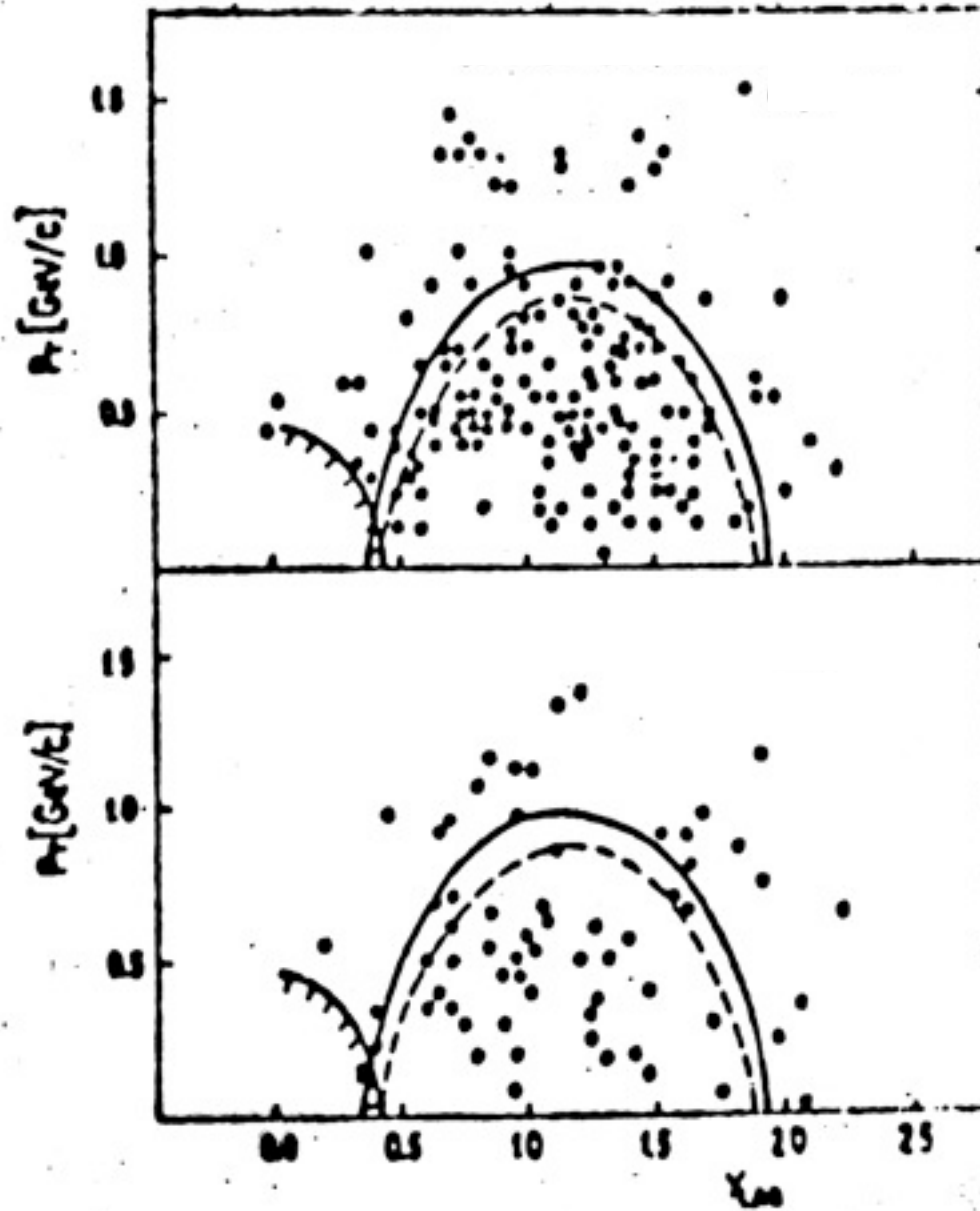
$$E^{*2} = 2\varepsilon_1\varepsilon_2 + m_1^2 + m_2^2; \quad \varepsilon_1 = m_1 = A; \quad \varepsilon_2 = 100; \quad m_2 = 1$$

$$E_a = E^* - (A + 1) = \sqrt{A^2 + 200A + 1} - (A + 1)$$



hiperony  $\Lambda$

C-Cu, C-Zr



C-Pb, O-Pb

Przykład 3. Obserwacja cząstki z układu CM innej cząstki.  
(np. wybieramy CM cząstki 1)

$$\bar{\mathbf{p}}_1 = 0; \quad \epsilon_1 = m_1; \quad \epsilon_2 = E_{21}; \quad \mathbf{p}_1 = \{\epsilon_1, 0\}; \quad \mathbf{p}_2 = \{\epsilon_2, \bar{\mathbf{p}}_2\}$$

$$\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 = \epsilon_1 \epsilon_2 = m_1 \epsilon_2; \quad E_{21} = \epsilon_2 = \frac{\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2}{m_1}$$

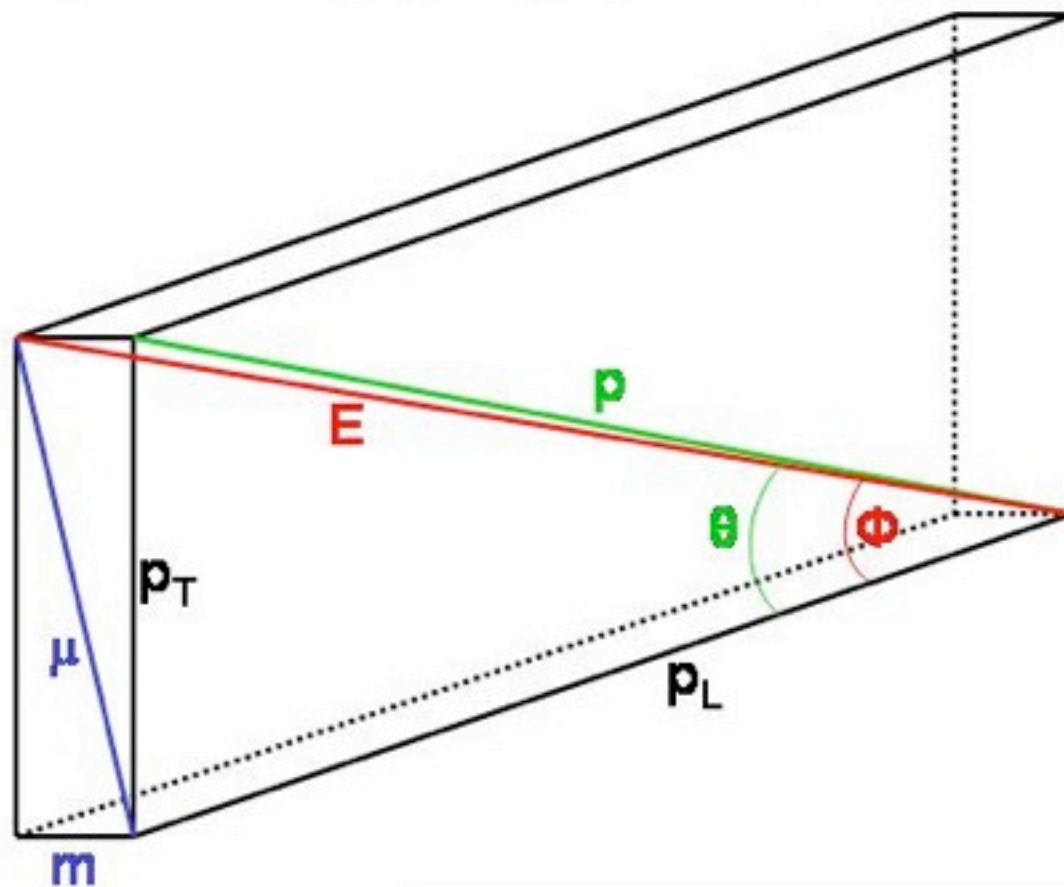
$$|\bar{\mathbf{p}}_{21}|^2 = E_{21}^2 - m_2^2 = \frac{(\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2)^2 - m_1^2 m_2^2}{m_1^2}; \quad \mathbf{v}_{21}^2 = \frac{|\bar{\mathbf{p}}_{21}|^2}{E_{21}^2} = \frac{(\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2)^2 - m_1^2 m_2^2}{(\mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2)^2}$$

Przykład 4. Energia i pęd cząstki w ogólnym układzie CM.  
Wprowadzamy „cząstkę” o masie M i czteropędzie  $\mathbf{P} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$

$$\epsilon_1 = \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_1}{M}$$

$$|\bar{\mathbf{p}}_1^{*2}|^2 = \frac{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_1)^2 - M \cdot m_1^2}{M^2}; \quad \mathbf{v}_1^{*2} = \frac{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_1)^2 - M^2 \cdot m_1^2}{(\mathbf{P} \cdot \mathbf{p}_1)^2}$$

# Pospieszność (rapidity) i pseudopospieszność (pseudorapidity)



$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\mu}{p_L}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p_T}{p_L}$$

$$\mu = \sqrt{p_T^2 + m^2}$$

masa poprzeczna

rapidity

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_L}{E - p_L} = - \ln \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}$$

$$E = \sqrt{p^2 + m^2} = \sqrt{\mu^2 + p_L^2}$$

$$E + p_L = \sqrt{\mu^2 + p_L^2} + p_L = p_L \left( \sqrt{\frac{\mu^2}{p_L^2} + 1} + 1 \right) = p_L \left( \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} + 1 \right)$$

$$\frac{E + p_L}{E - p_L} = \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} + 1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} - 1} = \frac{1 + \cos \varphi}{1 - \cos \varphi} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right)}$$

pseudorapidity

$$\eta = - \ln \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \approx y$$

( $m \ll p_T$ )

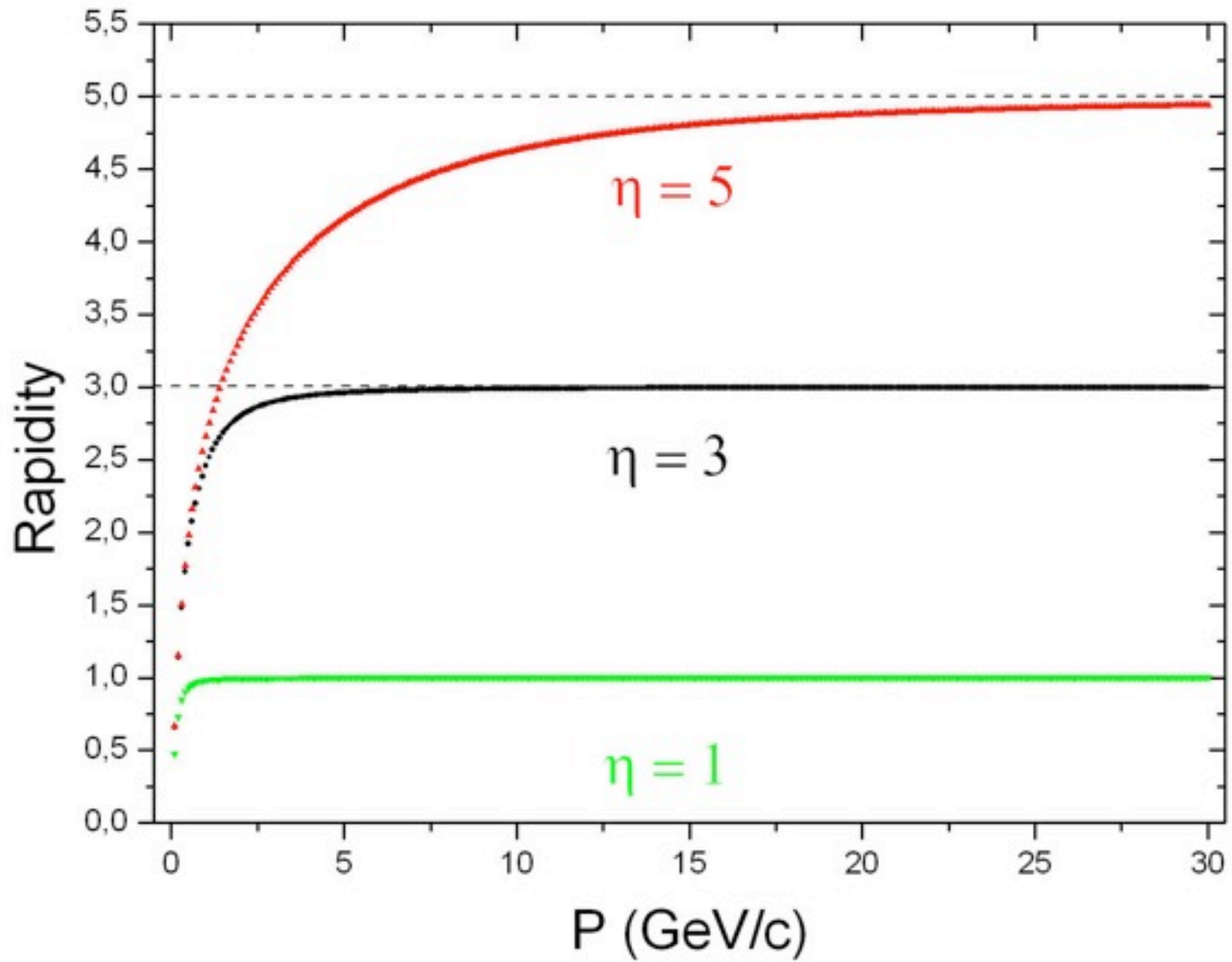
$$p_T \approx 0 \Rightarrow \eta > y$$



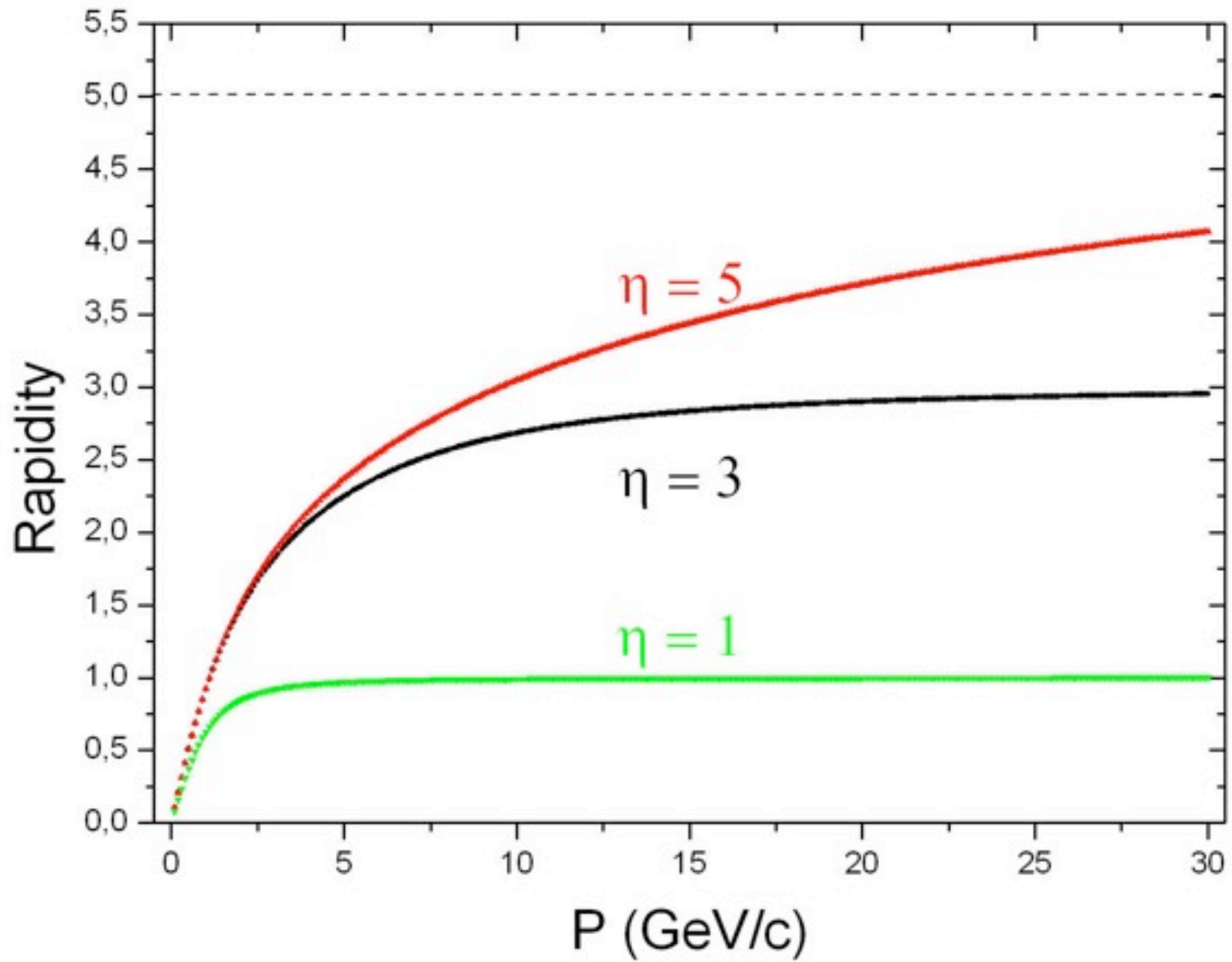
wygodna transformacja  $y$

$$y_{\text{LAB}} = y_{\text{CM}} + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1 + \beta_{\text{CM}}}{1 - \beta_{\text{CM}}} \right)$$

# mezony $\pi$



# protony

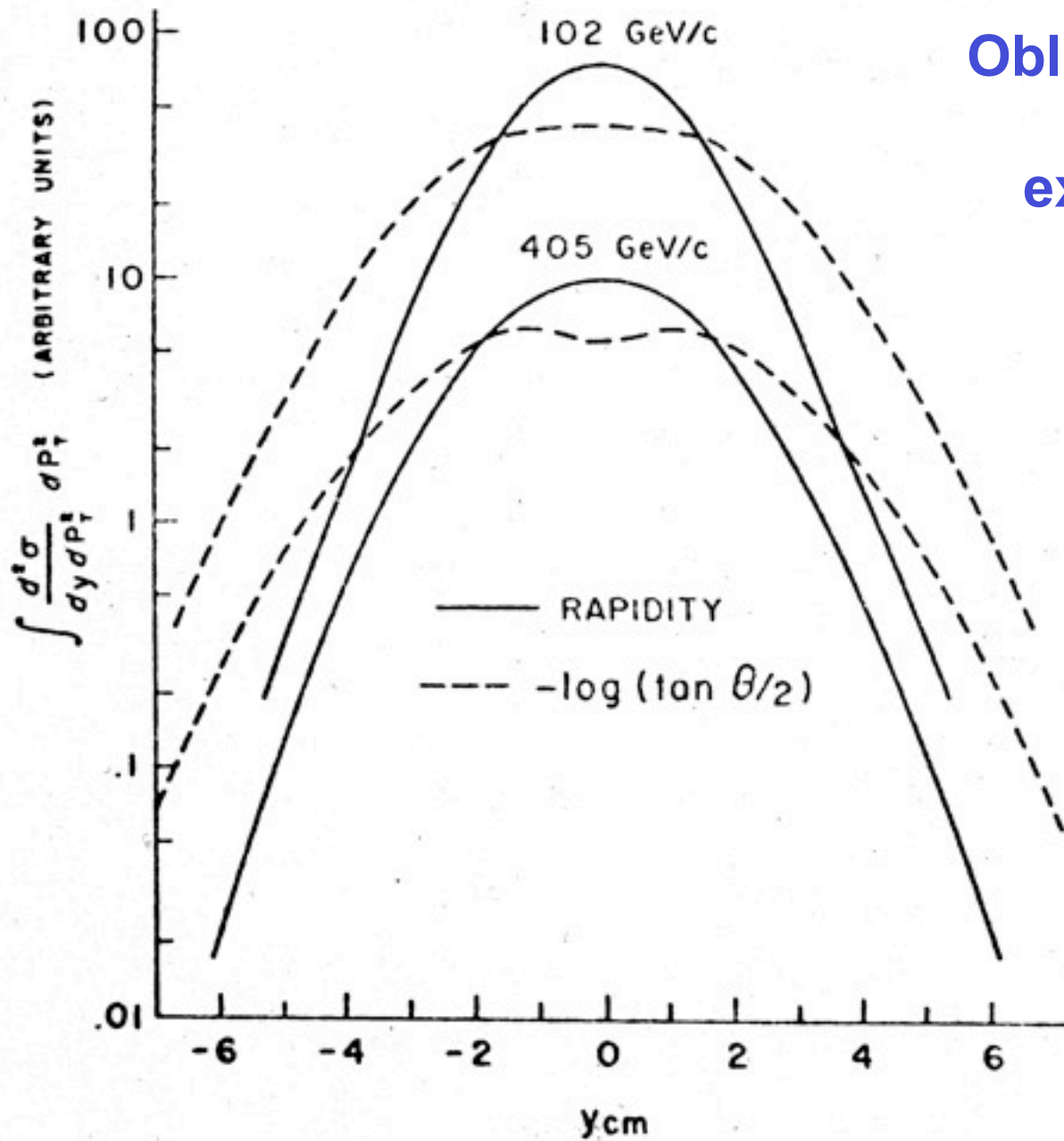


## Obliczenia Monte-Carlo

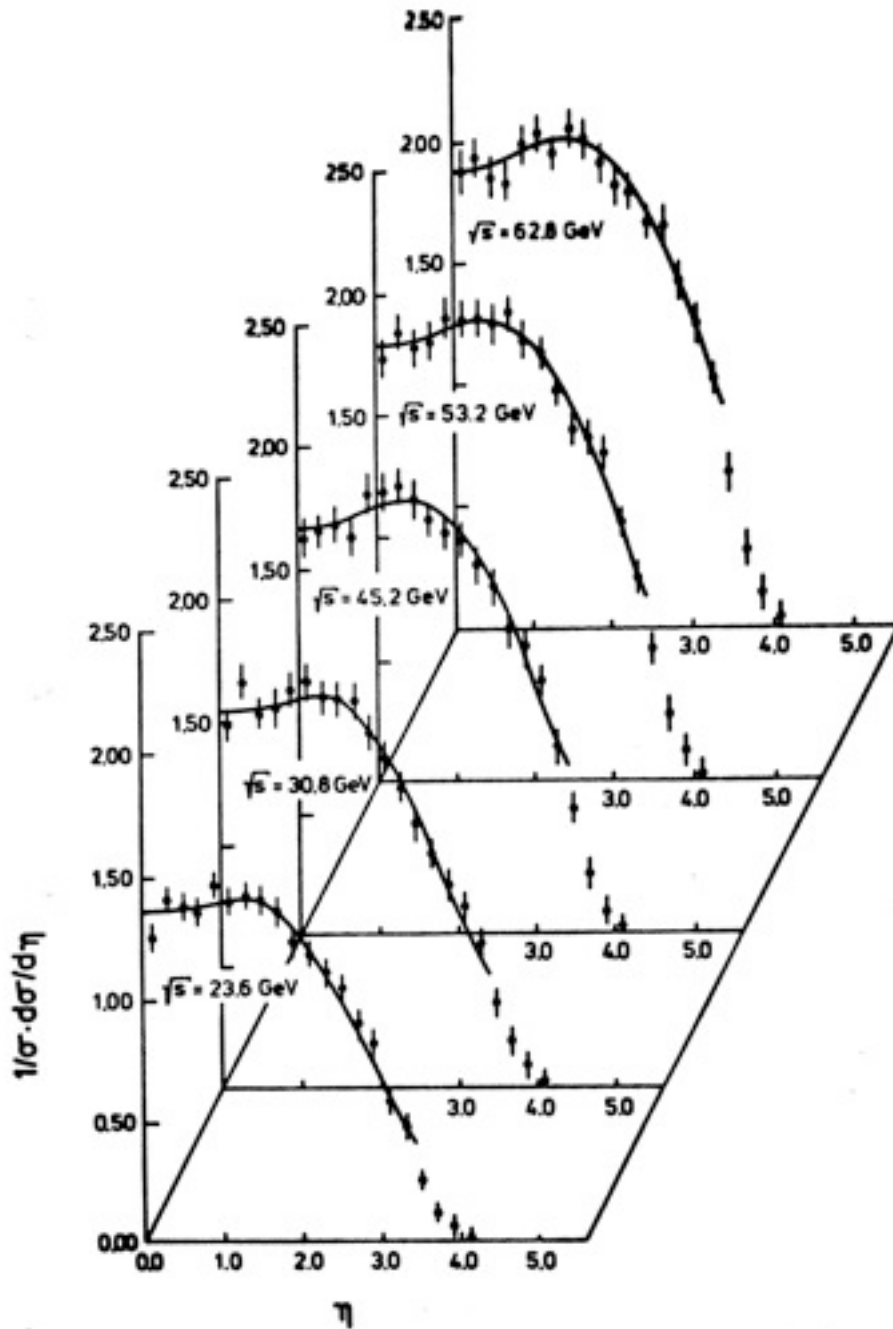
$$\exp[-(y^2/a) - (p_t/b)]$$

$$a = \log(s/4m_p^2)$$

$$b = 160 \text{ MeV}/c$$



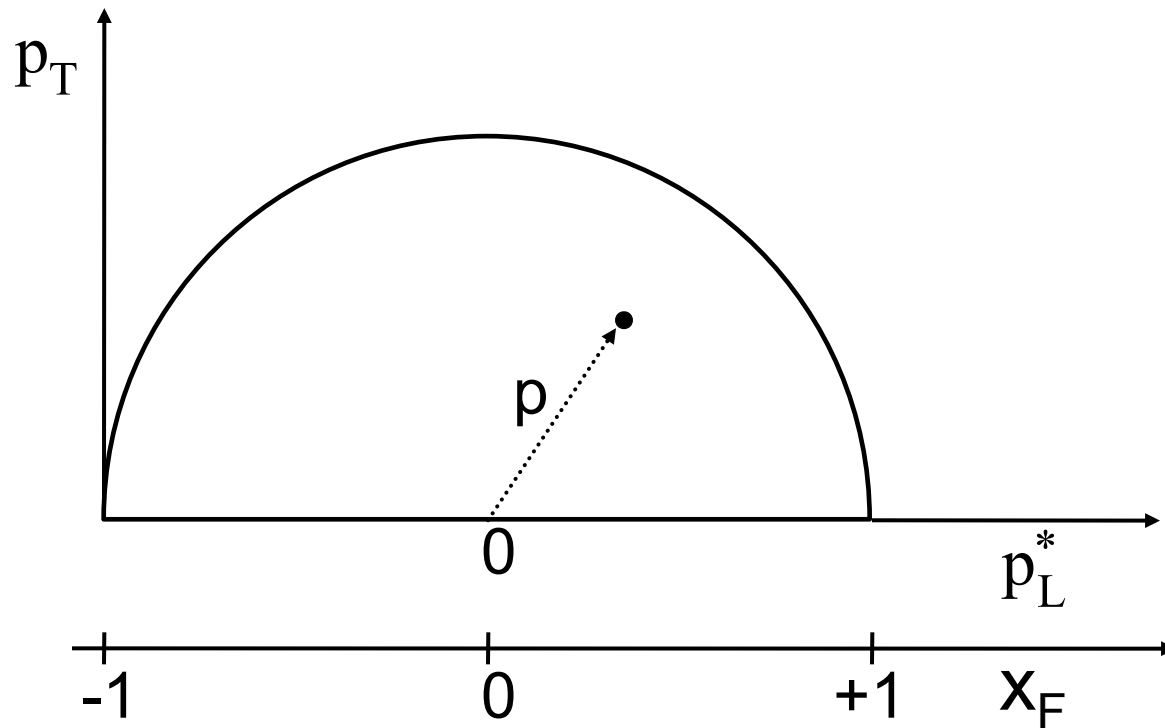




Rozkłady pseudorapidity przy wysokich energiach (wyniki UA5 Collaboration)

„plateau”  
 $\Delta y (\Delta\eta) \sim \log s$

# Przedstawianie danych na wykresach



Wykres Peyrou  
(wykres  $p_L^* - p_T$ )

$$x_F = \frac{p_L^*}{p_L^*(\max)} \approx \frac{2E}{\sqrt{s}}$$

$$s = E^{*2} = W^2$$

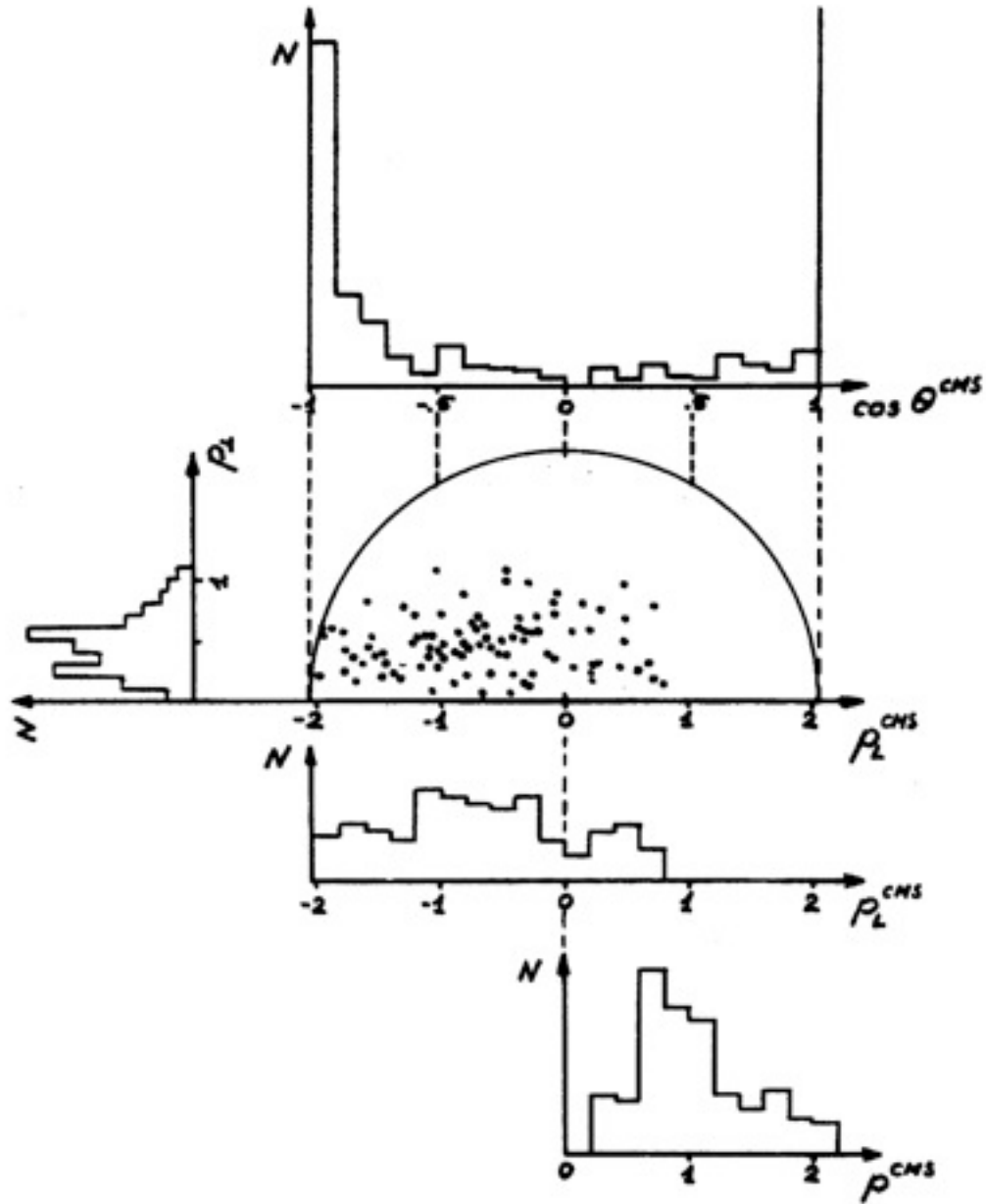
( $x_F$  - zmienna Feynmana)

Wykresy  $y - p_T$ ,  $\eta - p_T$

Ogólnie:  $y$  lepsze do badania obszaru centralnego ( $|x_F| \cong 0$ )

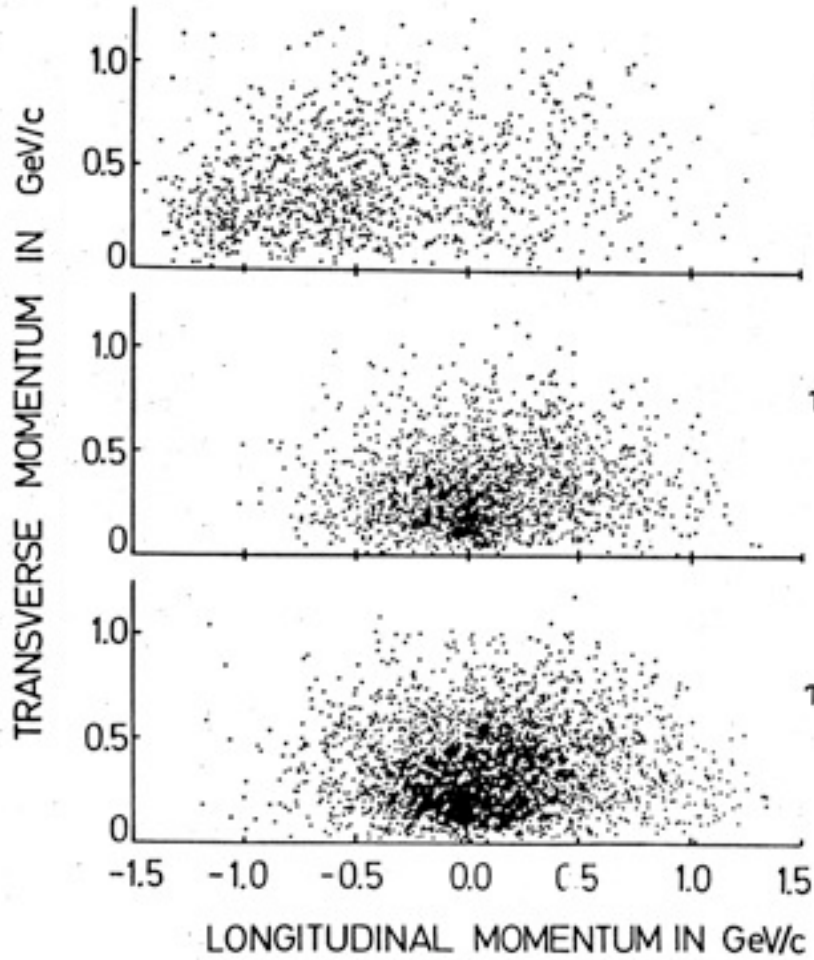
$x_F$  lepsze do badania obszaru fragmentacji ( $|x_F| \cong 1$ )

# Wykres Peyrou i jego rzuty

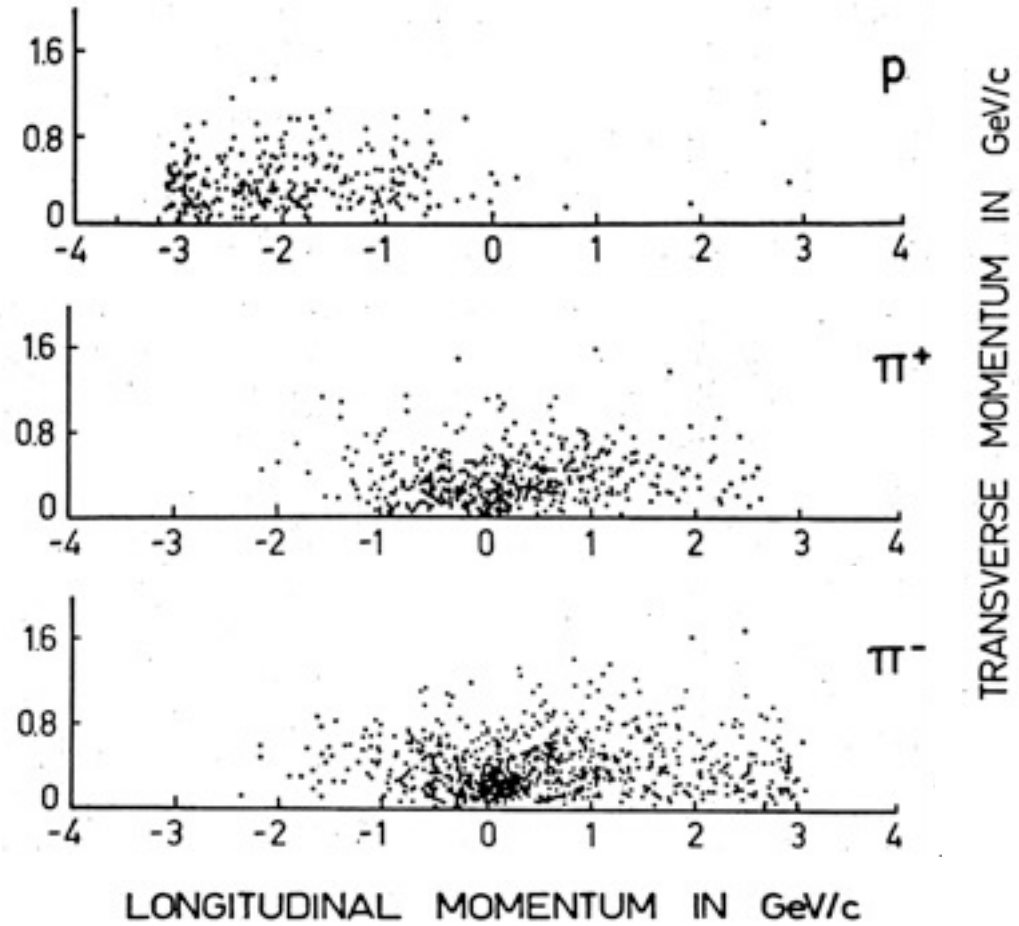


# Przykład rozkładów $p_L - p_t$

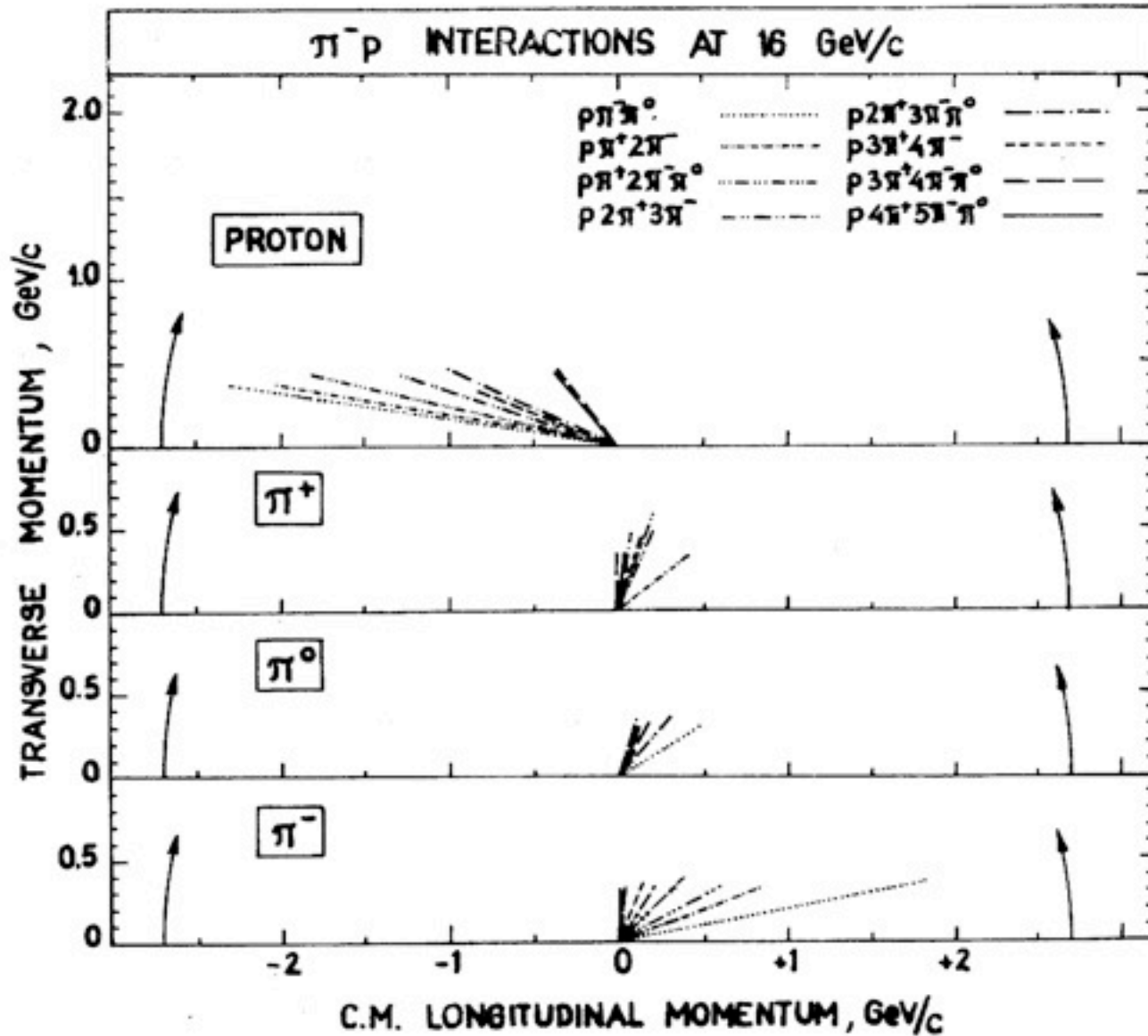
$\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^-$ , 7 GeV/c



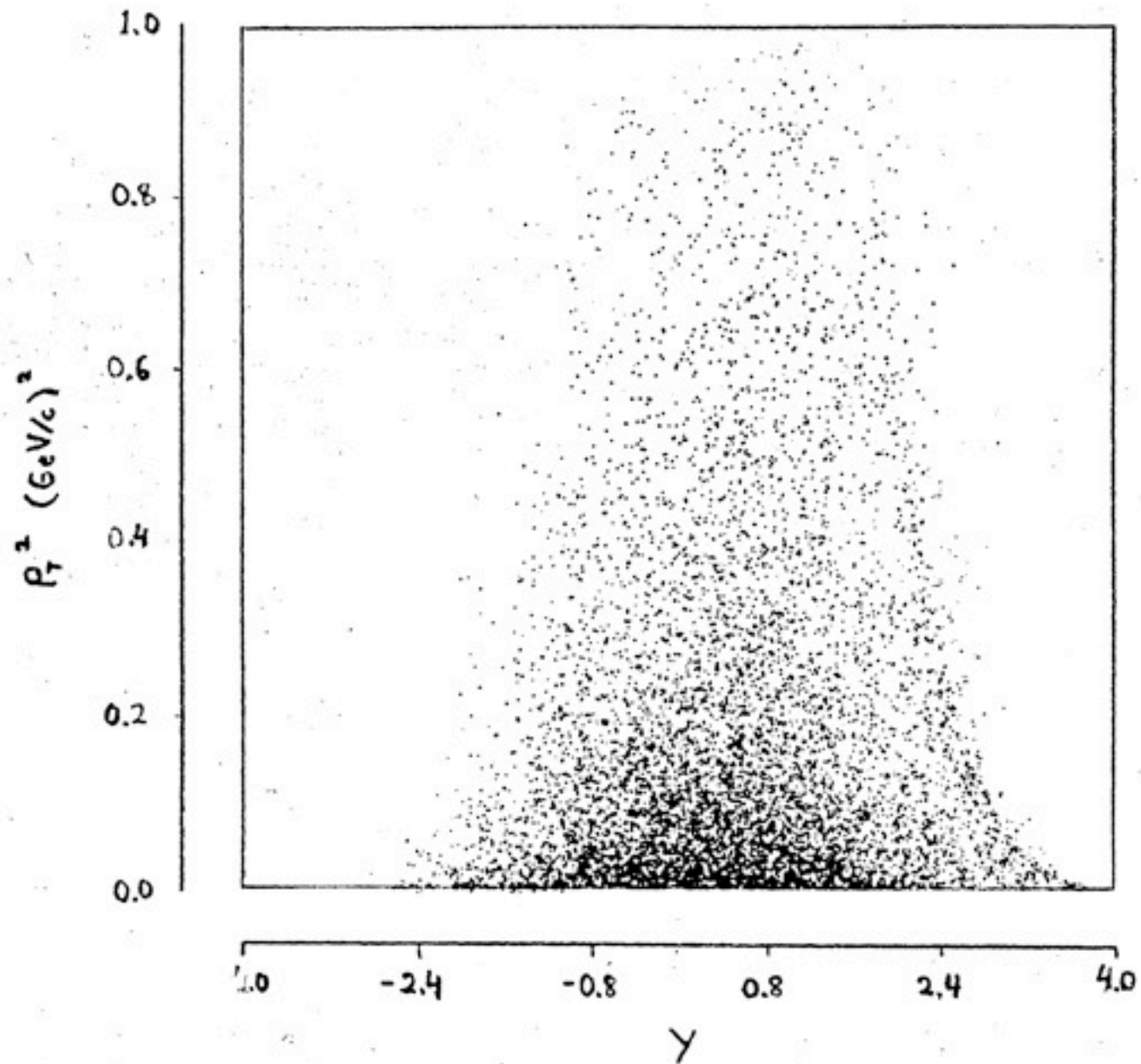
$\pi^- p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^-$ , 25 GeV/c

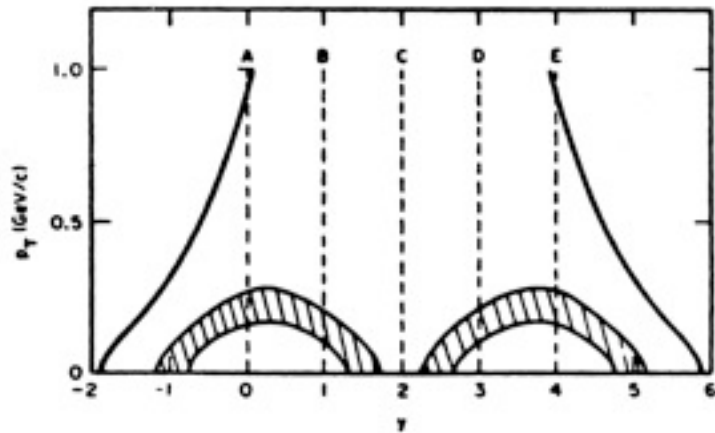


# Średni wektor pędu dla oddziaływań różnej krotności

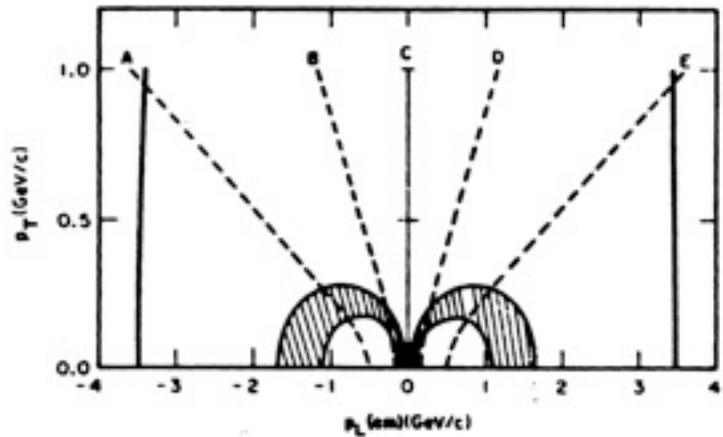


# Przykład rozkładu $y - p_t$

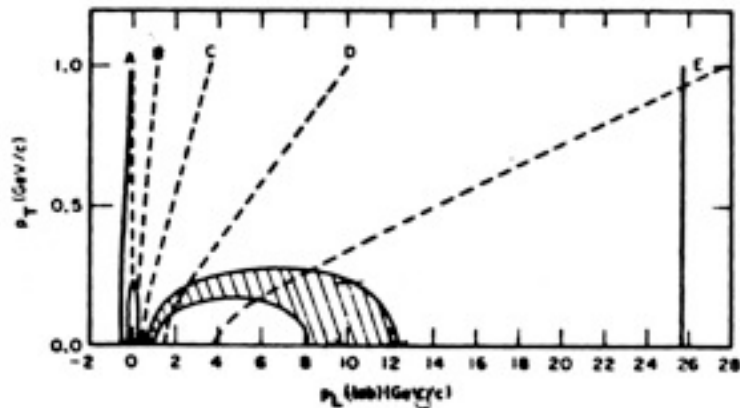




Obliczenia dla reakcji  
 $pp \rightarrow \pi + \text{cokolwiek}$   
 przy 25,6 GeV/c

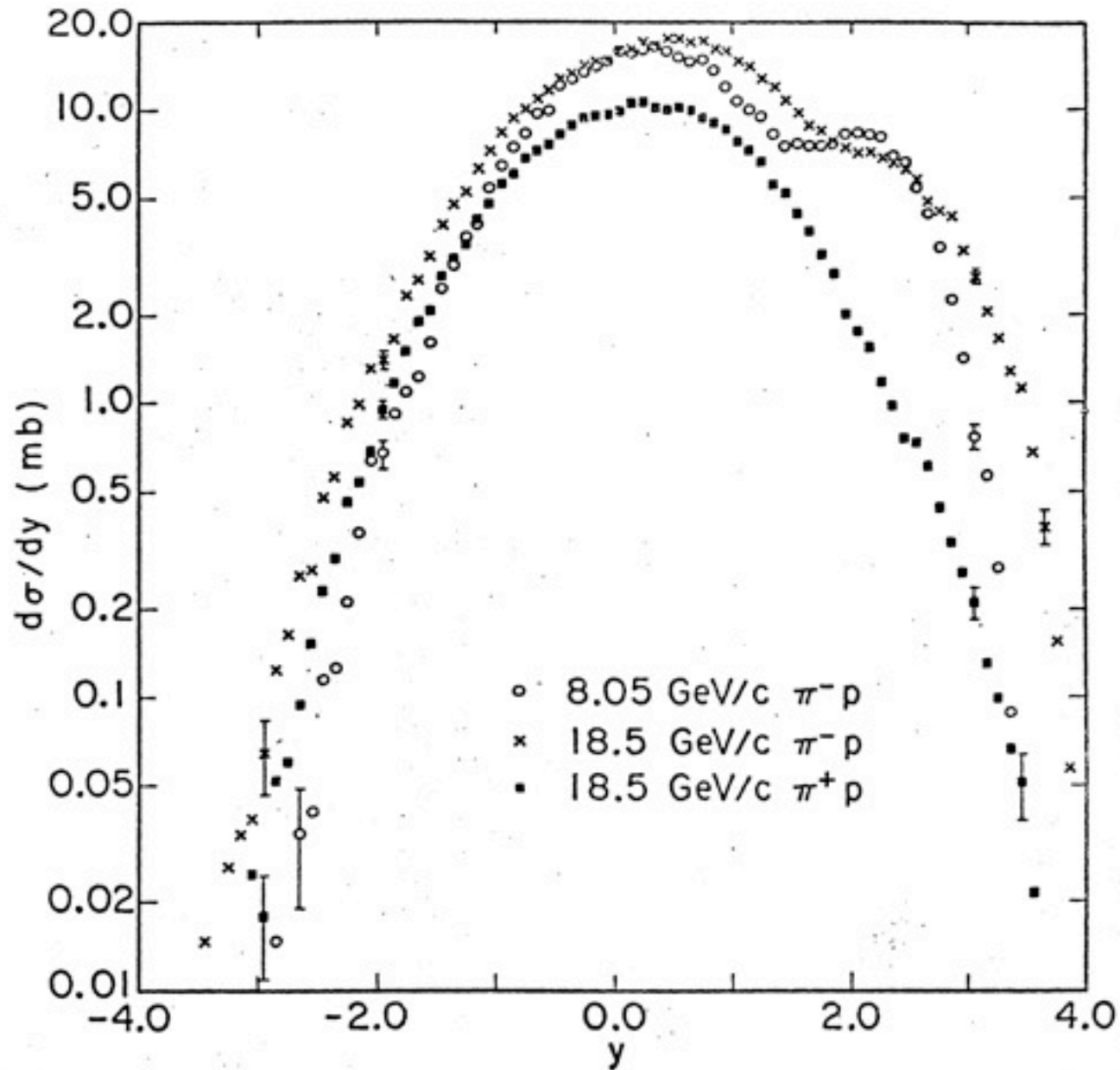


obszary zakreskowane  
 odpowiadają pionom  
 z przypadków  
 rozpadów  $\Delta \rightarrow p + \pi$



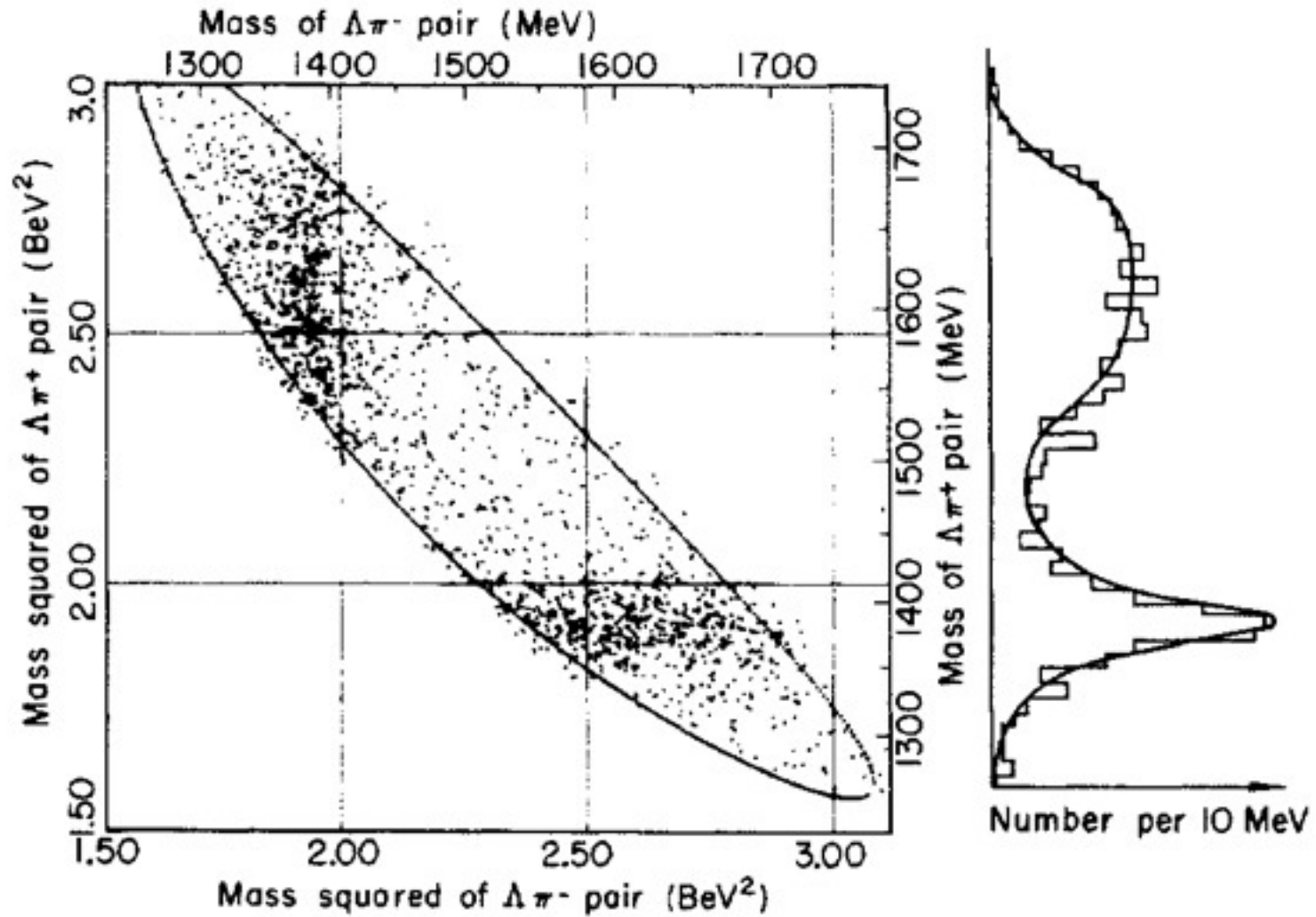
Założenie:  $p + p \rightarrow \Delta + \Delta$   
 $(\Gamma_{\Delta} = 120 \text{ MeV})$

# Przykład rozkładu przekroju czynnego w funkcji $y$



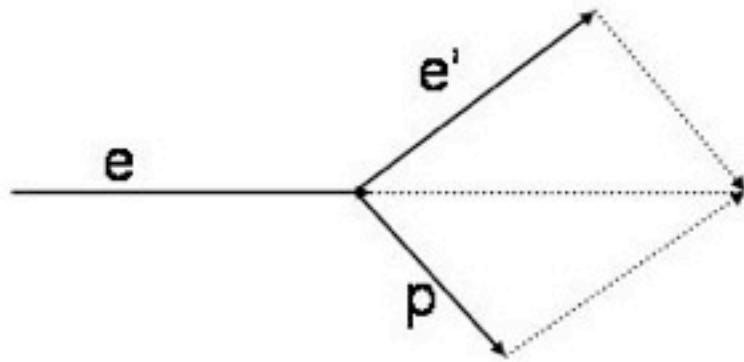


# Wykres Dalitza dla reakcji $K^- + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + \pi^-$



[Przykład z pracy: J. B. Shafer et al, Phys. Rev. Lett. **10**, 179 (1963)]

# Rozpraszanie elastyczne elektronów na protonach



elektron:  $m, E_e, \bar{p}$   
 proton:  $M, E_p, \bar{P}$

$$\bar{P} + \bar{p} = \bar{P}' + \bar{p}'$$

$$E_p^2 - \bar{P}^2 = M^2 = E_p'^2 - \bar{P}'^2$$

$$E_e + E_p = E_e' + E_p'$$

$$E_e^2 - \bar{p}^2 = m^2 = E_e'^2 - \bar{p}'^2$$

(jeżeli proton w spoczynku w LAB:  $\bar{P} = 0, E = M$ )

$$v = E_e - E_e'$$

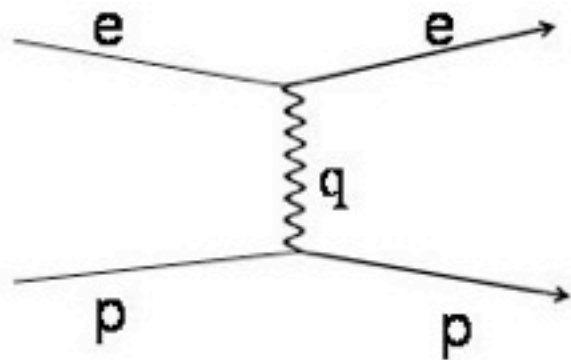
$$q^2 = (E_e - E_e')^2 - (\bar{p} - \bar{p}')^2 = (E_p - E_p')^2 - (\bar{P} - \bar{P}')^2 = v^2 - \bar{q}^2$$

$$E_p'^2 - P'^2 = (E_e - E_e' + M)^2 - (\bar{p} - \bar{p}')^2 = M^2$$

$$v^2 + M^2 + 2Mv - \bar{q}^2 = M^2$$

$$q^2 = -2vM$$

Wystarczy jedna zmienna



$q^2 < 0$  foton przestrzeniopodobny  
(*space-like photon*)

Stosujemy  $Q^2 = -q^2 > 0$

$$Q^2 = - (E_e - E_e')^2 + (\bar{p} - \bar{p}')^2 = -p^2 - m^2 - p'^2 - m^2 + 2E_e E_e' + p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \theta$$

$$Q^2 \approx 4E_e E_e' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$m$  zaniedbywalnie małe

$$P = \{M, 0\}, \quad q = \{v, \bar{q}\}, \quad p = \{E_e, \bar{p}\}$$

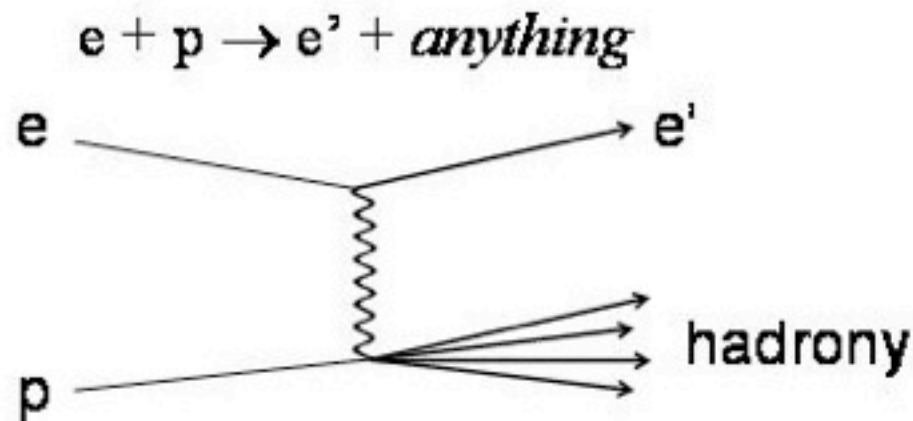
$$v = \frac{P \cdot q}{M}$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot p} = \frac{M \cdot v}{M \cdot E_e} = \frac{v}{E_e}$$

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M \cdot v}$$

zmiennie  
skalowania

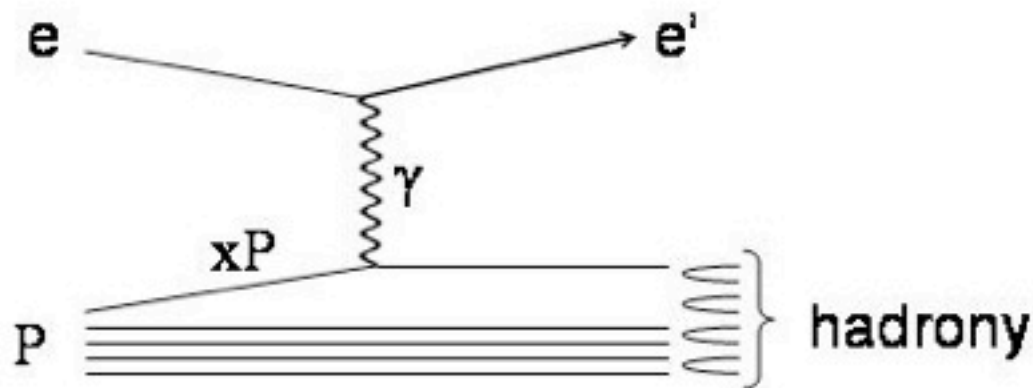
## Rozpraszanie głęboko nieelastyczne (*deep inelastic scattering* – DIS)



prawdopodobieństwo  
rozpraszania zależy od  
dwóch zmiennych:  
 $Q^2 = -q^2$  oraz  $v$

# Opis partonowy DIS

Proton jako strumień partonów o czteropędach  $xP$  ( $0 \leq x \leq 1$ )



rozpraszanie **nieelastyczne** na  
protonie o czteropędzie  $P$   
 $\equiv$  rozpraszanie **elastyczne** na  
partonie o czteropędzie  $xP$

czteropęd rozproszonego partonu  $p - p' + xP = q + xP$

masa tego partonu  $xM$  (oddziaływanie między partonami zaniedbujemy!)

$$(q + xP)^2 = x^2 M^2; \quad q^2 + 2xqP + x^2 P^2 = x^2 M^2$$

elektron oddziałuje z partonem, którego  $x = -q^2/2qP$

$$x_{Bj} = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

zmienna  $x$  Bjorkena

Eksperymenty DIS pozwalają wyznaczać  $f(x)$

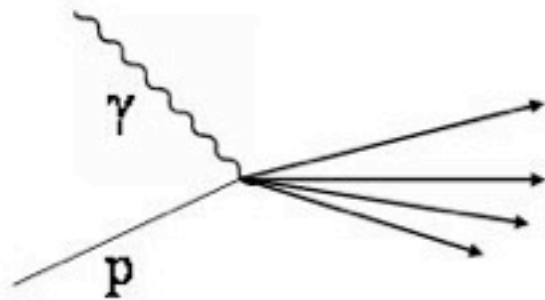
## Masa niezmiennicza układu hadronów

$$E^{*2} = W^2 = P_h^2 = M^2 + 2Mv - Q^2 = M^2 + Q^2 \left( \frac{1}{x_{Bj}} - 1 \right)$$

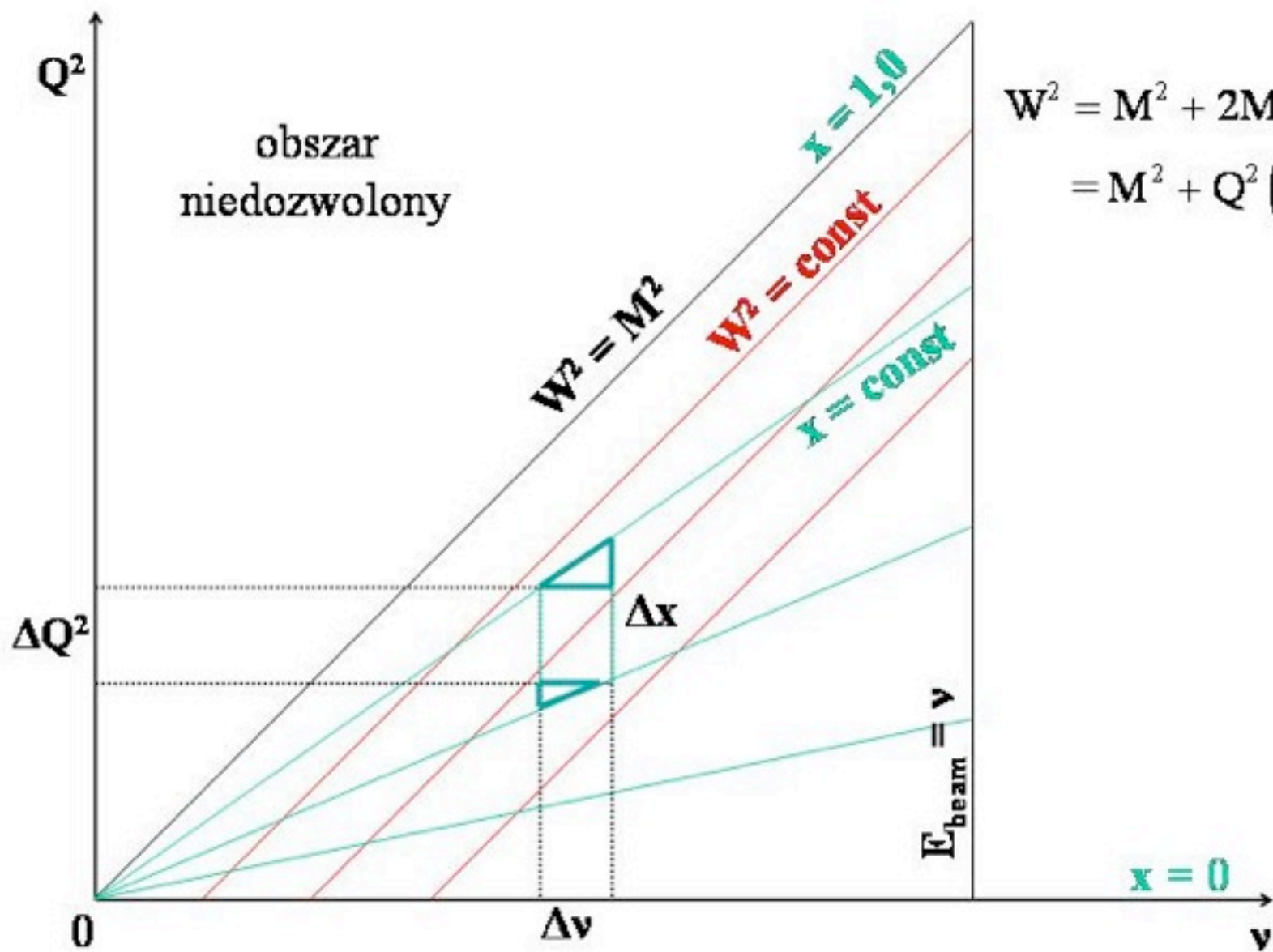
$$P_h^2 = \{E_h, \bar{P}_h^2\} = \{W, 0\}$$

$$E_p'^2 - P'^2 = (E_e - E_e' + M)^2 - (\bar{p} - \bar{p}')^2 = v^2 + M^2 + 2Mv - \bar{q}^2$$

## Rozpraszanie rzeczywistych fotonów



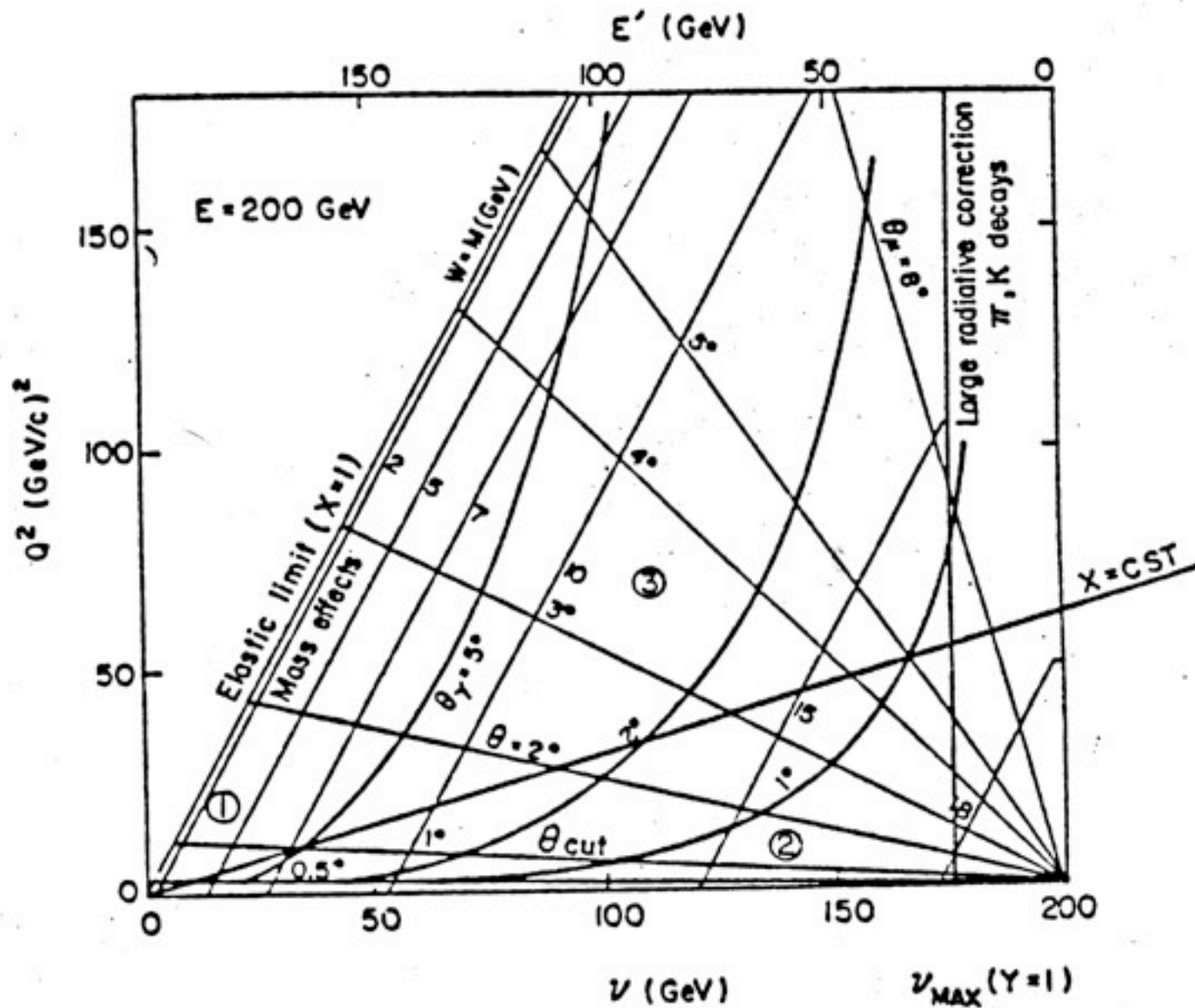
$$m_\gamma^2 = p_\gamma^2 = 0$$



$$W^2 = M^2 + 2Mv - Q^2 =$$

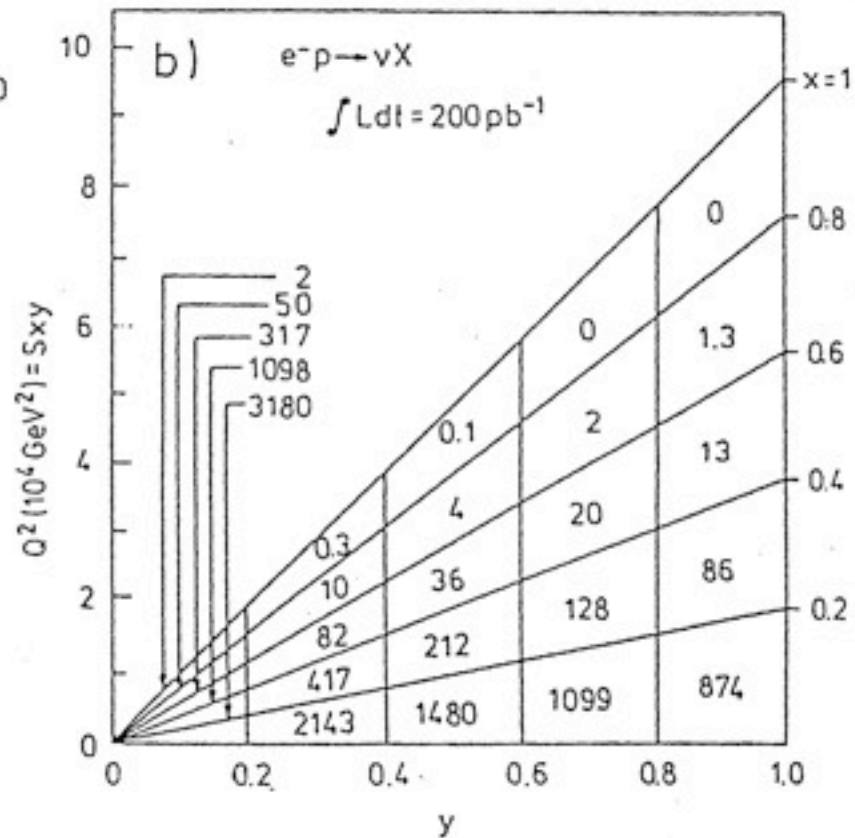
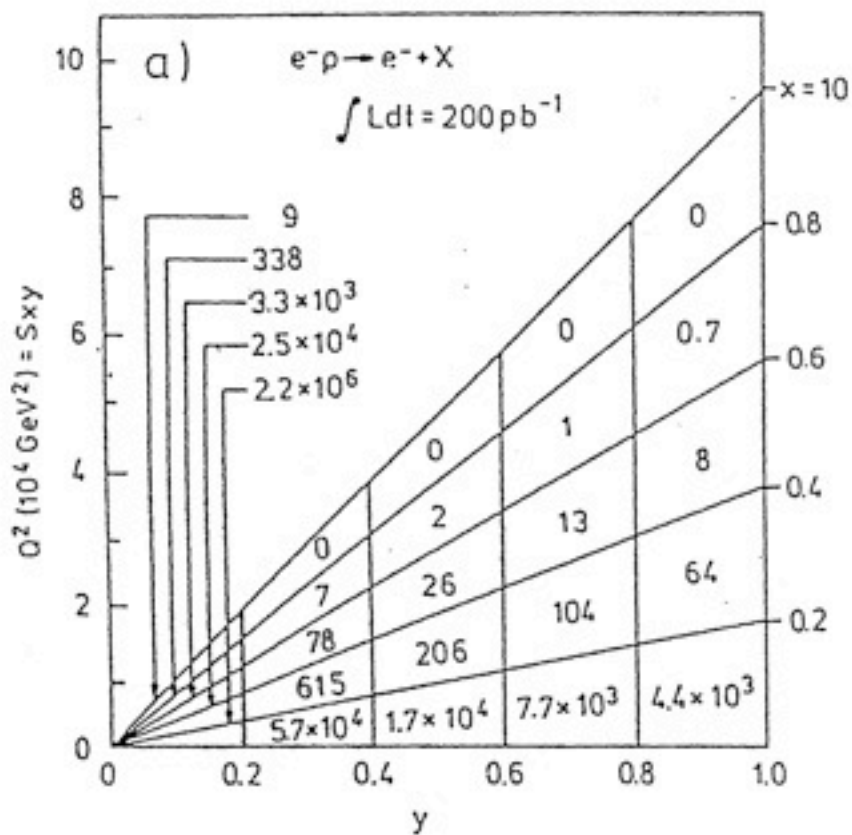
$$= M^2 + Q^2 \left( \frac{1}{x_{\text{Bj}}} - 1 \right)$$

# Obliczenia dla rozpraszania $\mu p$ przy 200 GeV

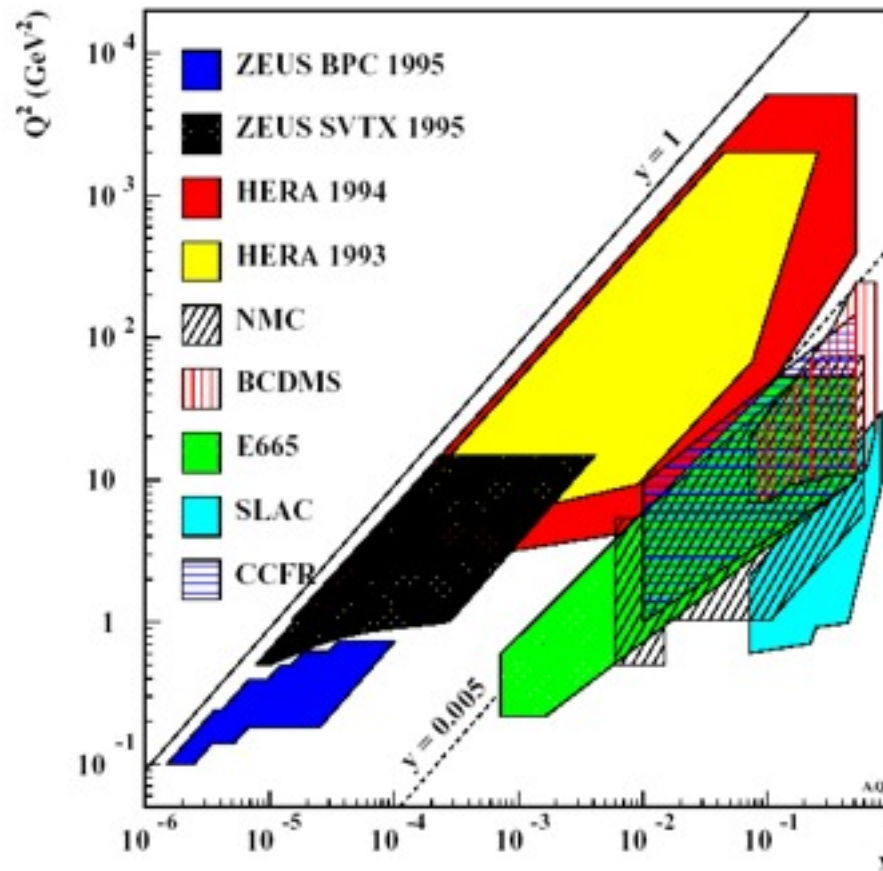




# Obliczenia dla oddziaływań NC i CC przy zderzaczu HERA

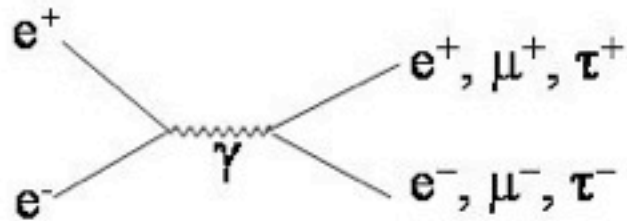


# Porównanie zasięgu różnych eksperymentów

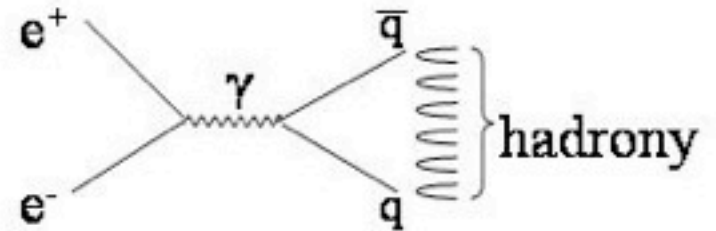


(J. Engelen, P. Kooijman)

# Anihilacja elektron-pozyton



albo



$$E_\gamma = E_{e^-} + E_{e^+} = 2E$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = 0$$

$$q^2 = p_\gamma^2 = (2E)^2 > 0$$

foton czasopodobny

(niesie tylko energię, nie ma pędu)

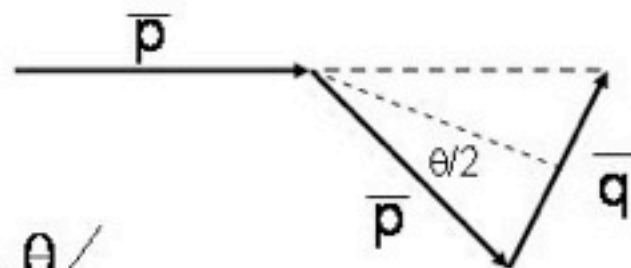
**UWAGA:** W niektórych podręcznikach używana jest inna konwencja:  $p^2 = -m^2$

## Wzór Rutherforda

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left( \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m v_0^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2}{4E^2 \sin^4\frac{\theta}{2}} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E^2}{|\bar{q}|^4}$$

$E$  = energia pocisku

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$$



$$|\bar{q}| = 2 \cdot |\bar{p}| \sin \frac{\theta}{2}$$

- brak odrzutu tarczy punktowej
- bez uwzględniania spinu

ładunek tarczy punktowy, bez odrzutu, pocisk i tarcza bez spinu



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} = \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E^2}{|\bar{q}c|^4}$$

ładunek tarczy rozciągły

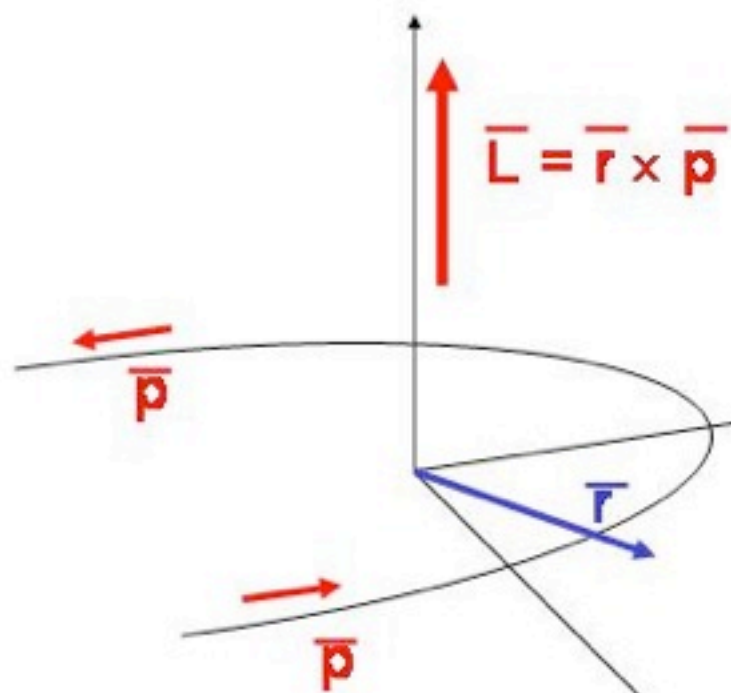


$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \times F(\bar{q})$$

$$F(\bar{q}) = \int e^{i\bar{q}\mathbf{x}/\hbar} \rho(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}$$

↑  
**formfaktor**

transformata Fouriera rozkładu ładunku  $\rho(\mathbf{x})$



W granicy  $\beta \rightarrow 1$  zachowana jest skrętność;  
 dla tarczy bezspinowej mamy tłumienie rozpraszania  
 dla kątów rozpraszania  $\theta$  bliskich  $180^\circ$   
 uwzględnienie tego efektu daje we wzorze Rutherforda czynnik  $(1 - \beta^2 \sin^2 \theta/2)$

Jeżeli następuje odrzut tarczy, to energia pocisku zmienia się z  $E$  na  $E'$ ; uwzględnienie odrzutu tarczy dodaje do wzoru Rutherforda dodatkowy czynnik

$$\frac{E}{E'} = \frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

## Uwzględnienie obu efektów we wzorze Motta

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Rutherford}} \times \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \left(\frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}\right) =$$

$$= \frac{Z^2 \alpha^2 (\hbar c)^2 E^2}{|\bar{q}c|^4} \left(1 - \beta^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \left(\frac{1}{1 + \frac{2E}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}}\right)$$



**efekt spinu pocisku**

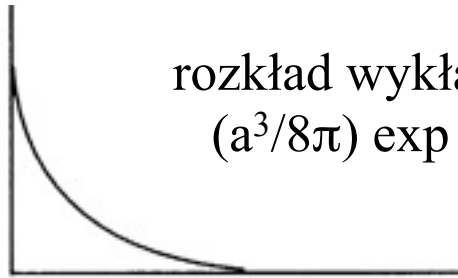


**efekt odrzutu tarczy**

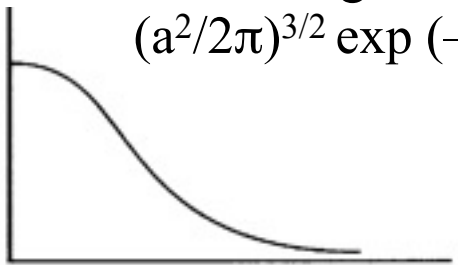
dla tarczy rozciątej

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \times F(\bar{\mathbf{q}})$$

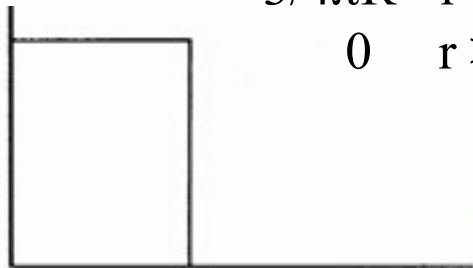
## rozkład ładunku $\rho(r)$



rozkład wykładniczy  
 $(a^3/8\pi) \exp(-ar)$

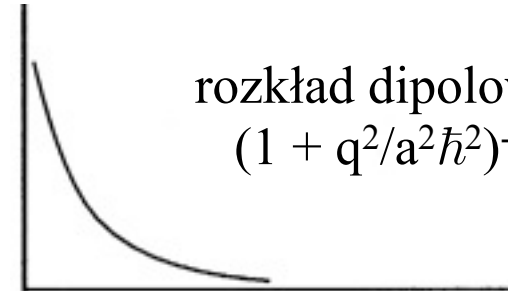


rozkład gaussowski  
 $(a^2/2\pi)^{3/2} \exp(-a^2r^2/2)$

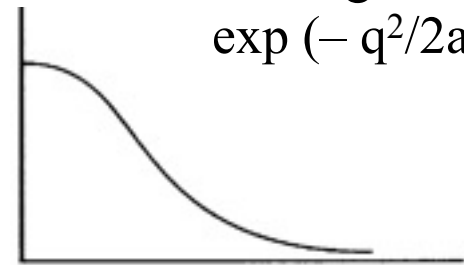


kula jednorodna  
 $3/4\pi R^3$   $r < R$   
 $0$   $r > R$

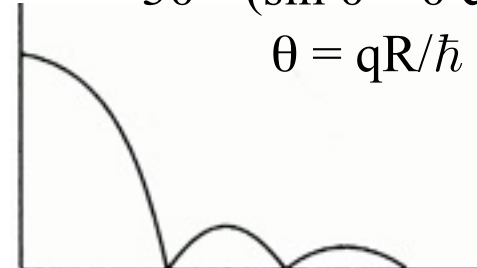
## formfaktor $F(q)$



rozkład dipolowy  
 $(1 + q^2/a^2\hbar^2)^{-2}$



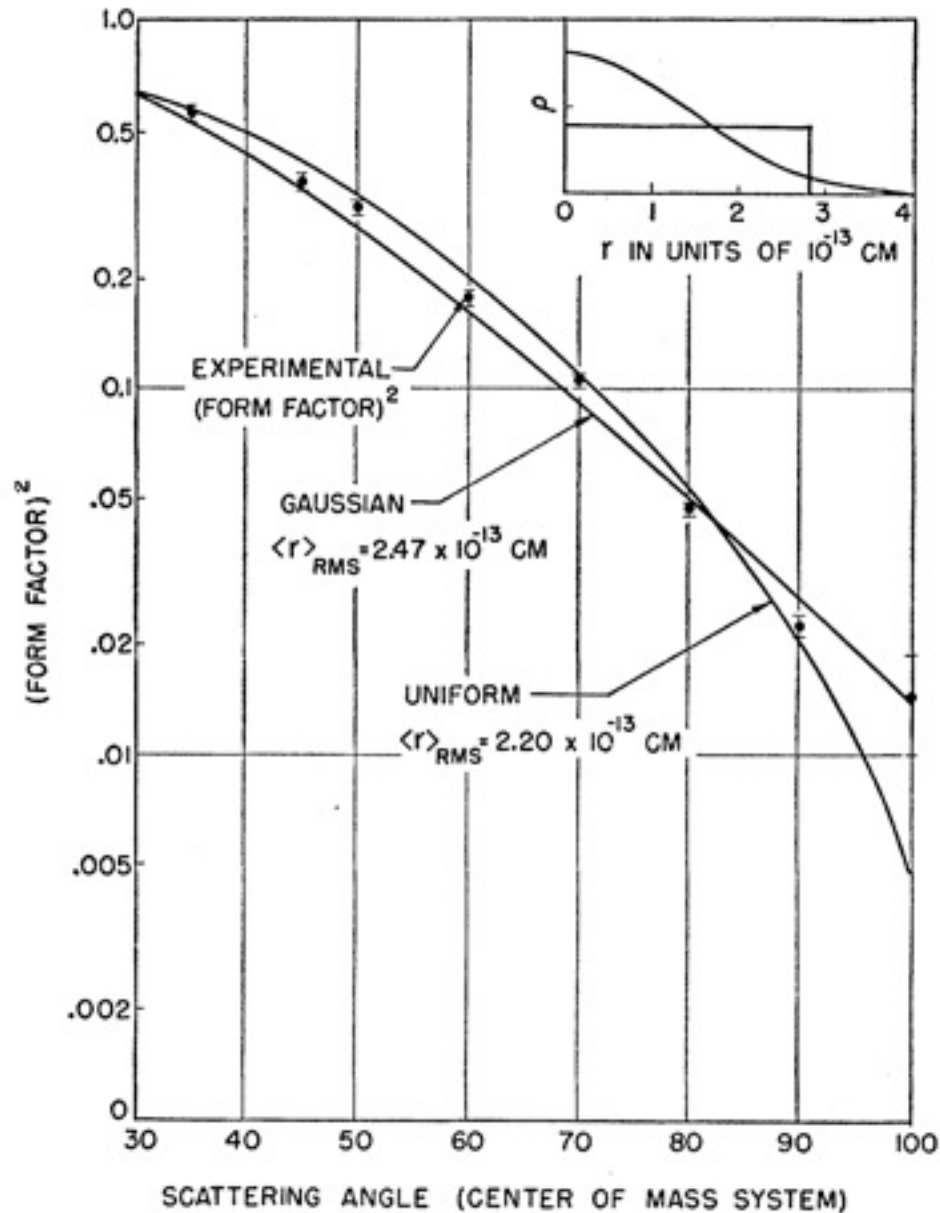
rozkład gaussowski  
 $\exp(-q^2/2a^2\hbar^2)$



rozkład oscylujący  
 $3\theta^{-3} (\sin \theta - \theta \cos \theta)$   
 $\theta = qR/\hbar$



# Przykład danych doświadczalnych



Rozpraszanie elektronów  
o energii 187 MeV  
na jądrach  $^{12}\text{C}$

J. H. Fregeau, R. Hofstadter  
Phys. Rev. **99**, 1503 (1955)

Proton jest obdarzony nie tylko ładunkiem elektrycznym ale także anomalnym momentem magnetycznym (różnym od momentu Diraca)

Rozpraszanie na takim protonie powinno być opisane wzorem Rosenblutha (1950), w którym występują dwa różne formfaktory  $F_1$  i  $F_2$

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \times \left\{ F_1^2 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2(F_1 + \mu F_2)^2 \operatorname{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \mu^2 F_2^2 \right] \right\}$$

Stwierdzono, że wygodniej jest posługiwać się formfaktorem elektrycznym  $G_E$  i magnetycznym  $G_M$  które są kombinacjami liniowymi formfaktorów  $F_1$  i  $F_2$

normalizacja dla protonu:  $G_E^p(0) = 1$ ,  $G_M^p(0) = 2,79$

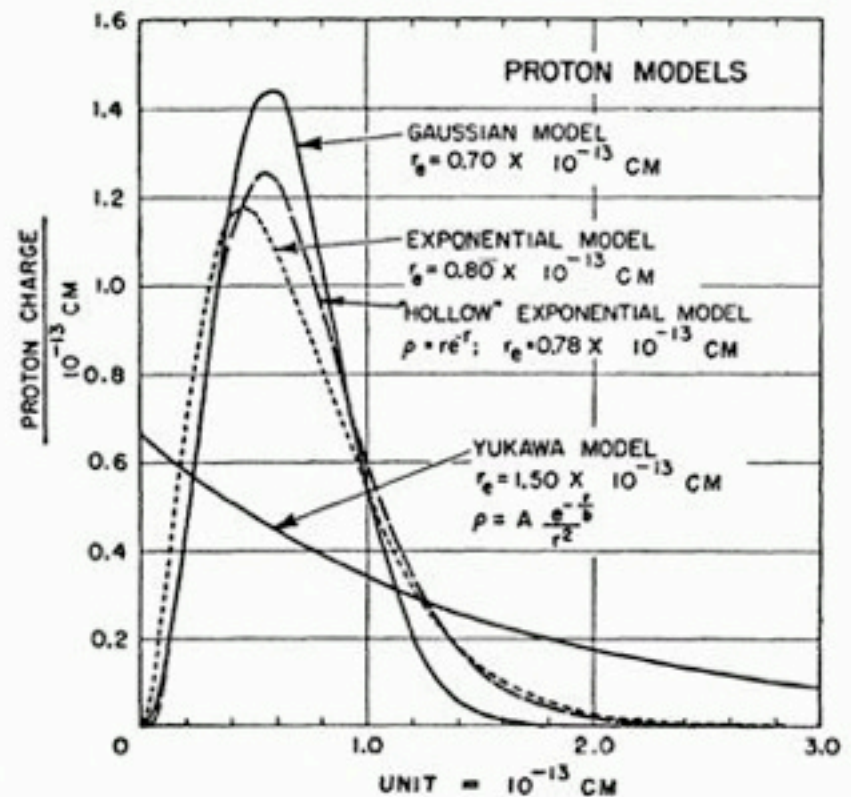
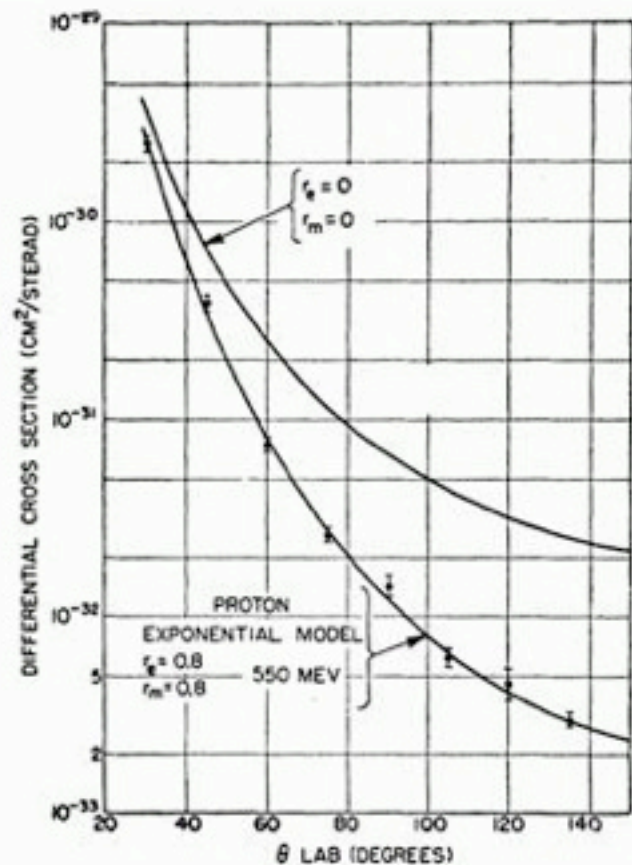
podobnie dla neutronu:  $G_E^n(0) = 0$ ,  $G_M^n(0) = -1,91$

(w magnetonach jądrowych  $\mu = e\hbar/2M$ )

# Przykładowe wyniki badania struktury protonu

E. E. Chambers, R. Hofstadter, Phys. Rev. **103**, 1454 (1956)

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \times \left\{ F_1^2 + \frac{q^2}{4M^2} \left[ 2(F_1 + \mu F_2)^2 \text{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \mu^2 F_2^2 \right] \right\}$$



$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \times \left[ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \text{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$$

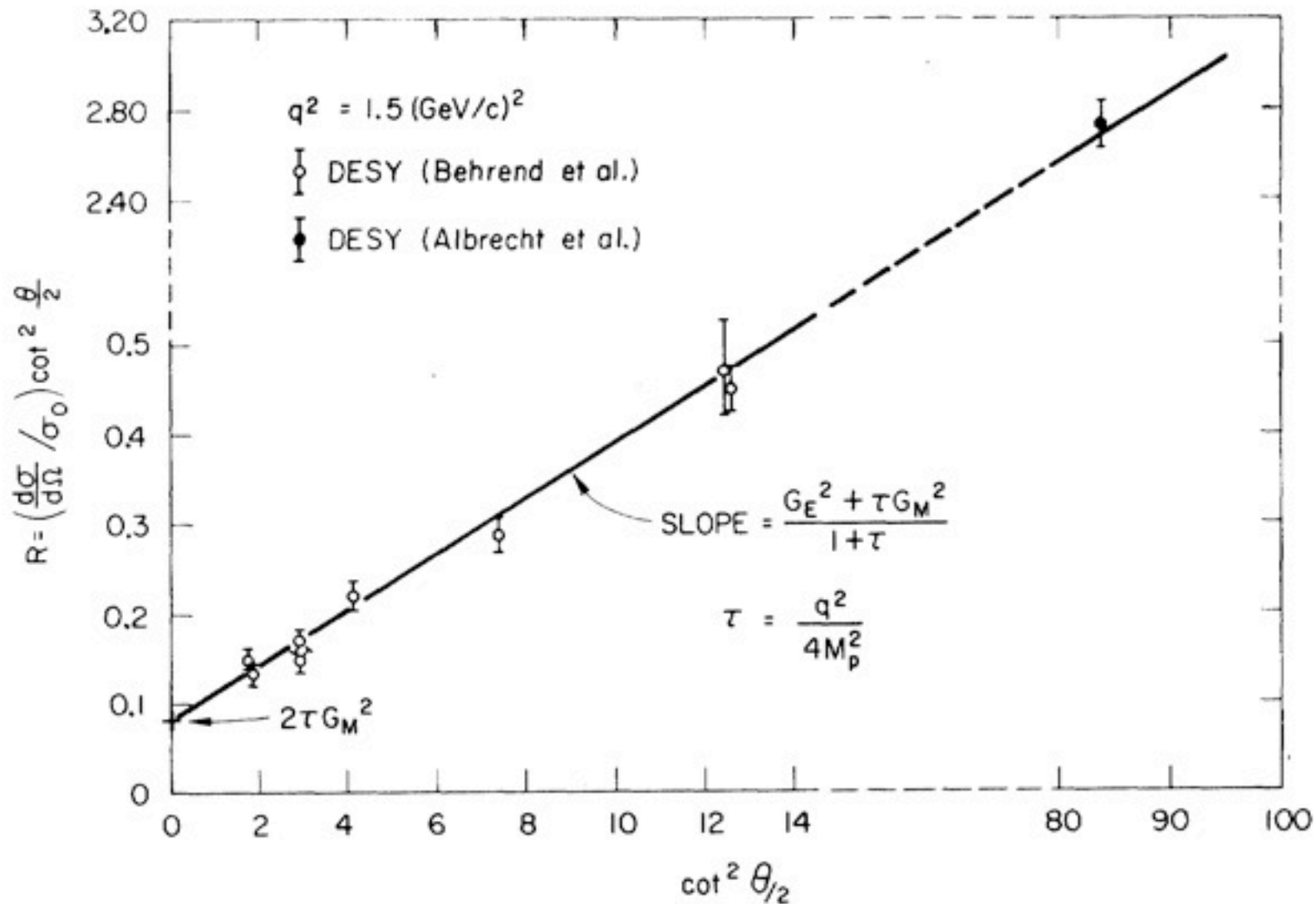
$$\tau = \frac{Q^2}{4M}$$

wyraz opisujący oddziaływanie magnetyczne jest istotny przy dużych kątach rozpraszania  $\theta$  oraz dużych wartościach  $Q^2$

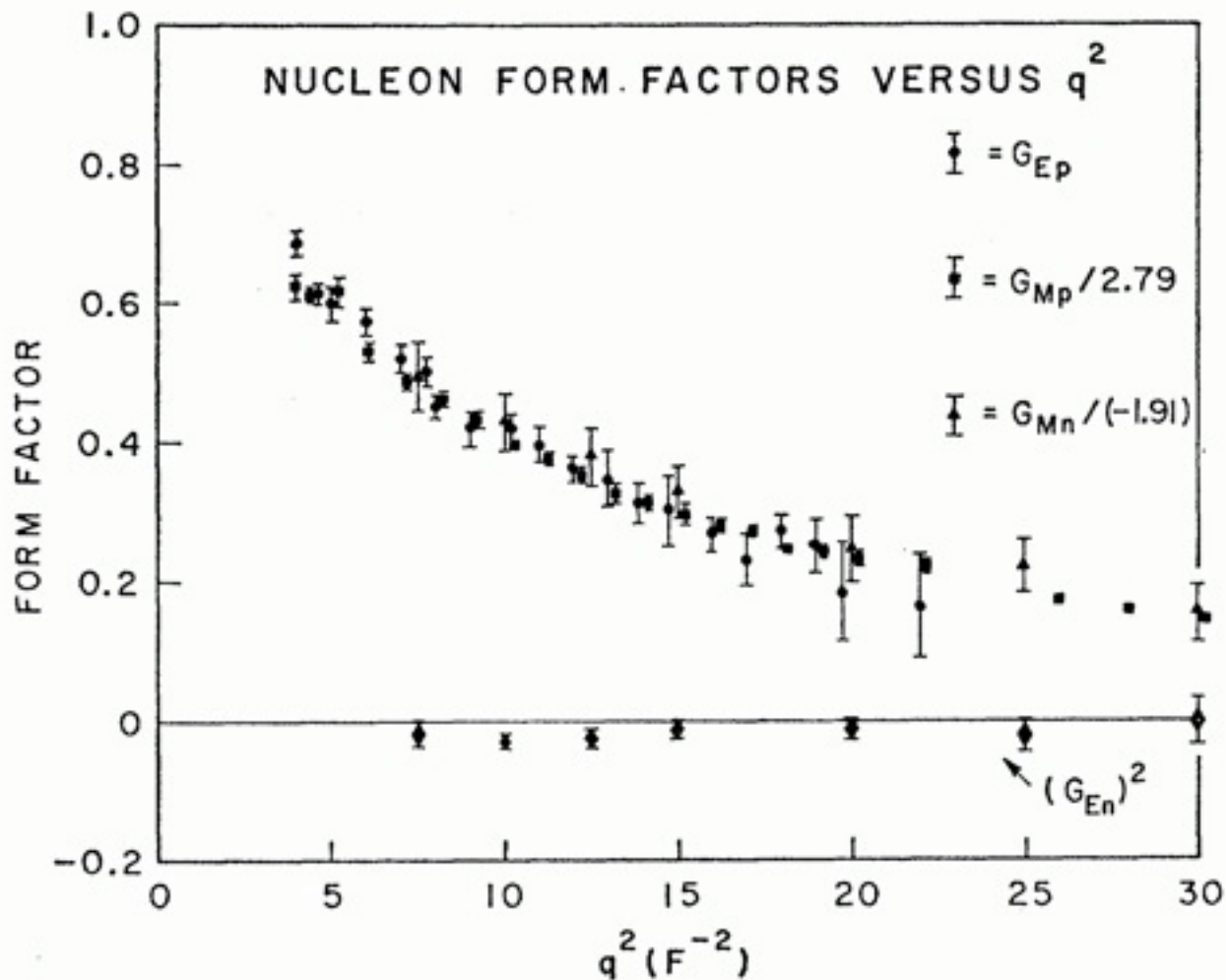
$$R = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = A(Q^2) + B(Q^2) \text{tg}^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

wykonując pomiary  $R$  przy różnych kątach można wyznaczyć oba formfaktory

# Przykładowe wyniki badania struktury protonu



# Przykładowe wyniki badania struktury protonu

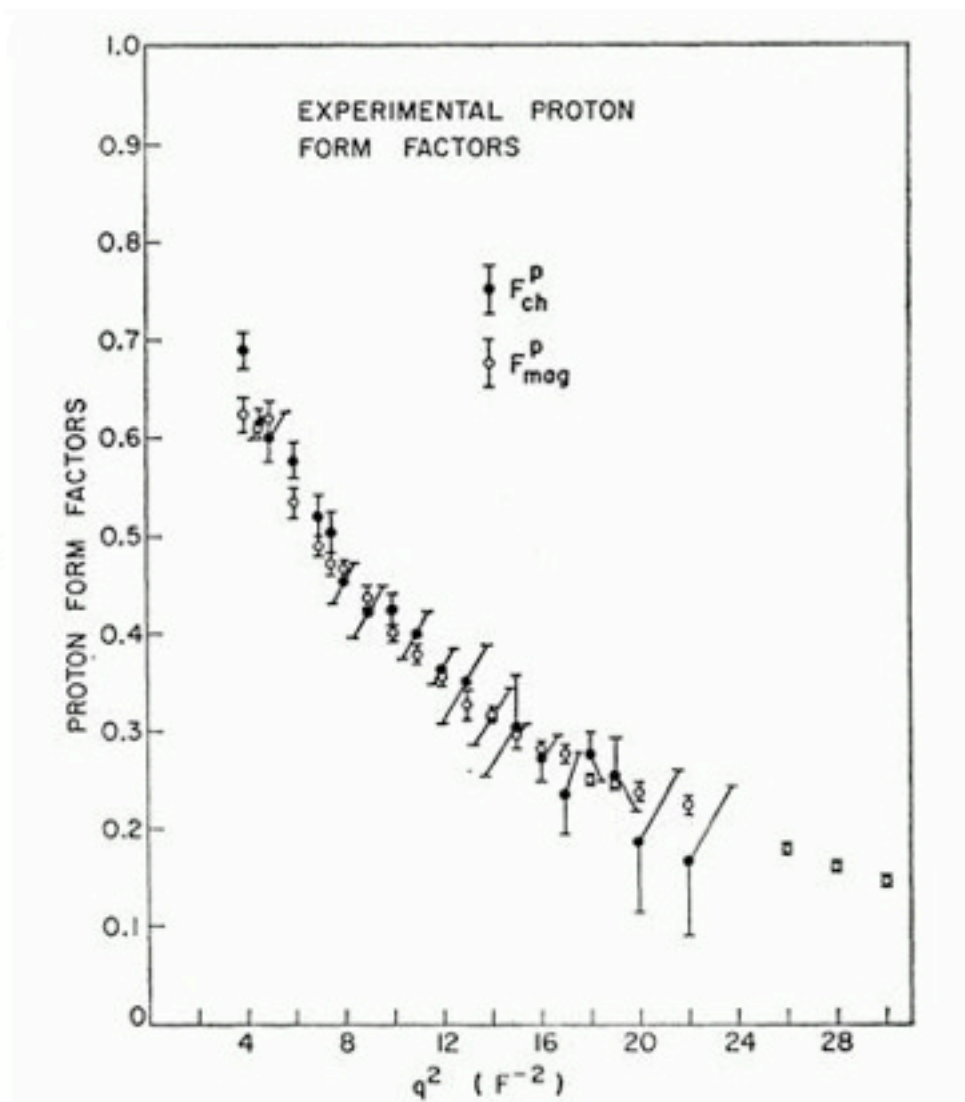


E. B. Hughes et al., Phys. Rev. **139**, B458 (1965)

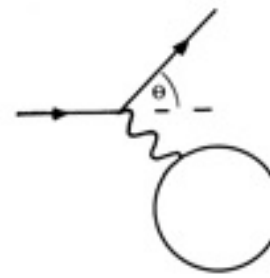
## Przykładowe wyniki badania struktury protonu

$$G_E^p = \frac{G_M^p}{\mu_p} = \frac{G_M^n}{\mu_n} =$$
$$= G(q^2) = \frac{1}{(1 + q^2/0,7)^2}$$

$$G_E^n = 0$$



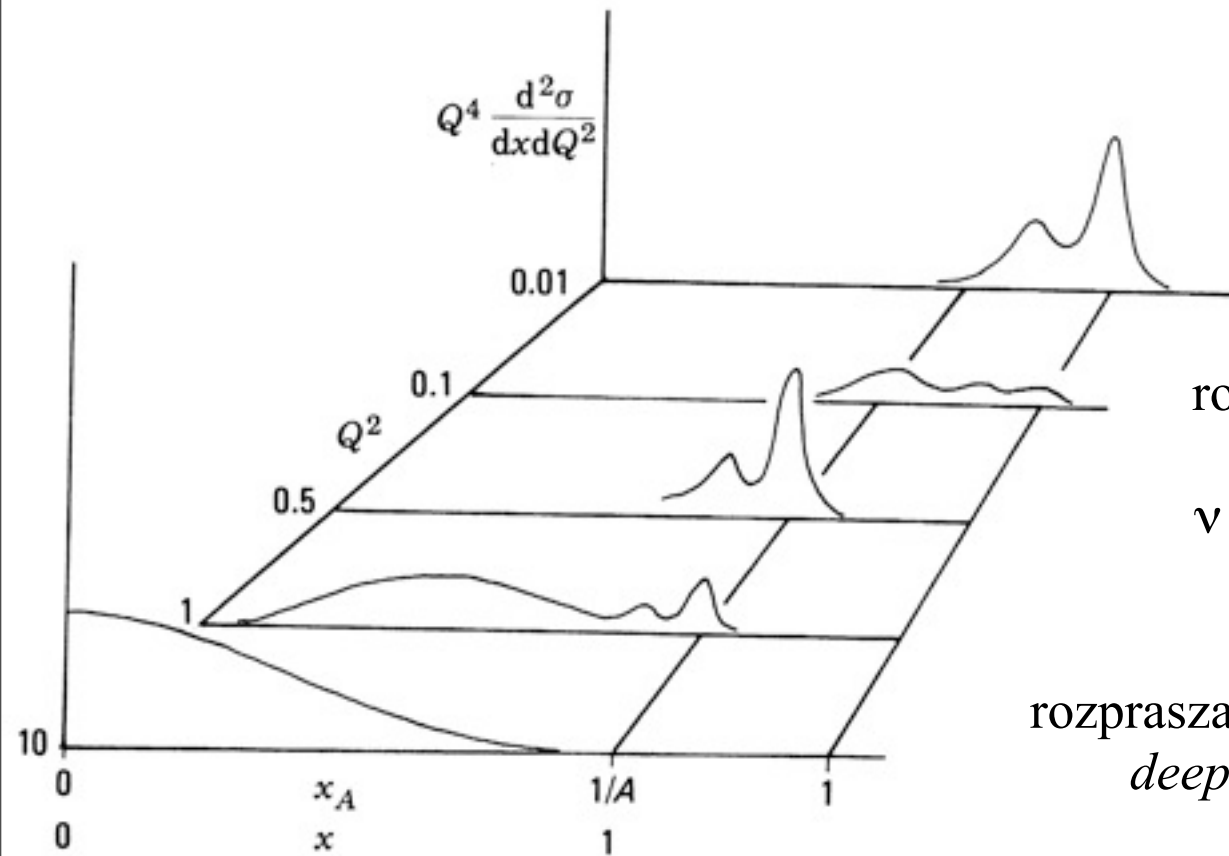
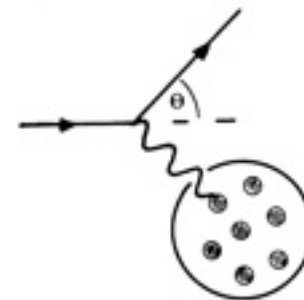
T. Janssens et al., Phys. Rev. 142, 922 (1966)



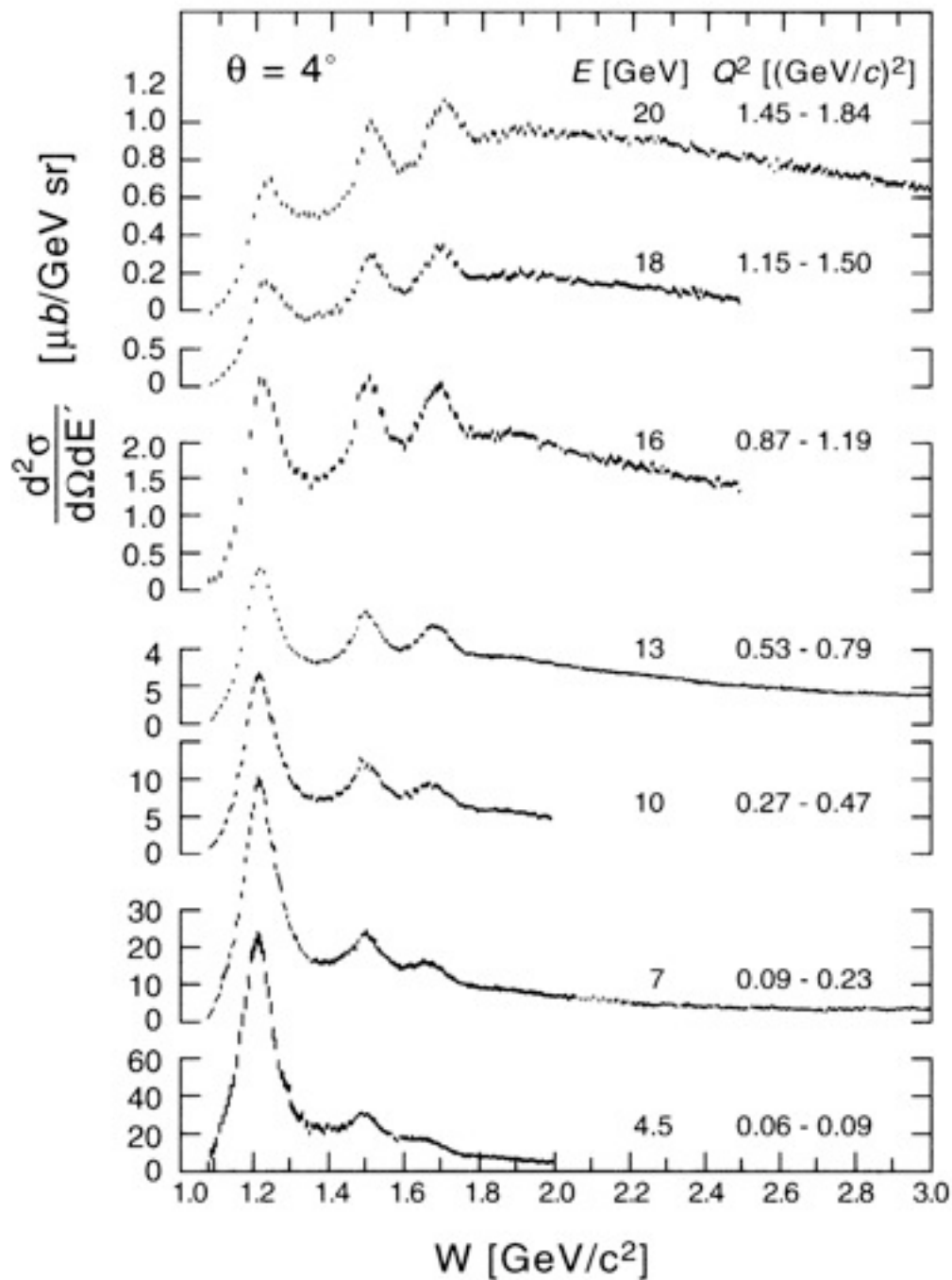
rozpraszanie elastyczne na jądrze A jako całości  
 $x_A = Q^2/2M_A v$

rozpraszanie na pojedynczych nukleonach  
 $v = Q^2/2M; x_A = M/M_A \cong 1/A$

rozpraszanie na składnikach nukleonów  
*deep inelastic scattering* - DIS

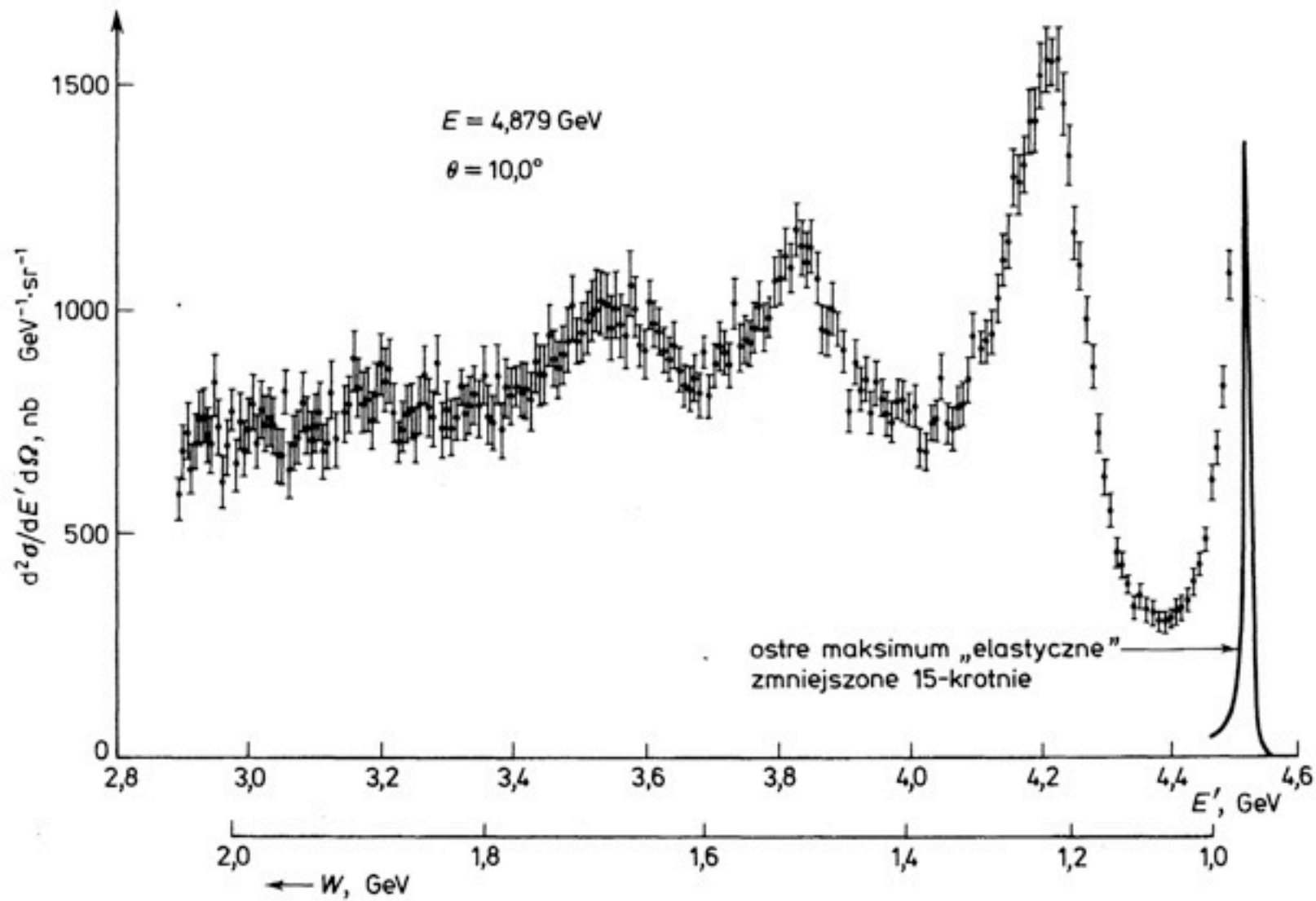






Zestawienie rzeczywistych  
wyników pomiarów  
rozpraszania elektron-proton  
w SLAC

S. Stein et al.,  
Phys. Rev **D12**, 1884 (1975)



Przy rozpraszaniu **nieelastycznym** leptonów na nukleonach (z produkcją hadronów) mamy **dwie zmienne niezależne** (np.  $Q^2$  i  $\nu$ , albo  $E'$  oraz  $\theta$ ). Zamiast wzoru Rosenblutha z formfaktoremami  $F_1$  i  $F_2$  mamy teraz wzór z dwiema **funkcjami struktury** zależnymi od dwóch parametrów

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \right) = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \times \left[ W_2(Q^2, \nu) + 2W_1(Q^2, \nu) \text{tg}^2(\theta/2) \right]$$

zamiast funkcji  $W_1$ ,  $W_2$  używa się też często funkcji struktury  $F_1$ ,  $F_2$

$$F_1(x, Q^2) = Mc^2 W_1(Q^2, \nu)$$

$$F_2(x, Q^2) = \nu W_2(Q^2, \nu)$$

Zdumiewający wynik doświadczeń: w obszarze DIS funkcje struktury bardzo słabo zależą od  $Q^2$  przy ustalonej wartości  $W$ . Zależność tylko od  $x_{Bj} = Q^2/2Mv$  (zmienna skalowania Bjorkena)

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE'} \right) = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Mott}} \times \left[ W_2(Q^2, v) + 2W_1(Q^2, v) \operatorname{tg}^2(\theta/2) \right]$$

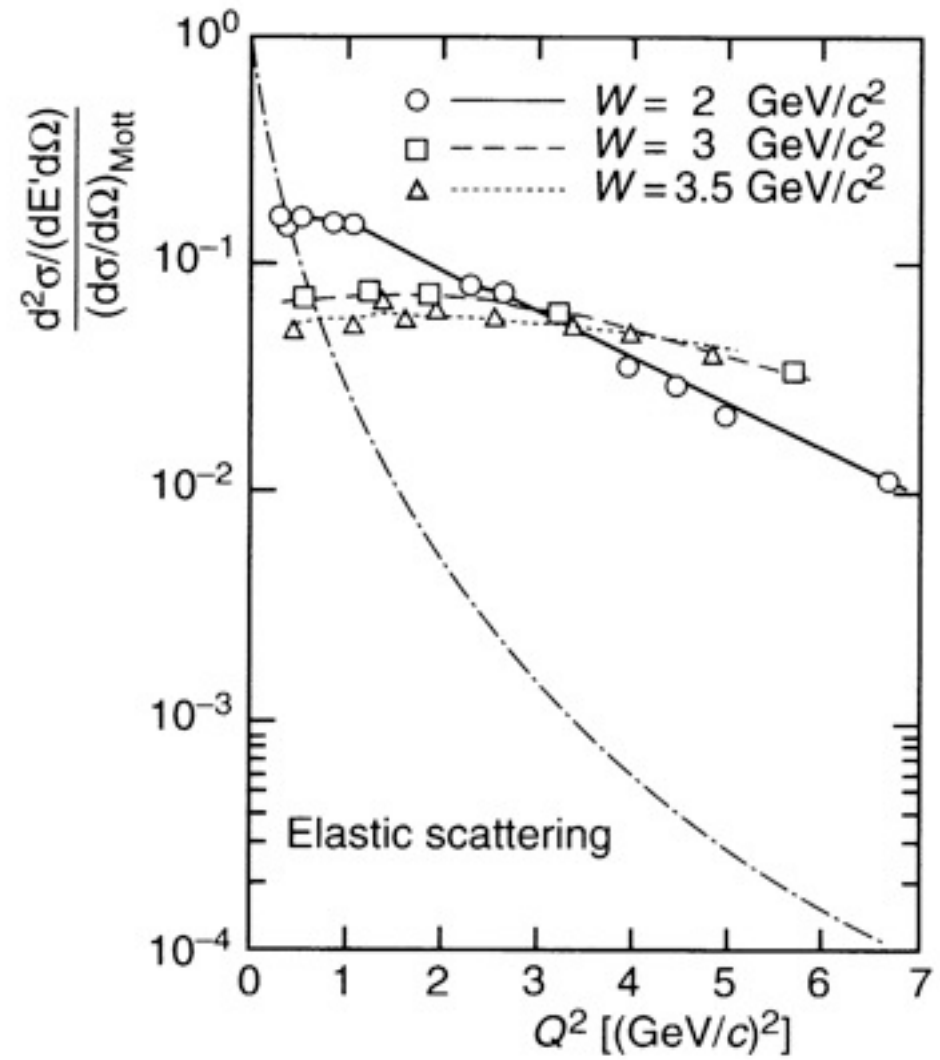
zamiast funkcji  $W_1$ ,  $W_2$  używa się też często funkcji struktury  $F_1$ ,  $F_2$

$$F_1(x, Q^2) = Mc^2 W_1(Q^2, v)$$

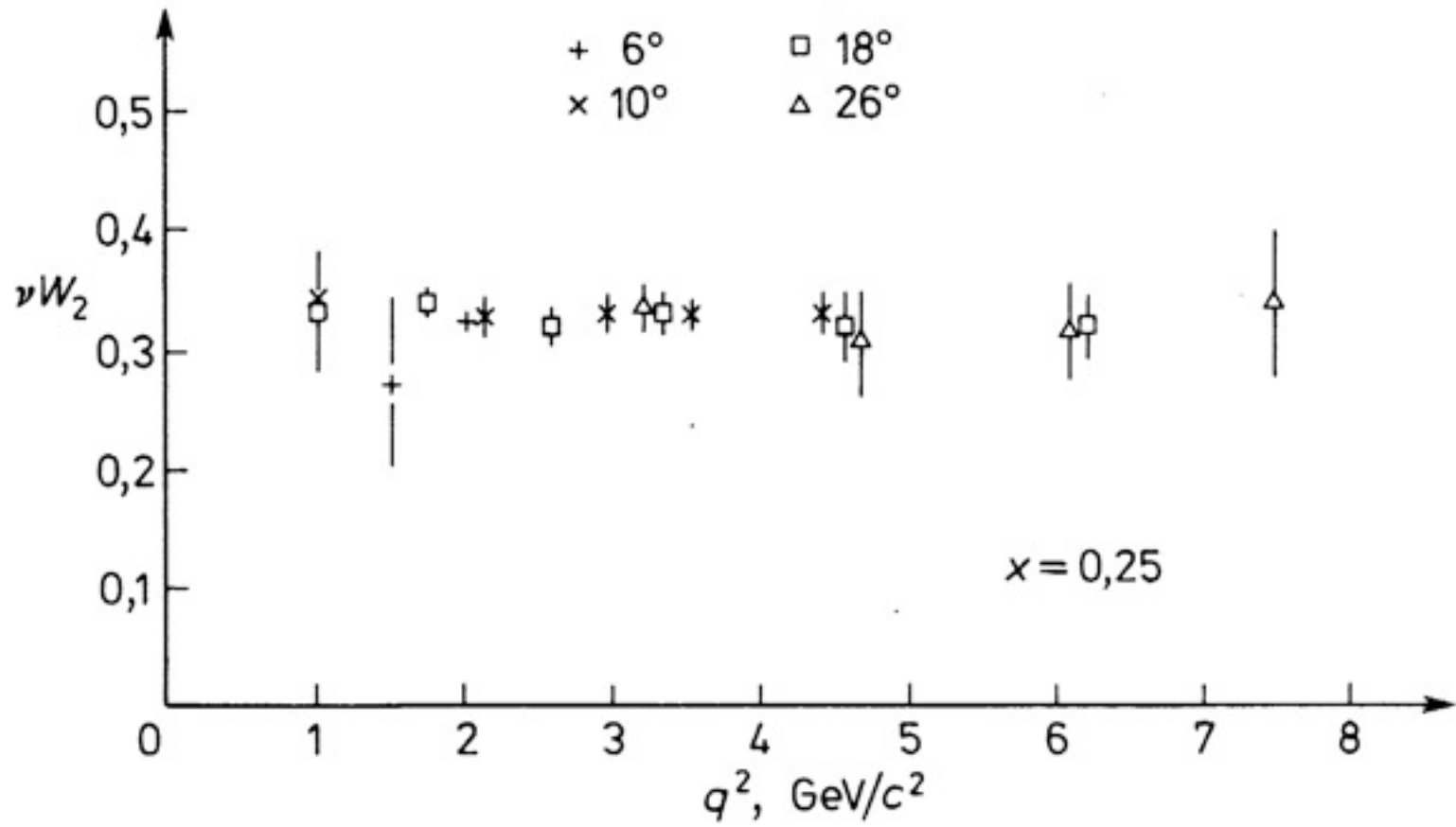
$$F_2(x, Q^2) = v W_2(Q^2, v)$$

# Pierwsze zdumiewające wyniki doświadczeń w SLAC

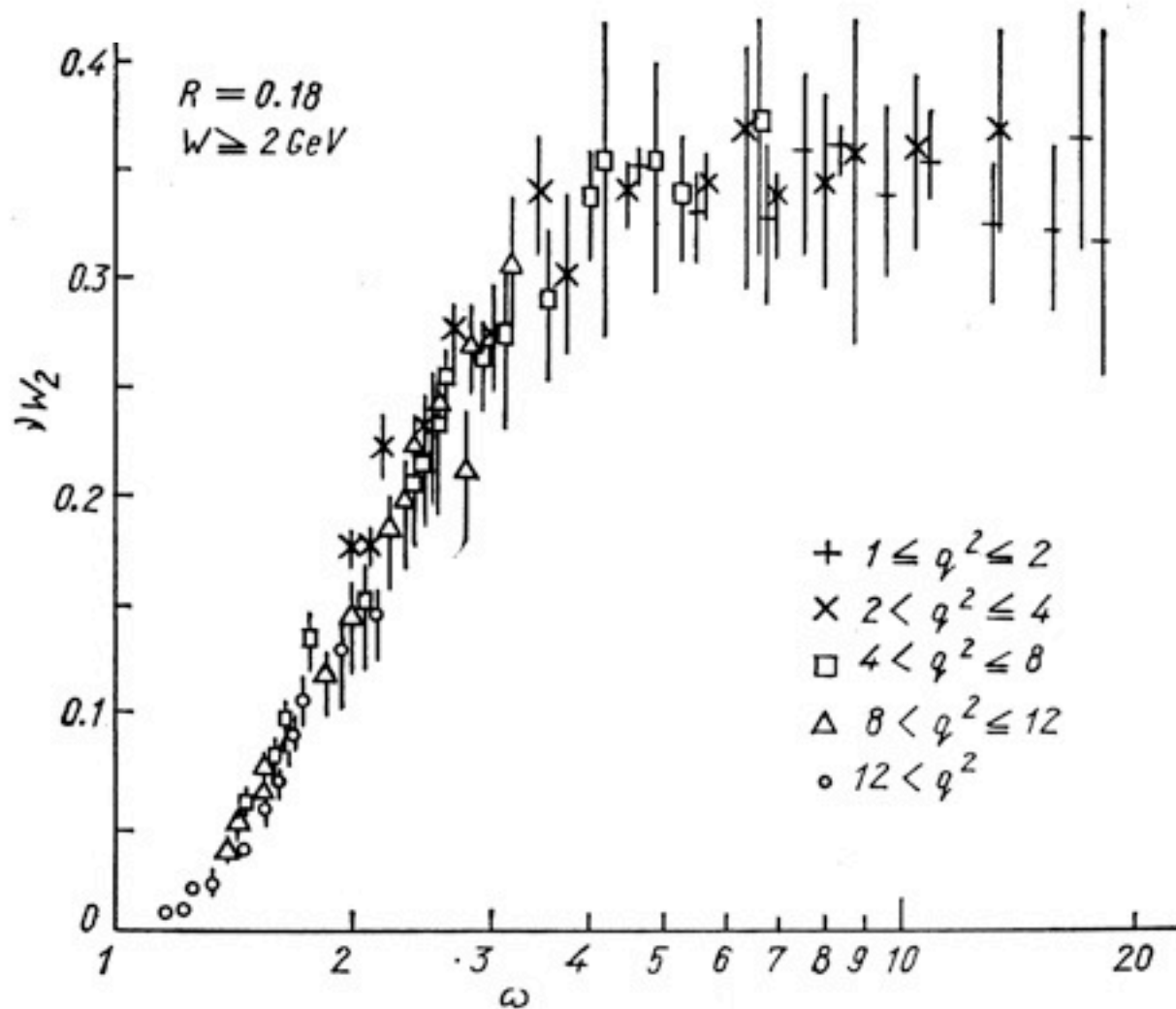
M. Breidenbach et al.,  
Phys. Rev. Lett. **23**, 935 (1969)



# przykład skalowania Bjorkena (1970)



# przykład skalowania Bjorkena (1970)



$$\omega = 2Mv/q$$

# Porównanie przekroju czynnego Diraca rozpraszania na cząstce punktowej o spinie $\frac{1}{2}$ i przekroju na rozpraszanie nieelastyczne

$$\left(\frac{d^2\sigma}{dq^2}\right)_{\text{Dirac}} = \frac{4\pi\alpha^2 Z^2}{q^4} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left(\cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2m^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

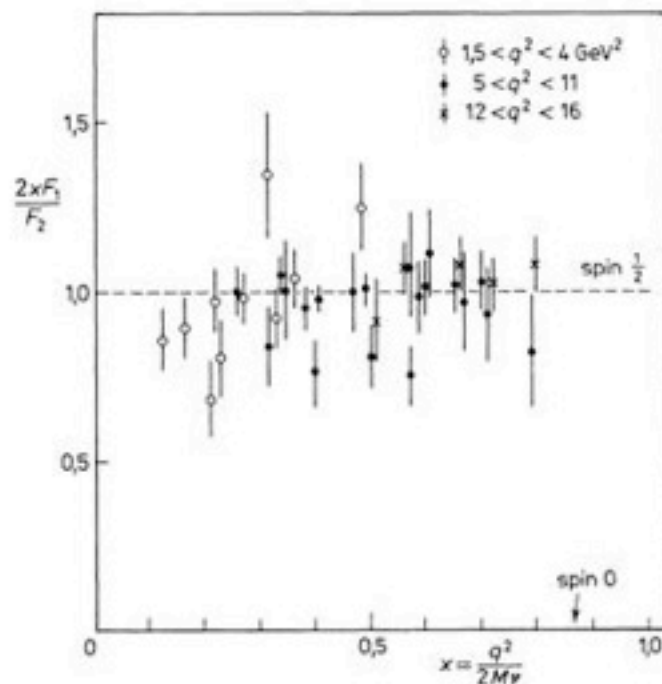
$$\left(\frac{d^2\sigma}{dq^2 dx}\right)_{\text{inelastic}} = \frac{4\pi\alpha^2 Z^2}{q^4} \left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left(F_2(x) \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{q^2}{2M^2 x^2} 2xF_1(x) \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \frac{1}{x}$$

$$m^2 \Leftrightarrow M^2 x^2$$

$$2xF_1(x) = F_2(x)$$

tzw. związek Callana-Grossa  
dobrze spełniony doświadczalnie

dla partonów o spinie 0:  $2xF_1/F_2 = 0$





$$F_2^{\text{ep}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \left\{ \frac{4}{9} [u(\mathbf{x}) + \bar{u}(\mathbf{x})] + \frac{1}{9} [d(\mathbf{x}) + \bar{d}(\mathbf{x}) + s(\mathbf{x}) + \bar{s}(\mathbf{x})] \right\}$$

z niezmienniczości izospinowej wynika, że  $u, \bar{u}$  w protonie odpowiadają  $d, \bar{d}$  w neutronie i *vice versa*; stąd mamy

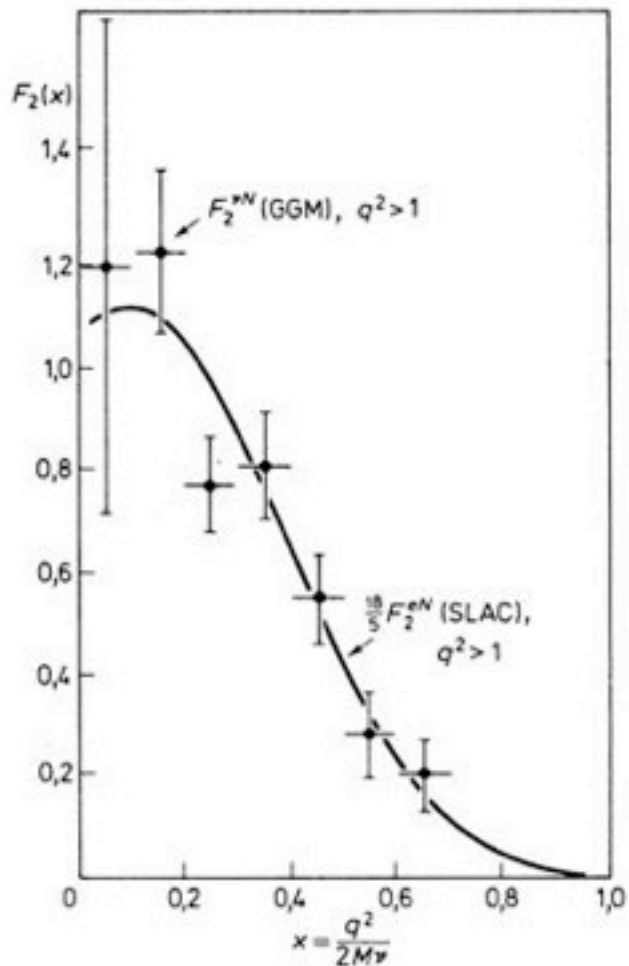
$$F_2^{\text{en}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \left\{ \frac{4}{9} [d(\mathbf{x}) + \bar{d}(\mathbf{x})] + \frac{1}{9} [u(\mathbf{x}) + \bar{u}(\mathbf{x}) + s(\mathbf{x}) + \bar{s}(\mathbf{x})] \right\}$$

Dla tarczy nukleonowej (równa liczba p i n) powinniśmy mieć

$$F_2^{\text{eN}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \left\{ \frac{5}{18} [u(\mathbf{x}) + \bar{u}(\mathbf{x}) + d(\mathbf{x}) + \bar{d}(\mathbf{x})] + \frac{1}{9} [s(\mathbf{x}) + \bar{s}(\mathbf{x})] \right\}$$

$$F_2^{\text{ep}}(\mathbf{x}) - F_2^{\text{en}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \left\{ \frac{1}{3} [u(\mathbf{x}) - d(\mathbf{x})] \right\}$$

same kwarki walencyjne

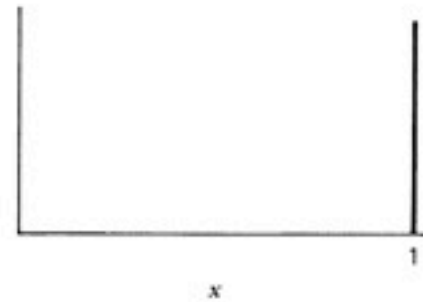
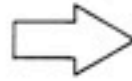


związek między  
funkcjami struktury  
protonu i neutronu  
bardzo dobrze spełniony  
przez dane

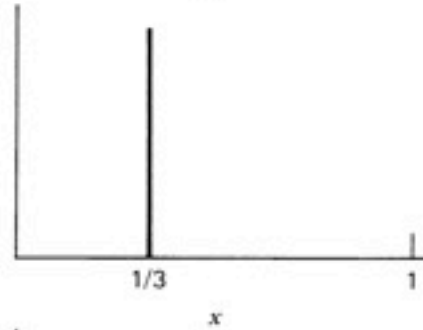
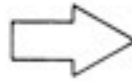
$$F_2^{eN}(x) = x \left\{ \frac{5}{18} [u(x) + \bar{u}(x) + d(x) + \bar{d}(x)] + \frac{1}{9} [s(x) + \bar{s}(x)] \right\}$$

# oczekiwana postać $F_2$

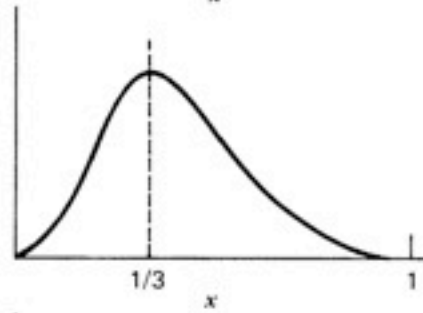
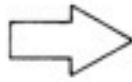
A quark



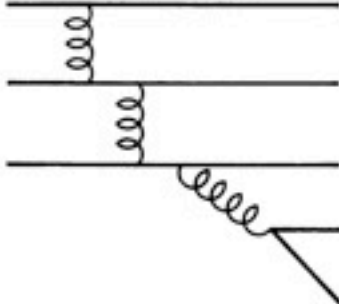
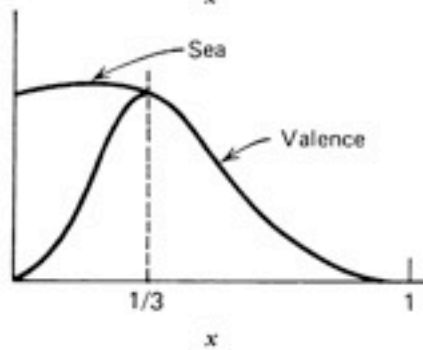
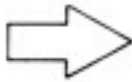
Three valence quarks



Three bound valence quarks

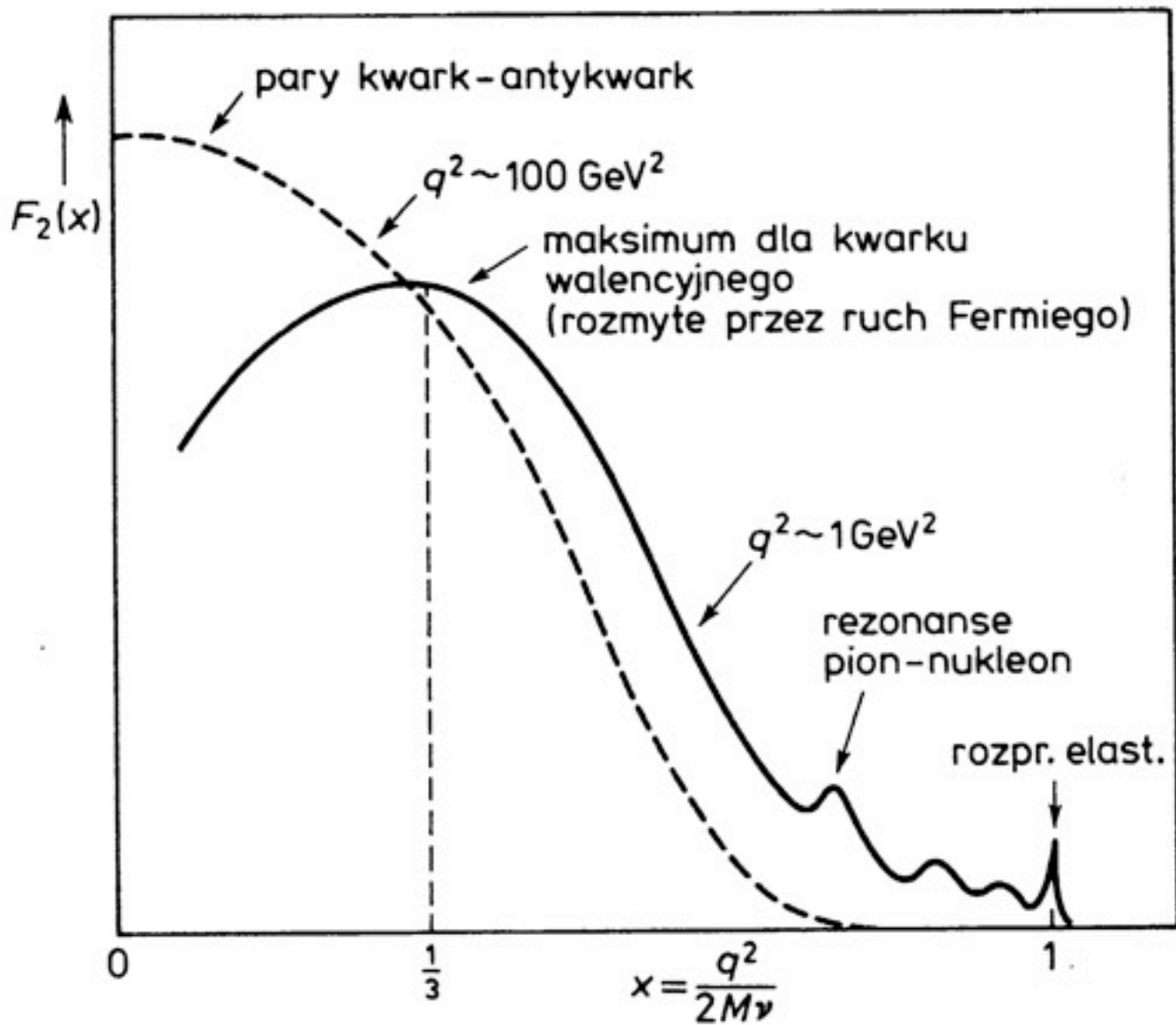


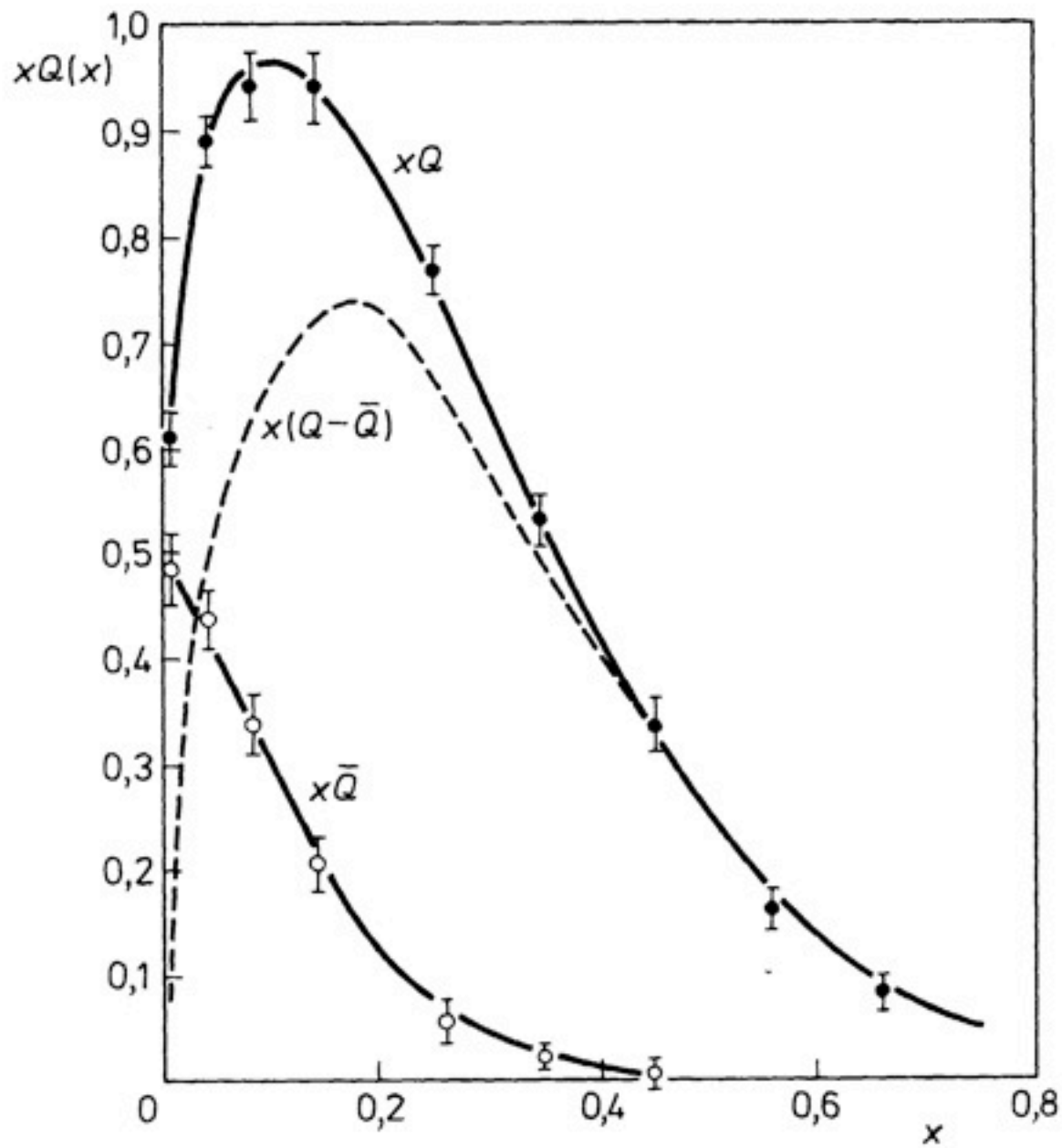
Three bound valence quarks + some slow debris, e.g.,  $g \rightarrow q\bar{q}$



Small  $x$

(Halzen & Martin)





$q^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$

$$\int_0^1 [u(x) - \bar{u}(x)] dx = 2$$

$$\int_0^1 [d(x) - \bar{d}(x)] dx = 1$$

$$\int_0^1 [s(x) - \bar{s}(x)] dx = 0$$

z liczby kwarków walencyjnych

$$\int_0^1 x u(x) dx = 2 \int_0^1 x d(x) dx$$

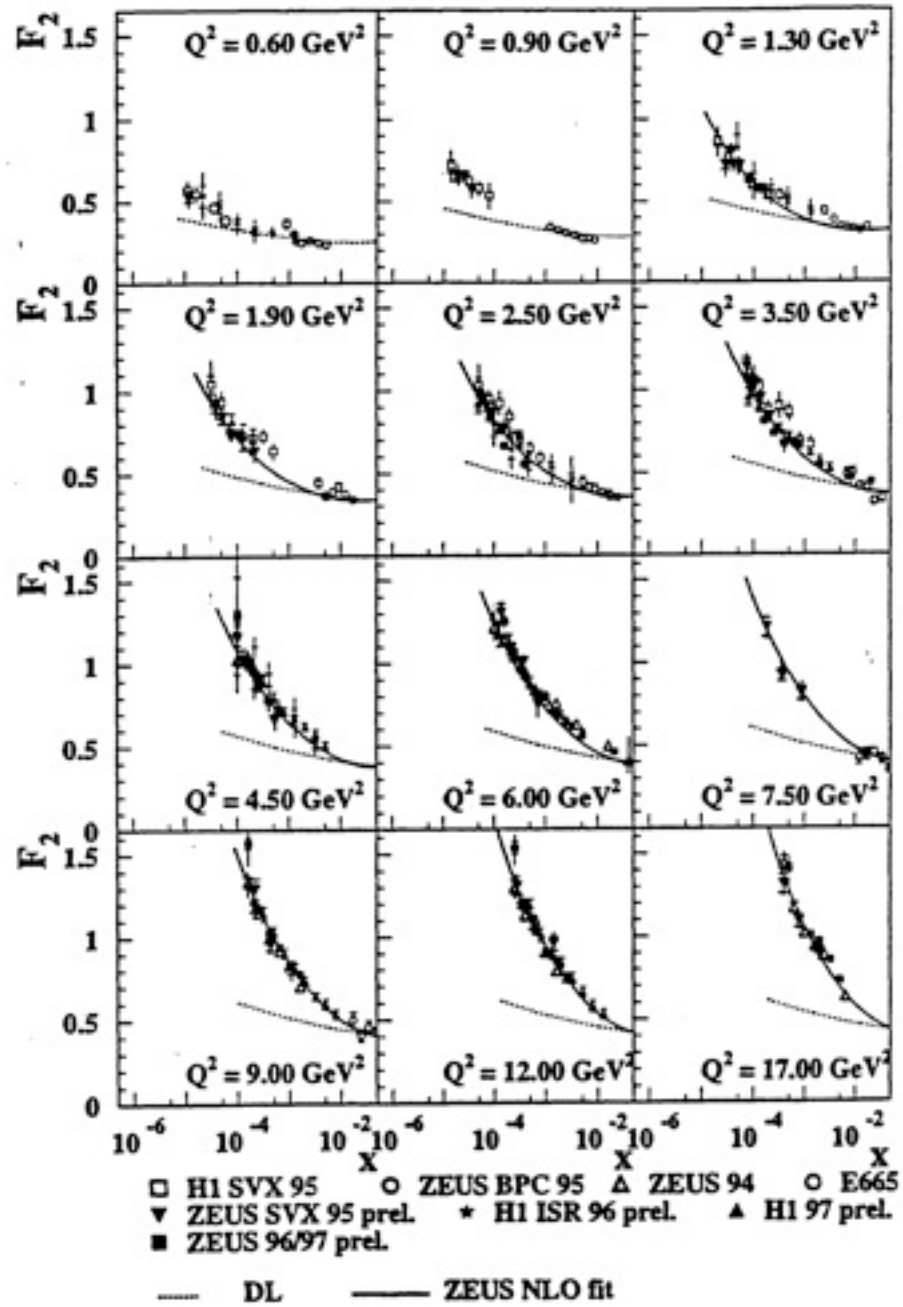
w protonie dwa razy więcej kwarków u niż kwarków d

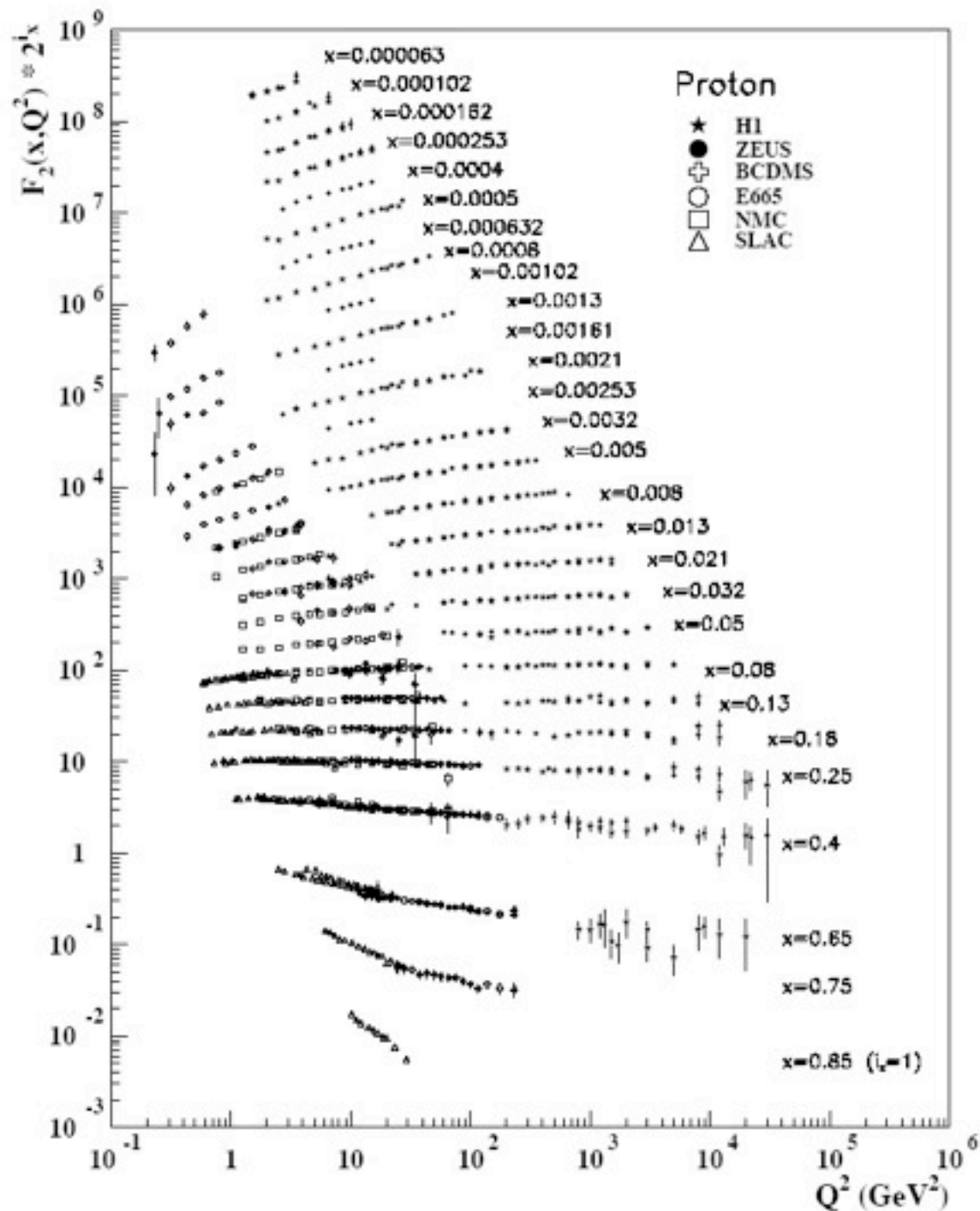
$$\int_0^1 x d(x) dx = \int_0^1 F_2(x) dx \cong 0,18$$

$$\int_0^1 x u(x) dx \cong 0,36$$

**Wniosek: około połowy pędu nukleonu jest niesione przez gluony**

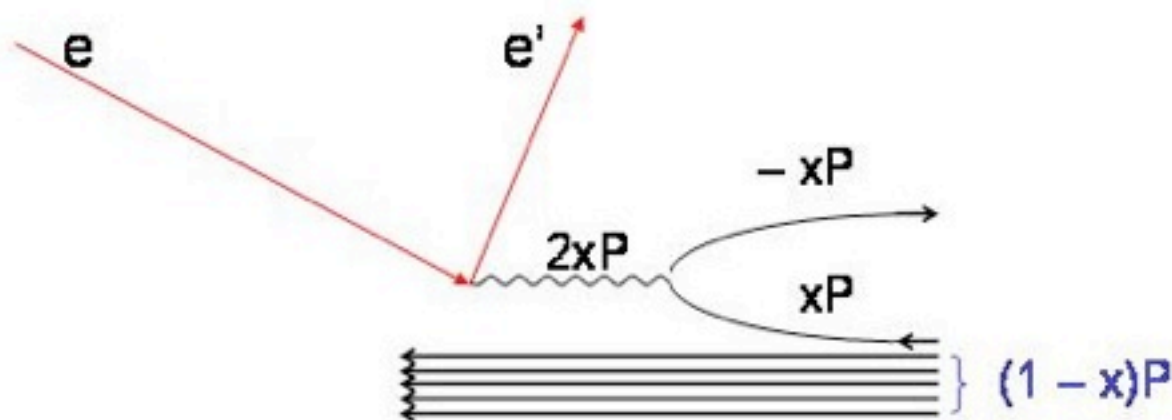
# HERA 1995-1997 preliminary





PDG 2008





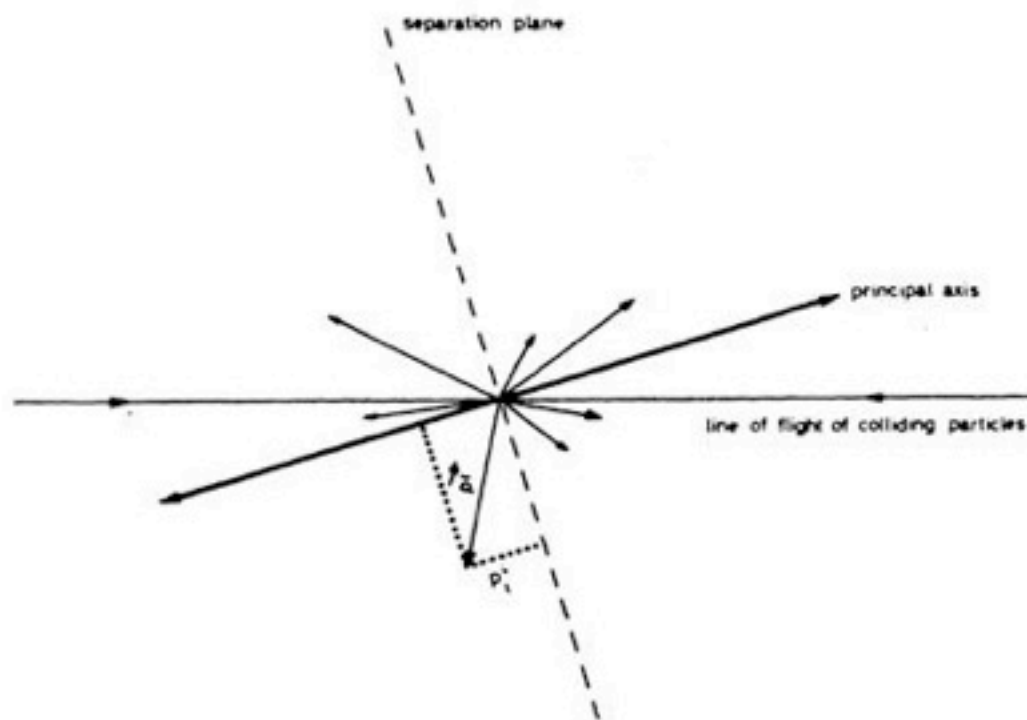
**Układ Breita:** energia przenoszona przez wirtualny foton wynosi zero; w tym układzie  $x$  mierzy ułamek pędu protonu niesionego przez parton

$$\hat{\lambda} = \frac{\hbar}{|\vec{q}|} = \frac{\hbar}{\sqrt{Q^2}}$$

$Q^2$  wyznacza zdolność rozdzielczą sondowania nukleonu

$$0,2 \text{ fm} \equiv 1 \text{ GeV}^{-1}$$

## Poszukiwanie jetów przy niskich energiach zderzeń



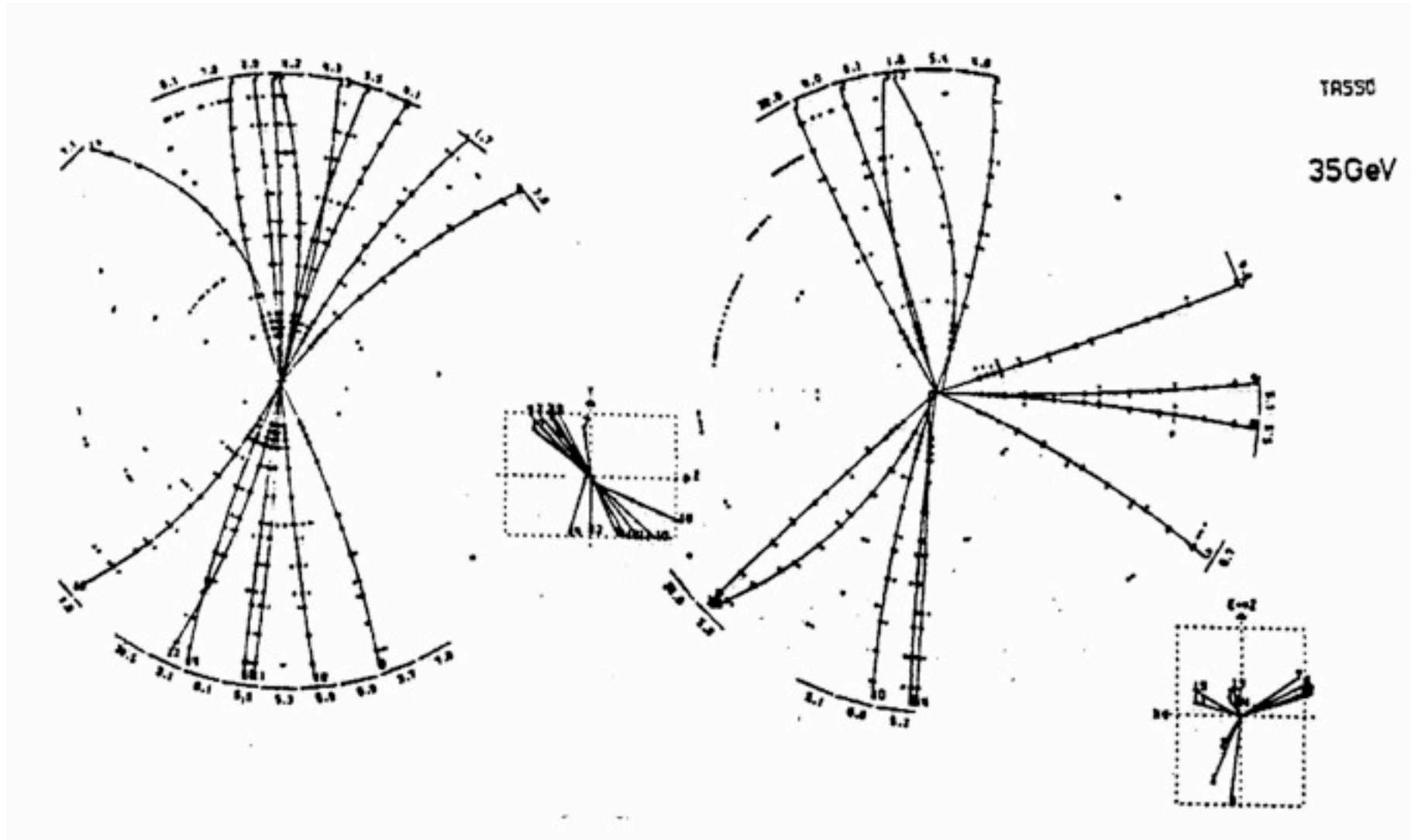
Oś główna  
(*principal axis*) = *thrust*  
*Phys.Lett.*12, 57 (1964)

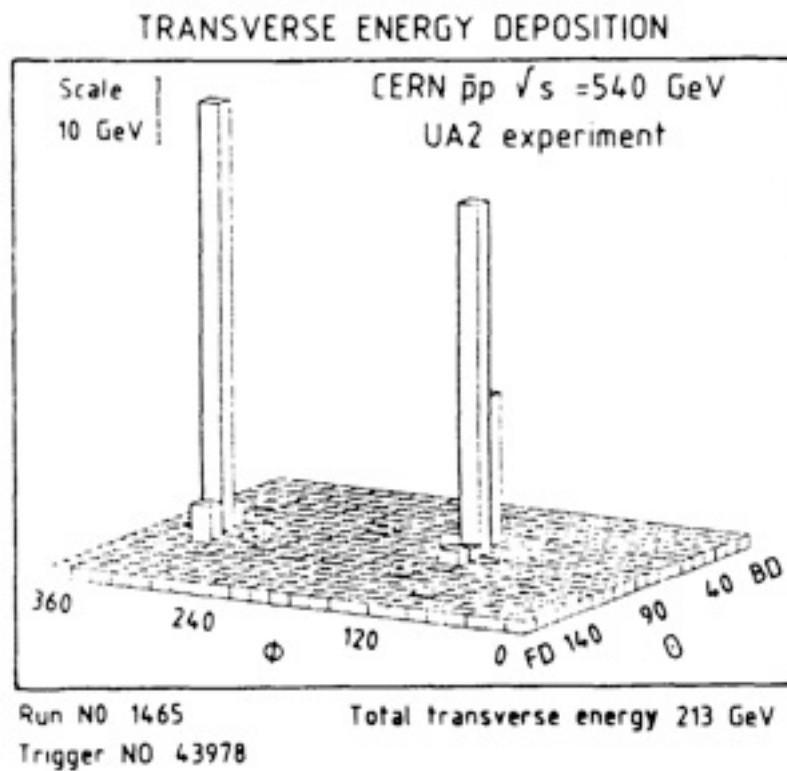
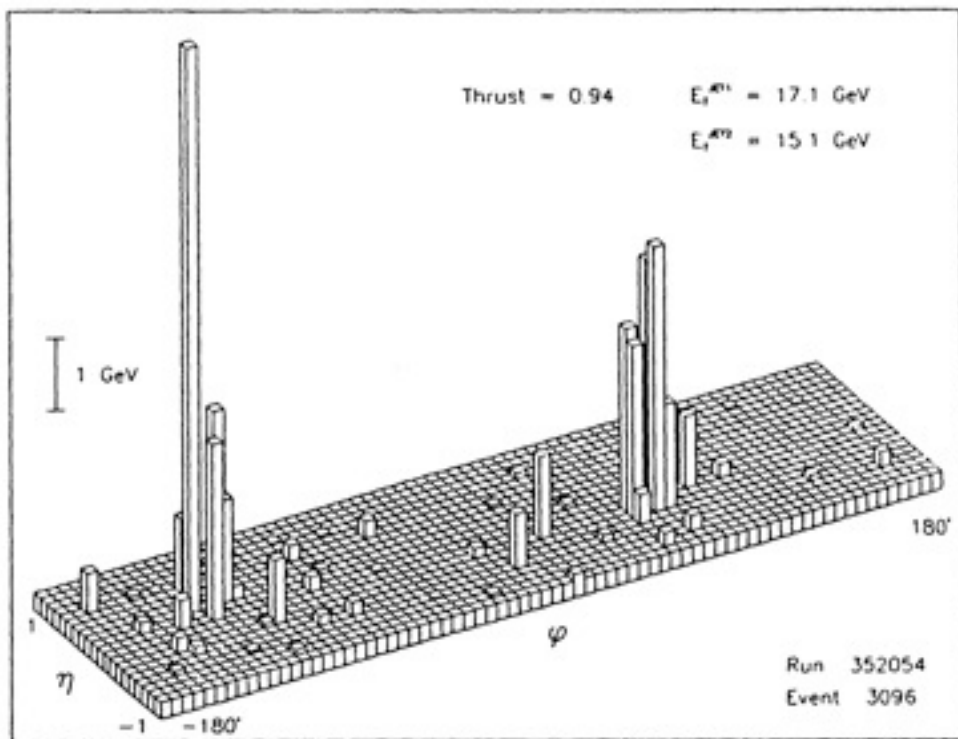
Poszukiwanie  
kierunku  
maksimum  $\sum p_{Li}$

$$T = \max T(\vec{n}); \quad T(\vec{n}) = \frac{\sum_i \vec{p}_{Li}}{\sum_i |\vec{p}_i|}$$

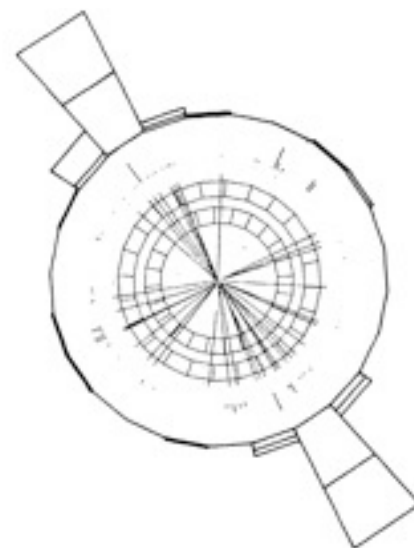
inne propozycje: poszukiwanie kierunku minimum  $\sum p_{ti}$  (*sphericity*)

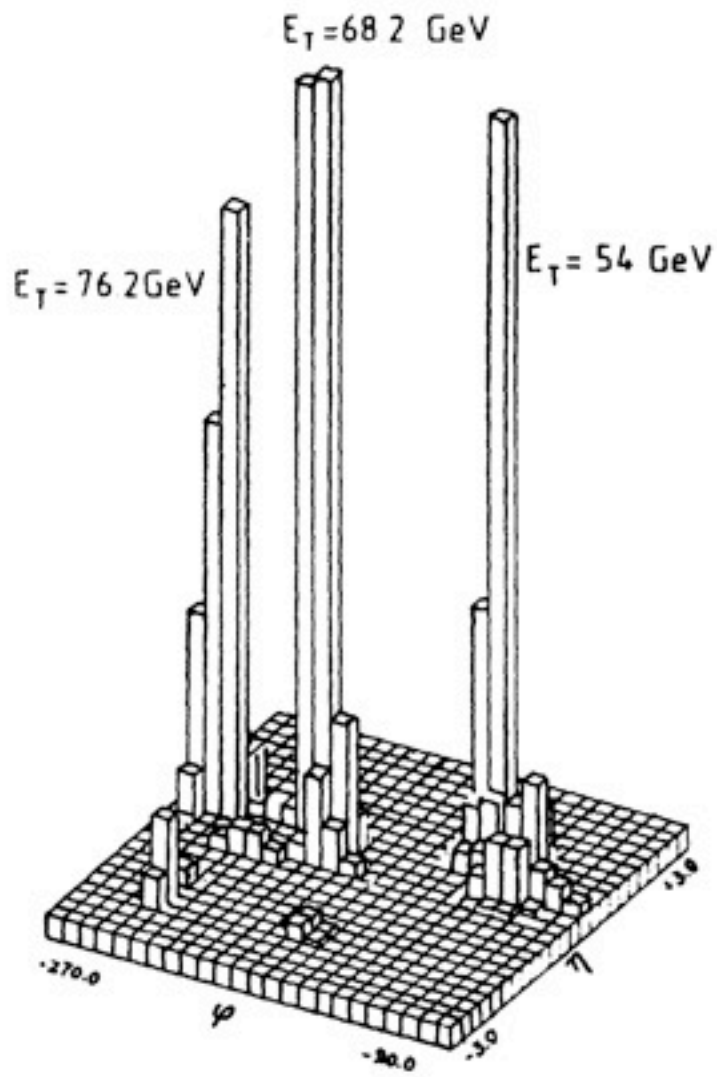
# Jety widoczne dopiero przy wysokich energiach



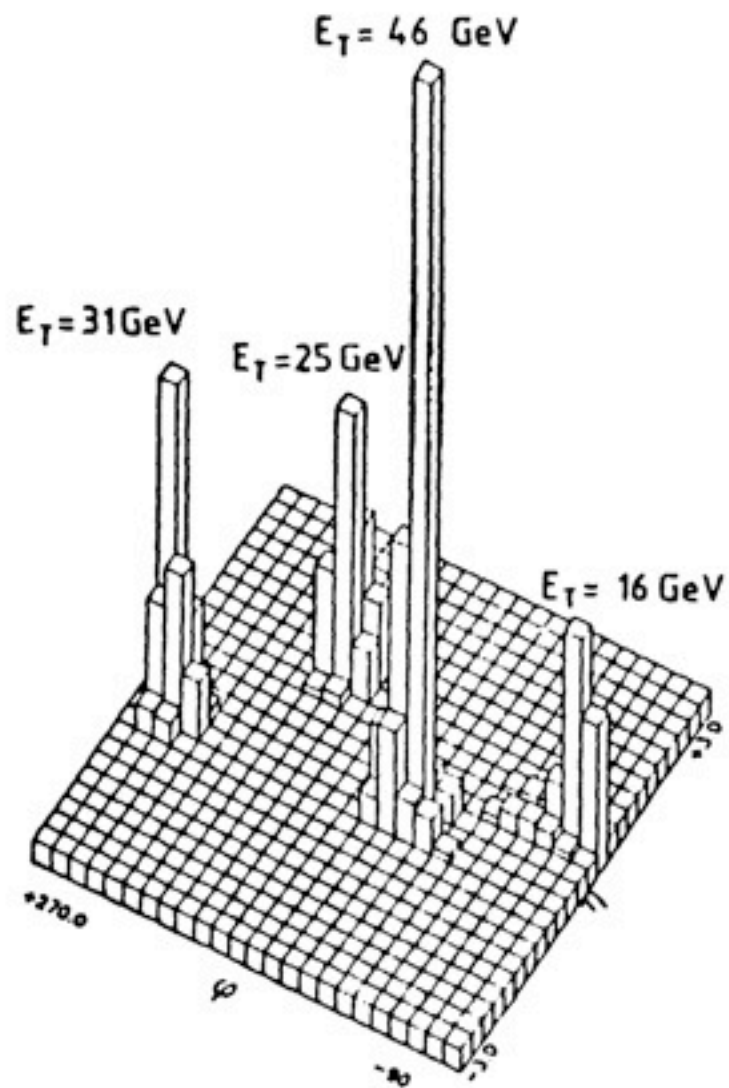


Jety w ISR:  $E_{cm} = \sqrt{s} = 63 \text{ GeV}$





3 jety



4 jety

