

Rozdział 9

**Przegląd niektórych danych
doświadczalnych o produkcji hadronów.
Rozpraszanie elastyczne. Rozkłady
krotności**

Krotności hadronów

$$a + b \rightarrow c_1 + c_2 + \dots + c_i + \dots + c_N$$

Reakcje **ekskluzywne**: wszystkie cząstki wtórne zostały zidentyfikowane

$$d^N \sigma / \prod_i^N d^3 \vec{p}_{c_i} \quad \text{pełny opis wymaga } 3N - 4 \text{ zmiennych}$$

Reakcje **inkluzywne**: $a + b \rightarrow c_1 + \text{cokolwiek}$ 3 zmienne

$$a + b \rightarrow \text{cokolwiek}$$

$$\sigma_{\text{tot}}, d\sigma/d\Omega$$

$$a + b \rightarrow c_1 + c_2 + \text{cokolwiek}$$

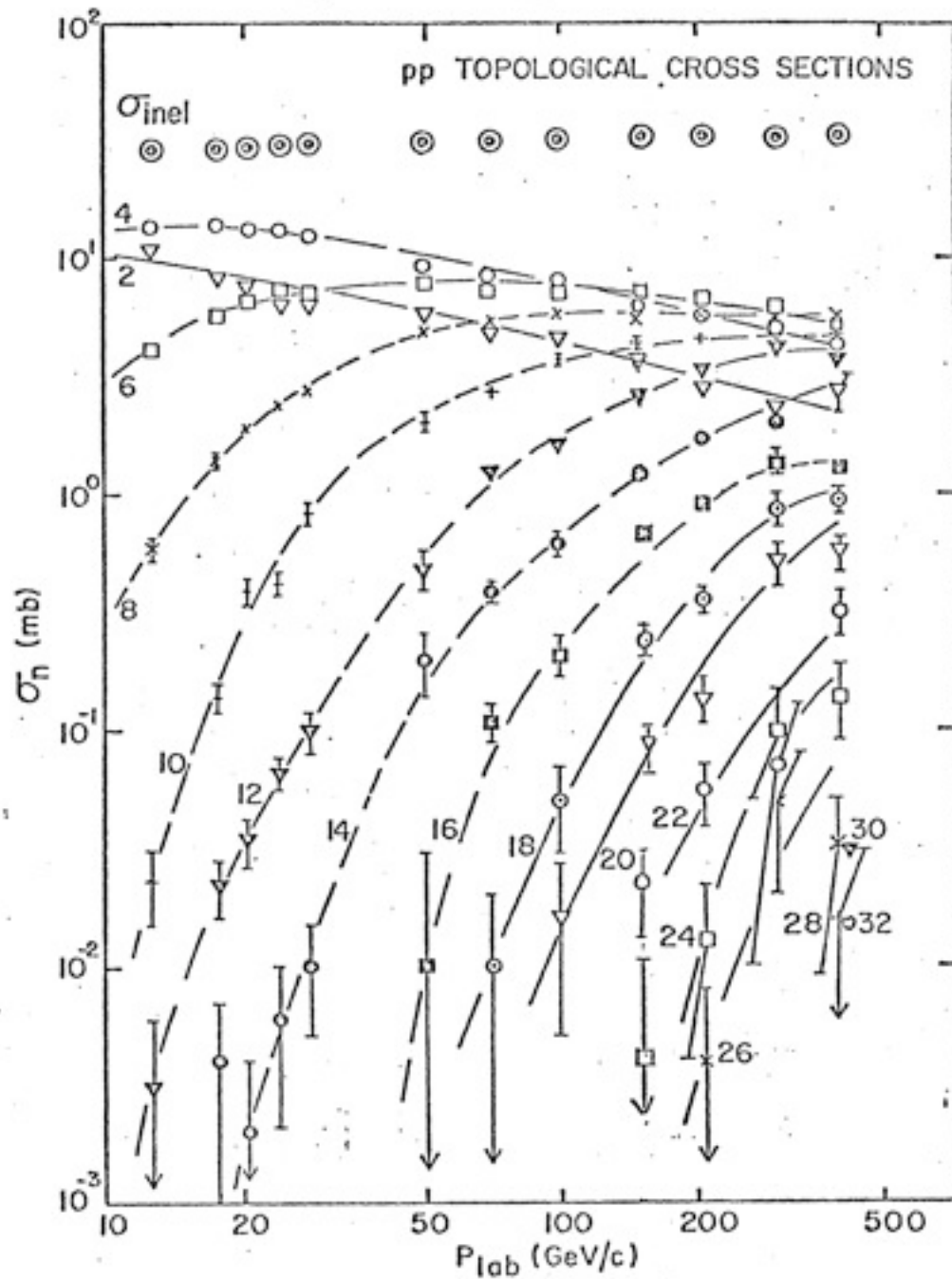
$$d^2\sigma/d^3p_{c_1} d^3p_{c_2}$$

Reakcje **semi-inkluzywne**

$$a + b \rightarrow c_1 + c_2 + \dots + c_N + \text{jakiegokolwiek neutralne}$$

\implies przekroje topologiczne

Przykład przekrojów topologicznych



Rozkłady krotności hadronów

$$P_n = \sigma_n / \sigma_{\text{tot}}$$

$$\langle n \rangle = \sum n P_n$$

średnia krotność

$$\mu_k = \langle (n - \langle n \rangle)^k \rangle$$

momenty centralne

$$D = \left(\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2 \right)^{1/2} = (\mu_2)^{1/2}$$

dyspersja

$$\gamma_1 = \mu_3 / D^3$$

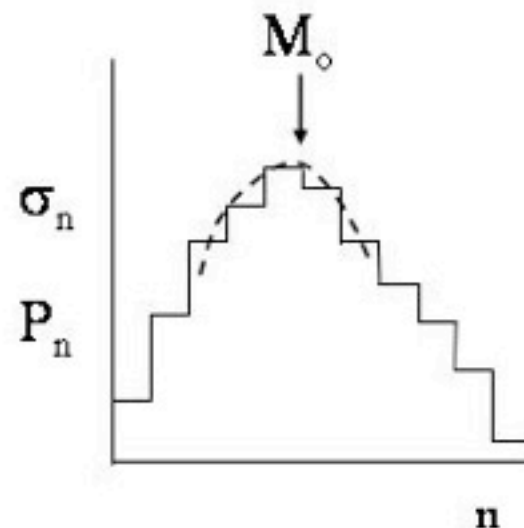
skośność

$$\gamma_2 = \mu_4 / D^4$$

spłaszczenie

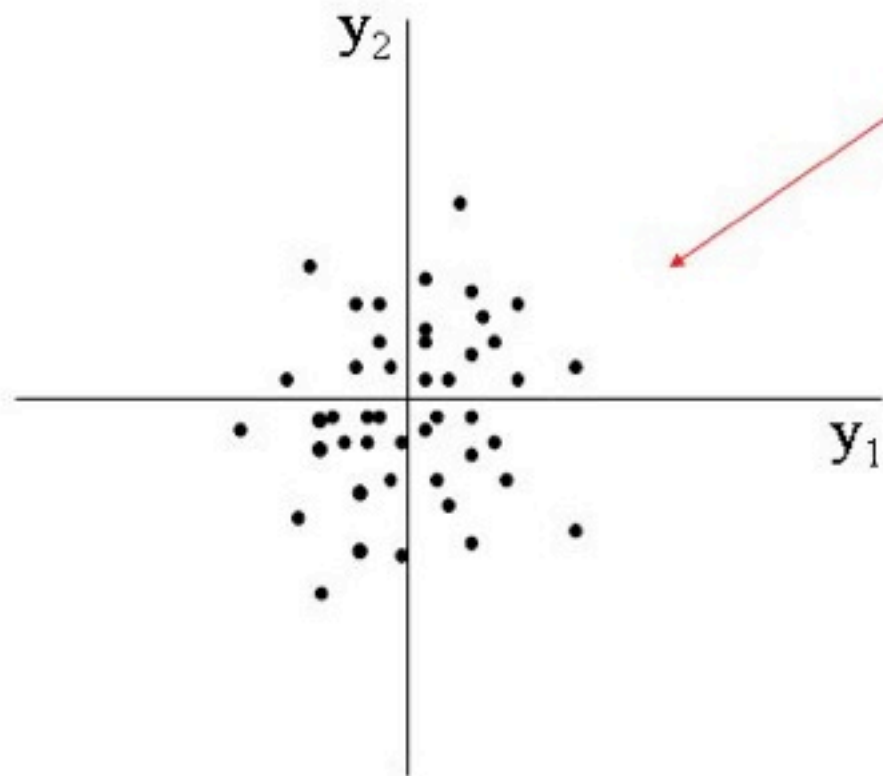
$$C_k = \frac{\langle n^k \rangle}{\langle n \rangle^k}$$

momenty C



wartość modalna

$$M_0 : \left. \frac{d}{dn} \psi(n) \right|_{n=M_0} = 0$$



$$C(y_1, y_2) = \frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{dy_1 dy_2} - \frac{1}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dy_1} \frac{d\sigma}{dy_2}$$

$$\int \frac{d\sigma}{dy} dy = \langle n \rangle \sigma$$

$$\int \frac{d^2\sigma}{dy_1 dy_2} dy_1 dy_2 = \langle n(n-1) \rangle \sigma$$

$$\int C(y_1, y_2) dy_1 dy_2 = \underbrace{\int \frac{1}{\sigma} \frac{d^2\sigma}{dy_1 dy_2} dy_1 dy_2}_{\langle n(n-1) \rangle} - \underbrace{\int \frac{1}{\sigma^2} \frac{d\sigma}{dy_1} \frac{d\sigma}{dy_2} dy_1 dy_2}_{\langle n \rangle^2} = f_2$$

$$f_2 = D^2 - \langle n \rangle$$

$$f_3 = \int C(y_1, y_2, y_3) dy_1 dy_2 dy_3 = \langle n(n-1)(n-2) \rangle - 3 \langle n(n-1) \rangle \langle n \rangle + 2 \langle n \rangle^3 =$$

$$= \mu_3 + 2 \langle n \rangle - 3D^2$$

$$\gamma_1 = (f_3 + 3D^2 - 2 \langle n \rangle) / D^3 \quad \text{skośność rozkładu}$$

$$n = 2n_- + Q$$

$$Q = +2 \text{ dla } pp, \pi^+p, K^+p, vp \rightarrow \mu^-X^{++}$$

$$Q = +1 \text{ dla } pn, \pi^+n, K^+n, vn \rightarrow \mu^-X^+$$

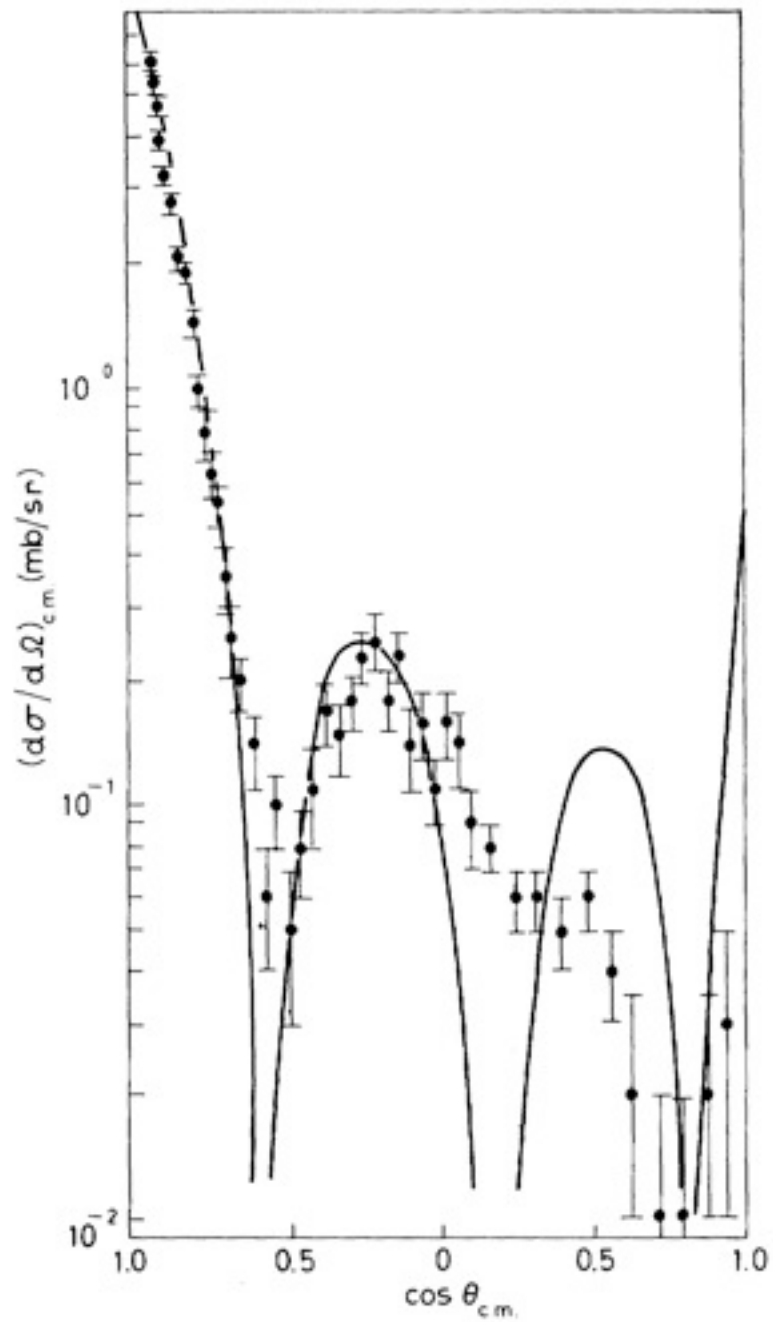
$$Q = 0 \text{ dla } \bar{p}p, \pi^-p, K^-p, \bar{v}p \rightarrow \mu^+X^0$$

$$Q = -1 \text{ dla } \bar{p}n, \pi^-n, K^-n, \bar{v}n \rightarrow \mu^+X^-$$

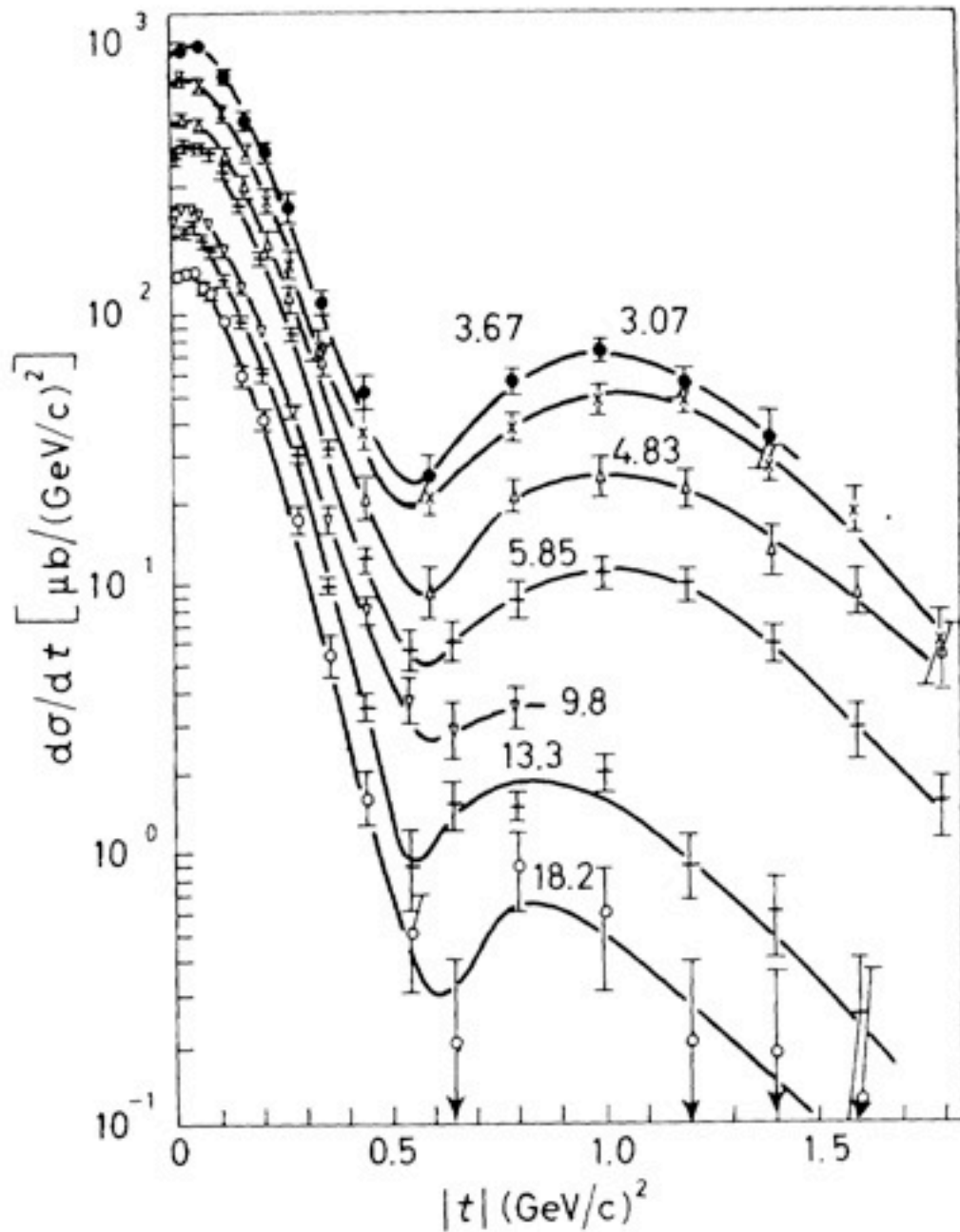
$$D = 2D^-; \quad \gamma_1 = \gamma_1^-; \quad f_2 = 4f_2^{--} - Q + 2\langle n \rangle$$

$$f_2^{--} = f_2^{++} + Q; \quad f_2^{+-} = f_2^{--} + \langle n_- \rangle$$

itd.

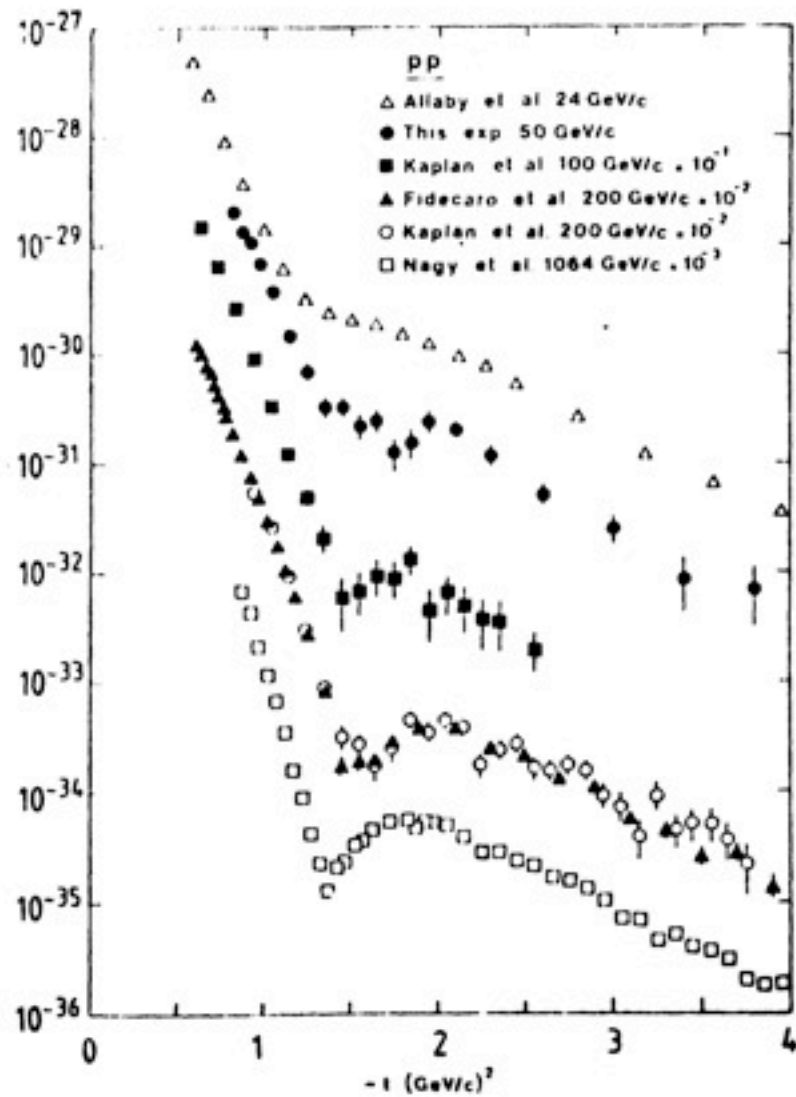
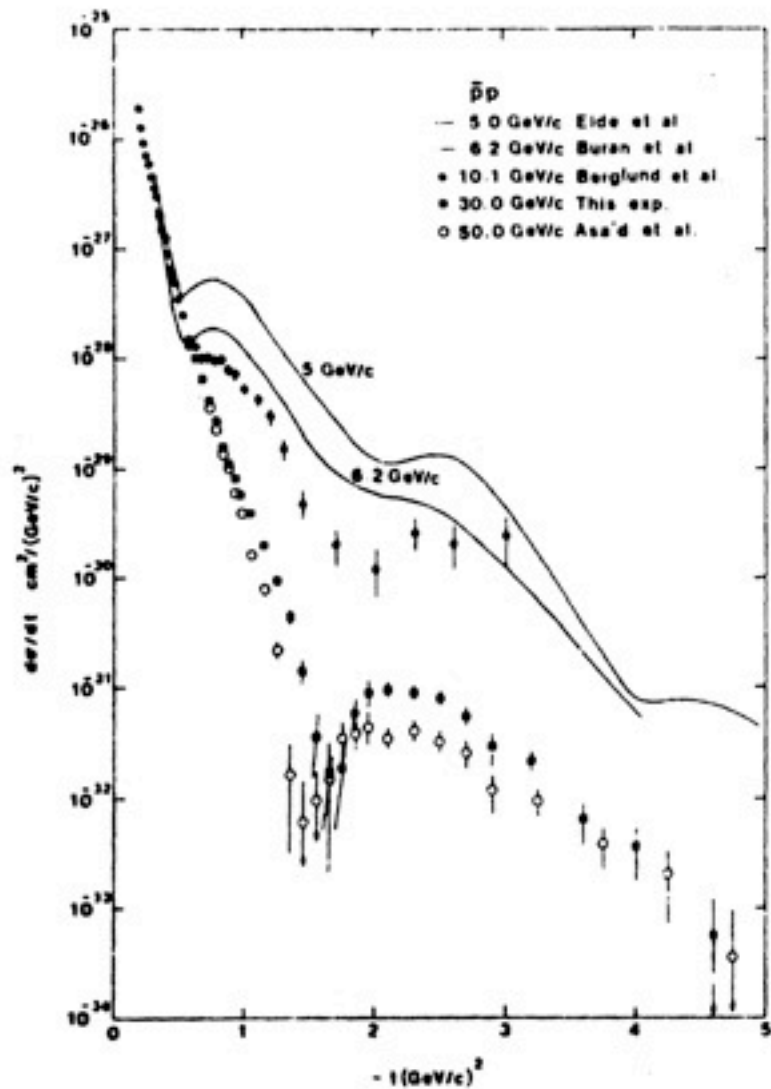


Rozpraszanie elastyczne
 π^-p przy 2 GeV/c

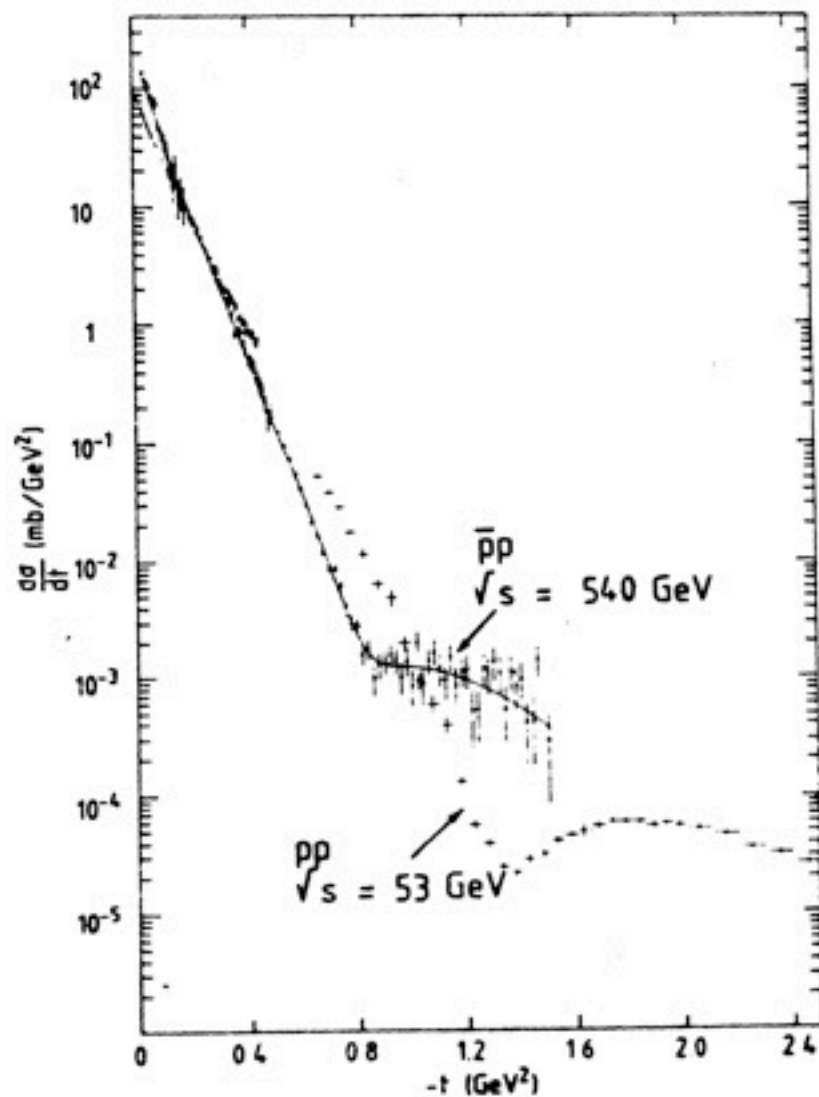
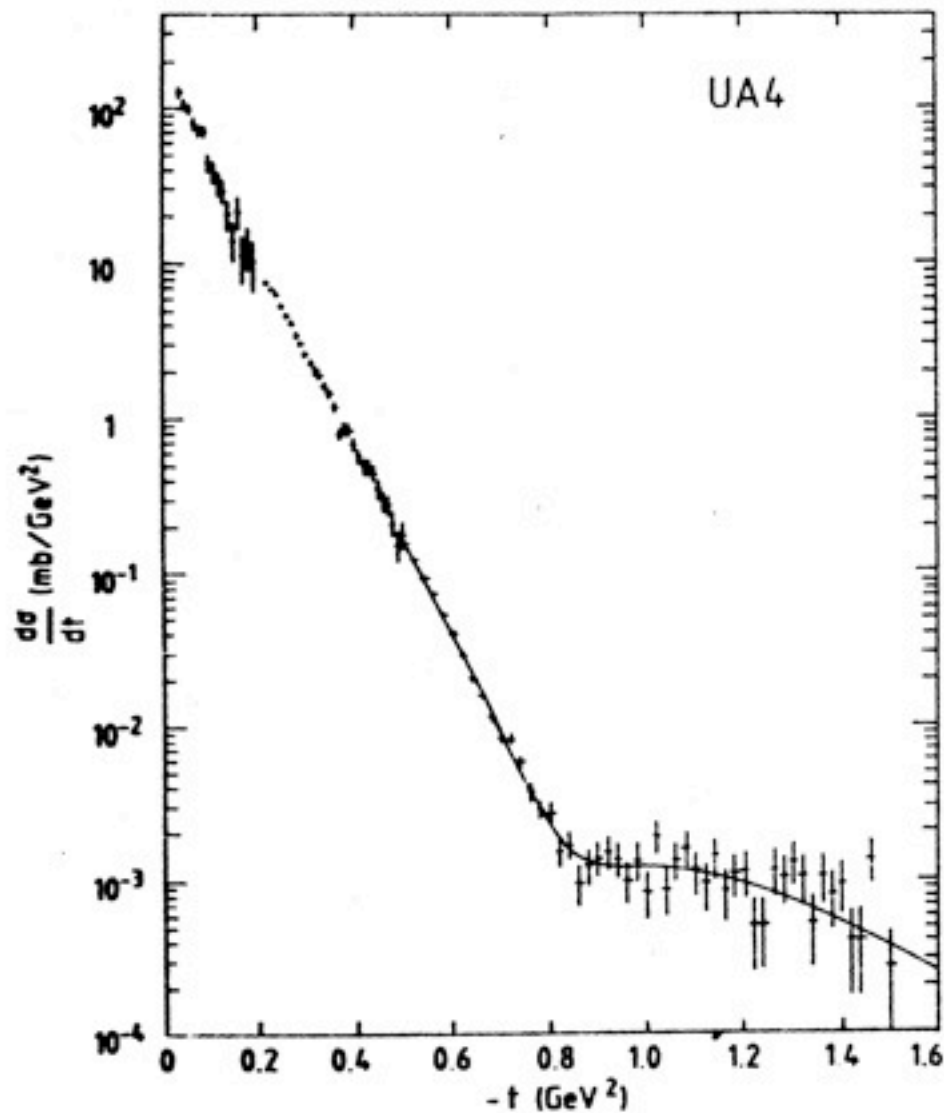


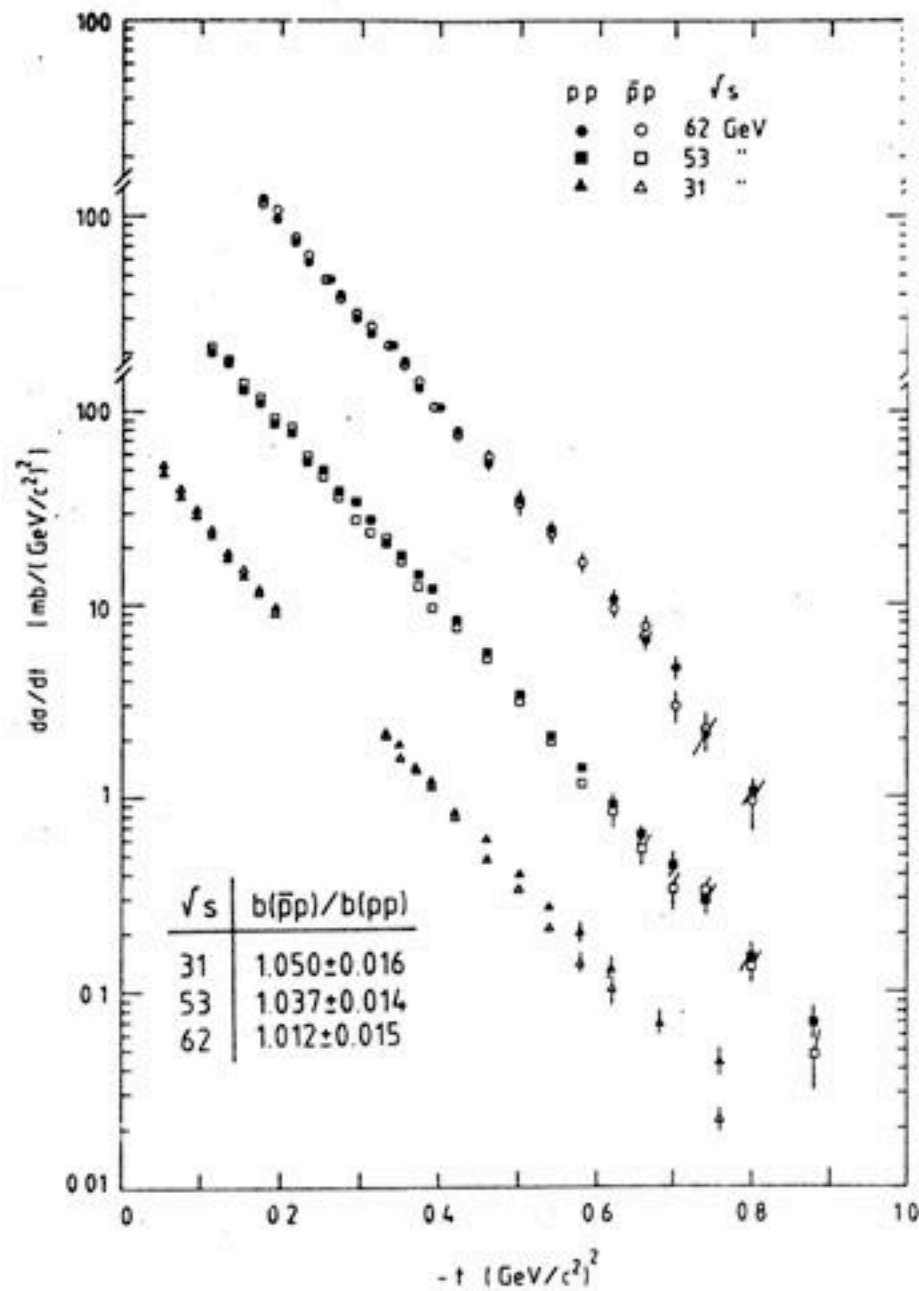
Reakcja wymiany
 ładunku $\pi^-p \rightarrow \pi^0n$ przy
 różnych energiach

Rozpraszanie elastyczne proton-proton oraz antyproton-proton



Rozpraszanie elastyczne proton-proton oraz antyproton-proton





Porównanie rozpraszania
elastycznego proton-proton
i antyproton-proton

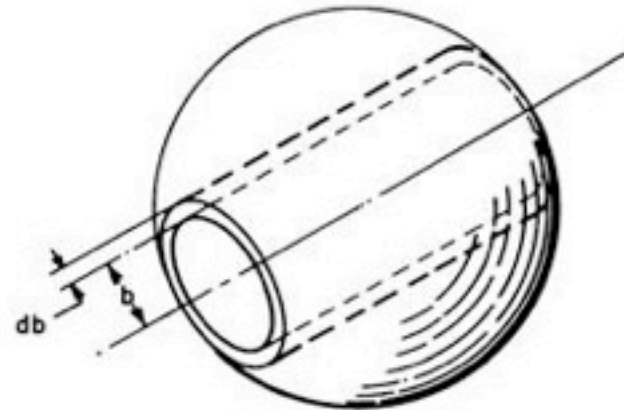
opis fenomenologiczny

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \exp(-bt)$$

Interpretacja parametru nachylenia $d\sigma/dt$

Model optyczny: rozpraszanie fali na kuli o przezroczystości równej a_l

Uwaga: kolizja oznaczeń
literą b oznacza się zwykle
parametr nachylenia $d\sigma/dt$
oraz
parametr zderzenia



kula o ostrych brzegach: $a_l = a$ dla $l \leq kR$
 $a_l = 0$ dla $l > kR$

wykorzystujemy związki: $l \equiv kb$; $dl = k db$

$$\lim_{l \rightarrow \infty} P_l(\cos \theta) = J_0(l \sin \theta) \equiv J_0(l\theta) \equiv J_0(kb\theta)$$

$$f(\theta) = -i \int_0^R kb(a-1) J_0(kb \sin \theta) db = i(1-a) kR^2 \left[\frac{J_0(kR \sin \theta)}{kR \sin \theta} \right]$$

zmiana zmiennej: $t = -2k^2(1 - \cos\theta)$

$$\frac{d\sigma}{dt} = (1-a)^2 \pi R^2 \left[\frac{J_1(R\sqrt{-t})}{\sqrt{-t}} \right]^2 = \left[\frac{R}{2} \left(1 - \frac{R^2 |t|}{2^2 1! 2!} + \frac{R^4 |t|^2}{2^4 2! 3!} - \frac{R^6 |t|^3}{2^6 3! 4!} + \dots \right) \right]^2$$

$$\exp(-R^2 |t|/8) = 1 - \frac{R^2 |t|}{2^3 1!} + \frac{R^4 |t|^2}{(2^3)^2 2!} - \frac{R^6 |t|^3}{(2^3)^2 3!} + \dots$$

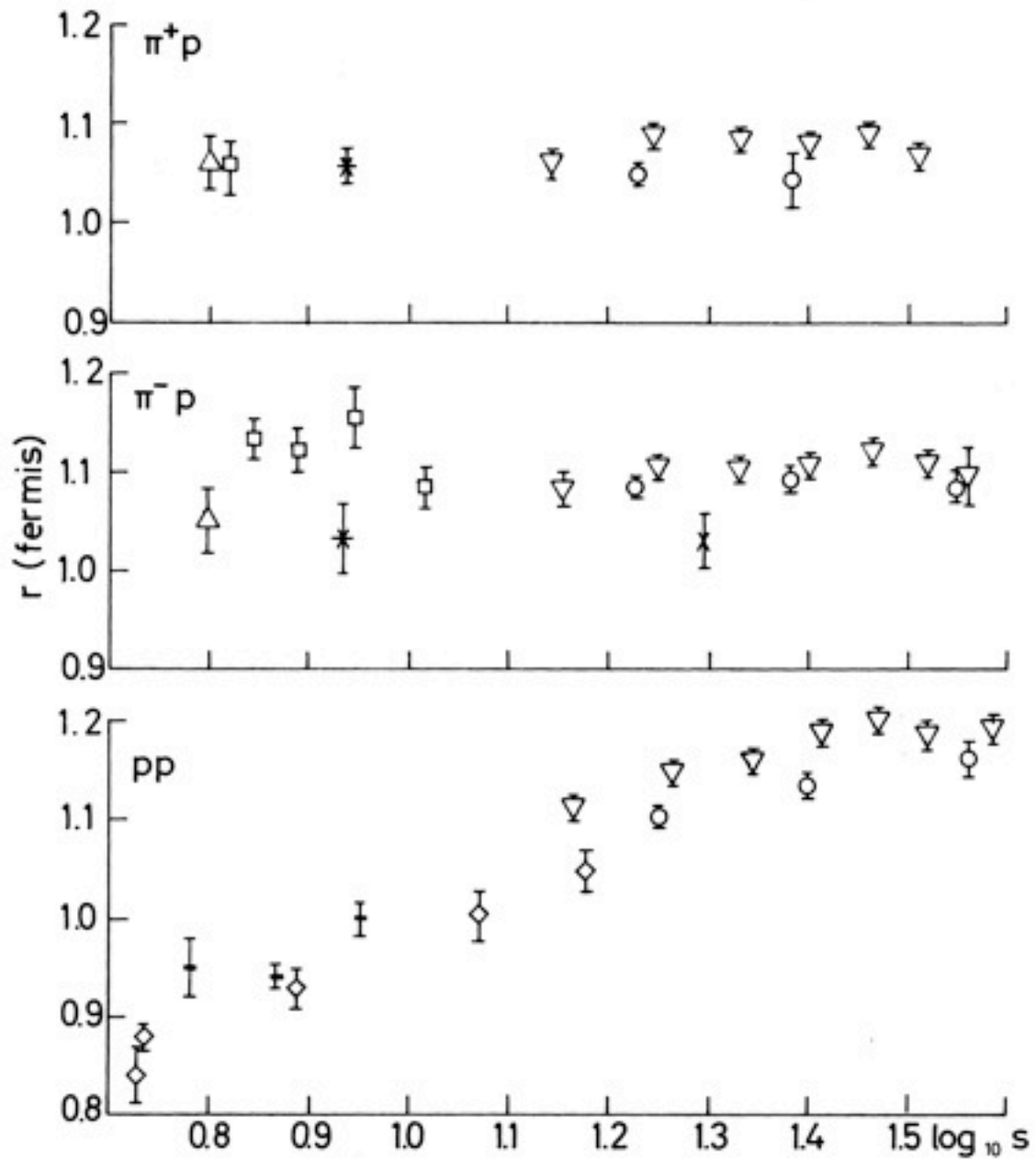
$$\frac{d\sigma}{d|t|} = (1-a)^2 \frac{\pi R^4}{4} \exp\left(-\frac{R^2 |t|}{4}\right) \cong \exp(-bt)$$

parametr nachylenia

$$b = R^2/4$$

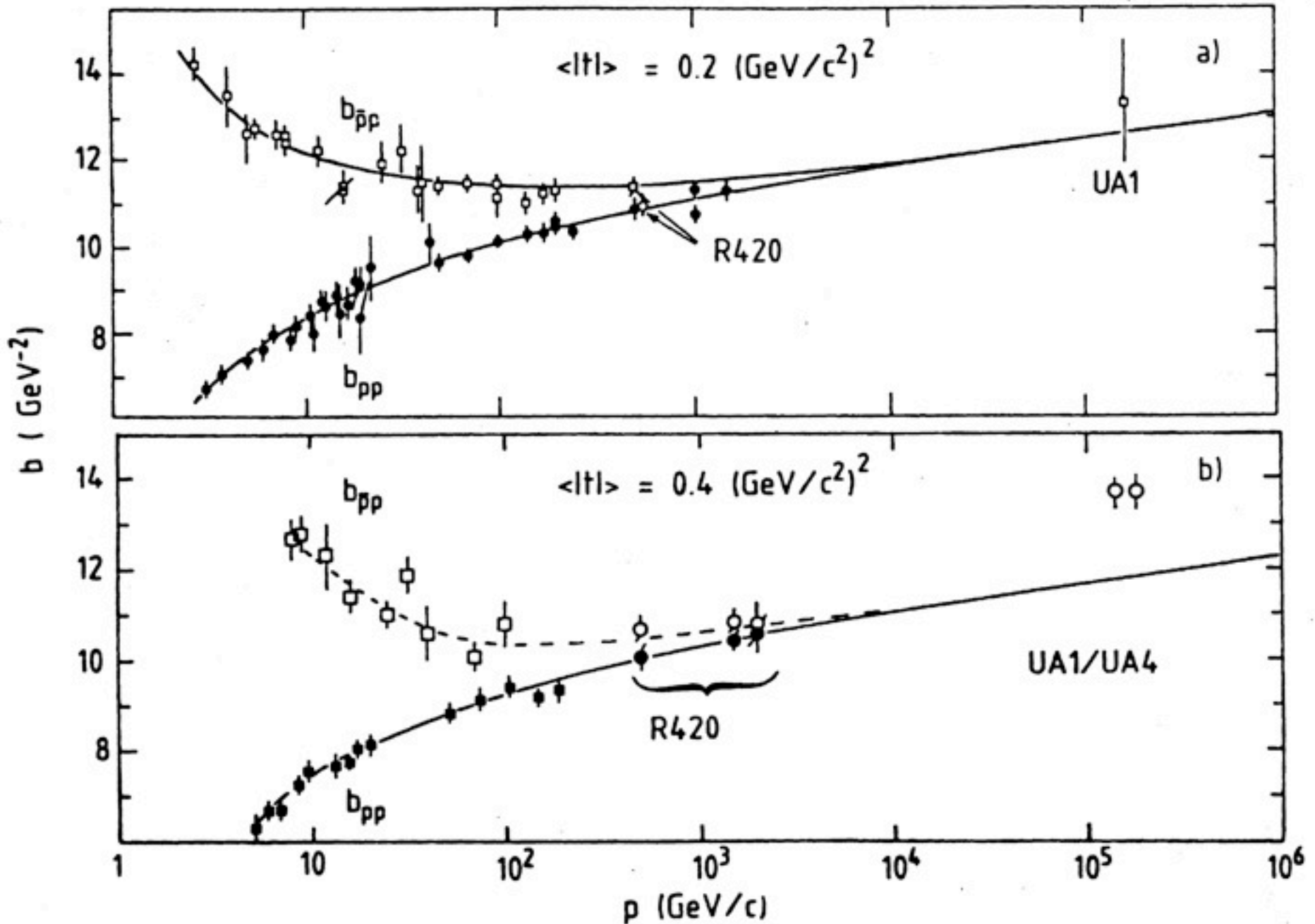
wzrost b ze wzrostem energii dla oddziaływań p-p („zwężanie maksimum dyfrakcyjnego”) oznacza wzrost rozmiarów protonu „widzianego” w rozpraszaniu elastycznym. Dla oddziaływań π -p parametr b jest w przybliżeniu stały, a dla p-p maleje ze wzrostem energii

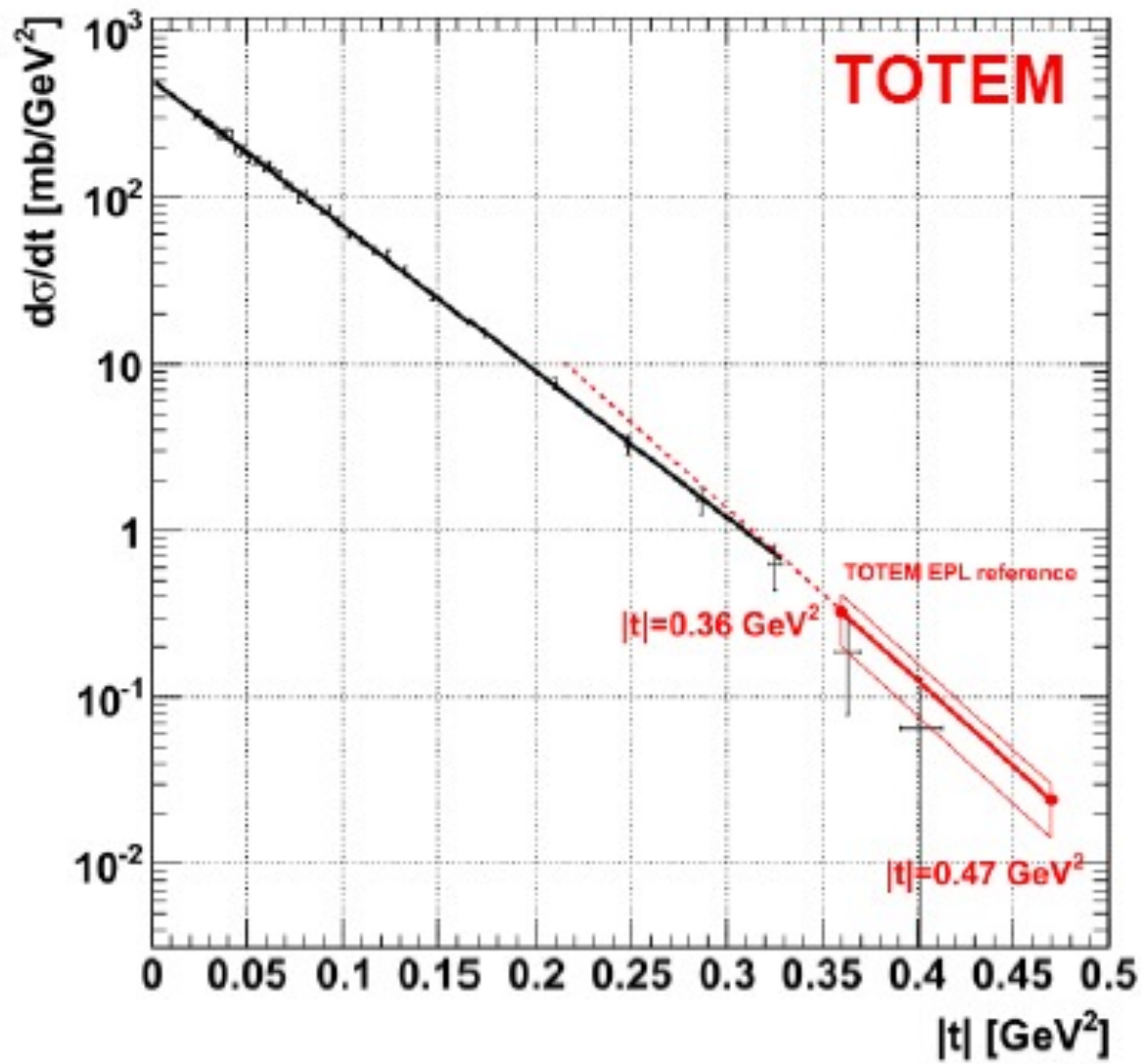
$$\sigma_{el} = \pi R^2 (1-a)^2; \quad \sigma_{tot} = 2\pi R^2 (1-a)^2; \quad [a = 0 \text{ dla kuli czarnej}]$$



Promień tarczy
otrzymany ze
wzoru $b = R^2/4$

Nachylenie rozkładu rozpraszania elastycznego p-p oraz \bar{p} -p





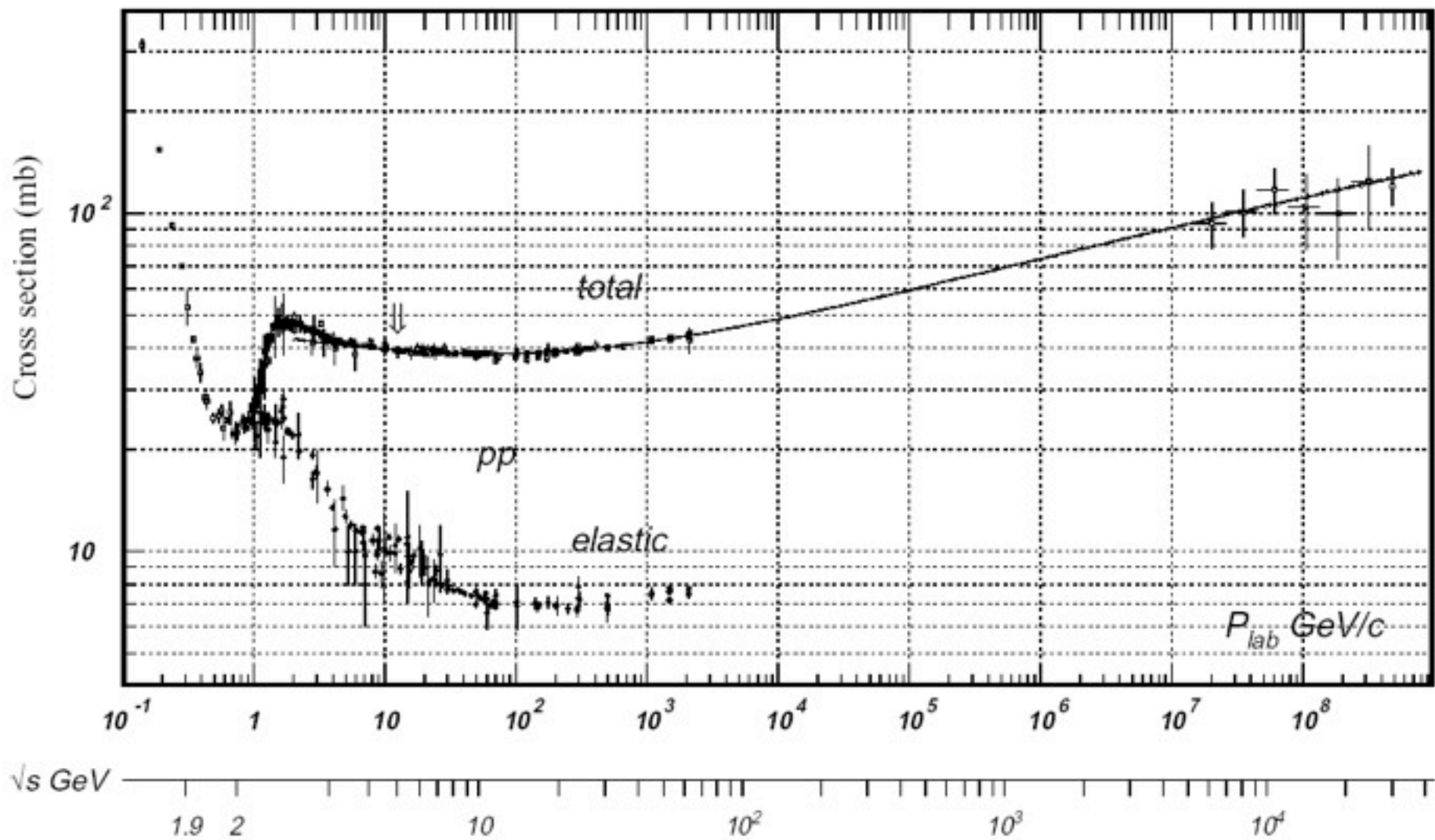
$$b = (20.1 \pm 0.2(\text{stat}) \pm 0.3(\text{syst})) \text{ GeV}^{-2}$$

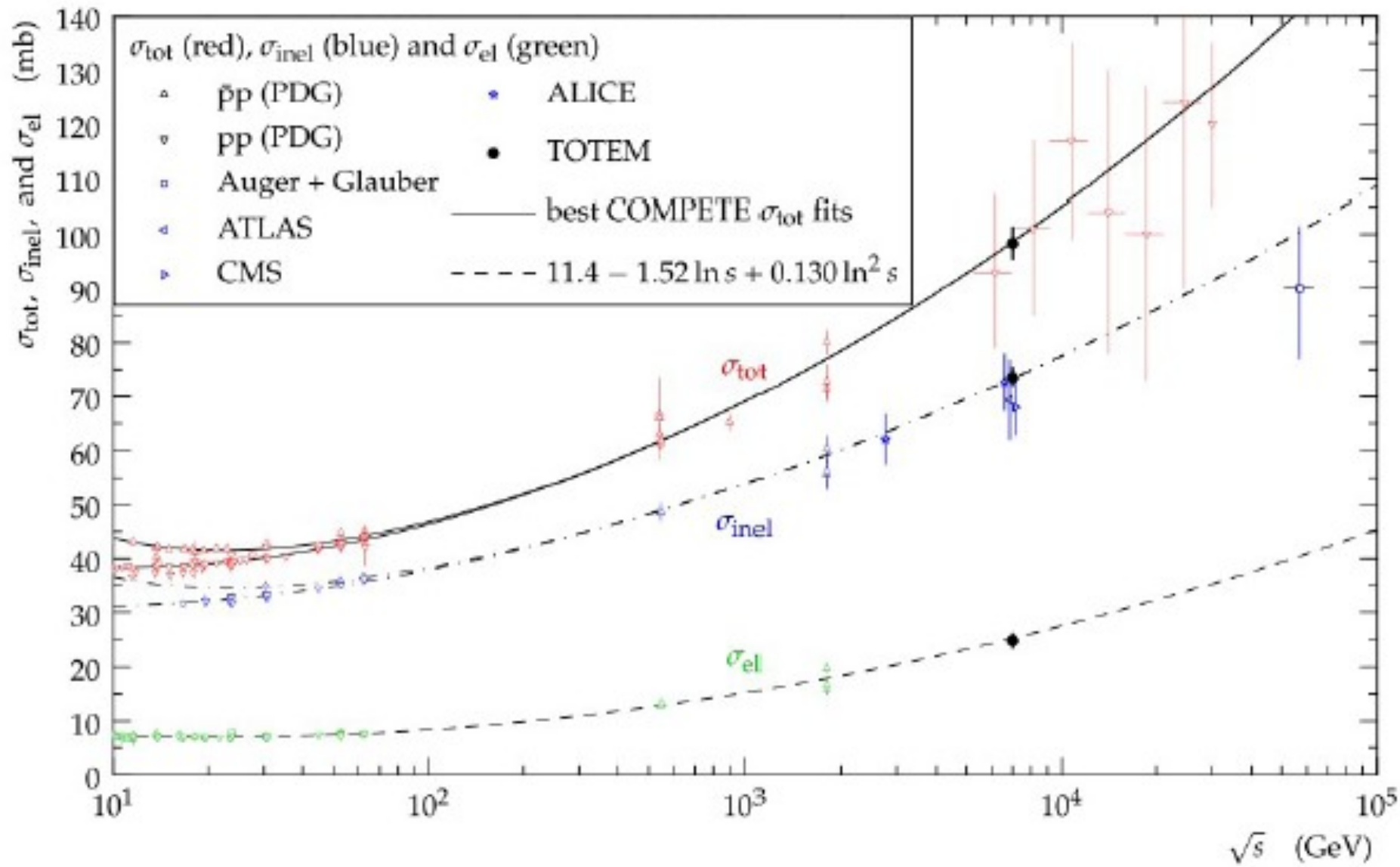
$$R = \sqrt{4b} = \sqrt{4 \times 20 \text{ GeV}^{-2}} \cong 9 \text{ GeV}^{-1}$$

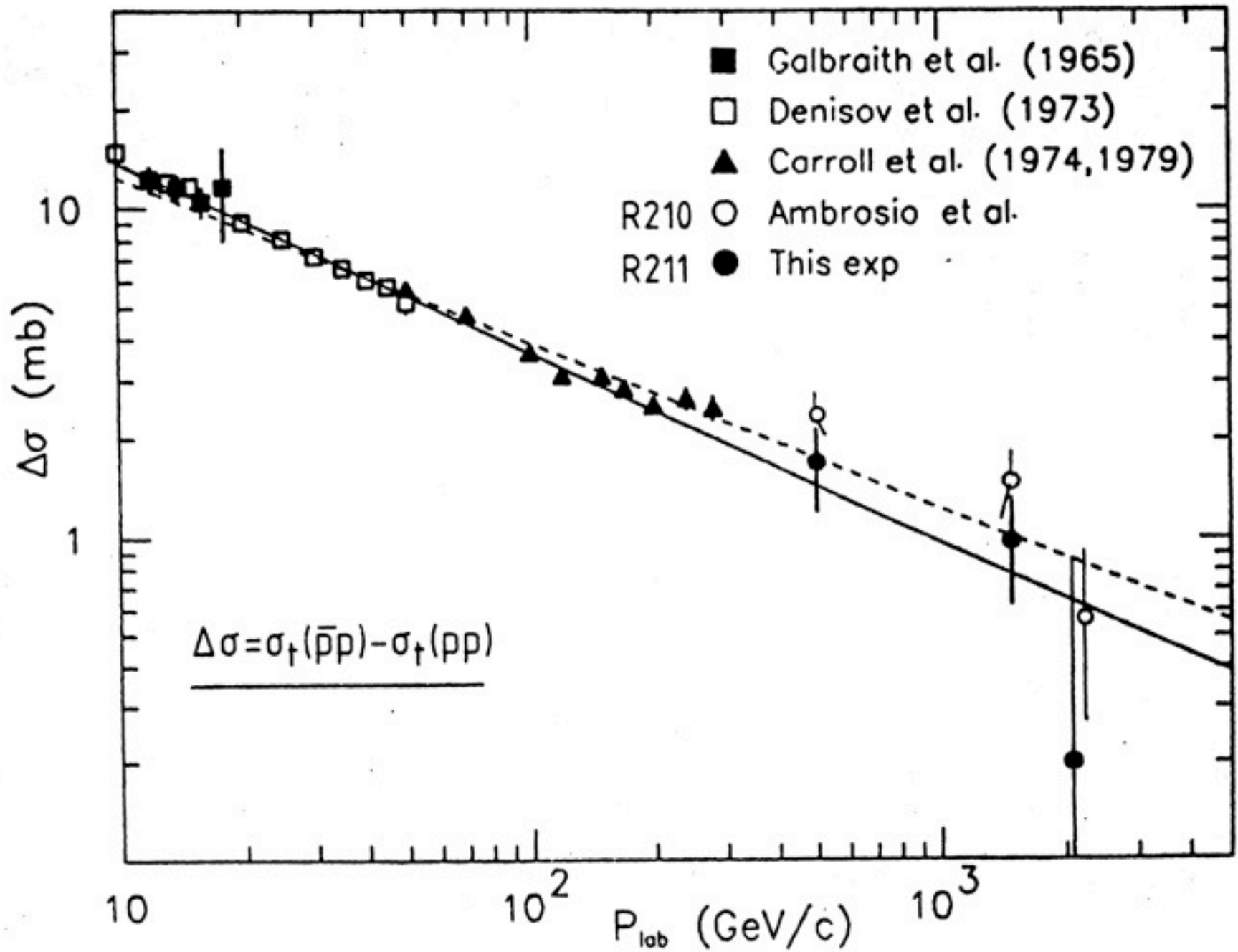
$$1 \text{ GeV}^{-1} \cong 0,2 \text{ fm}$$

$$R \cong 1,8 \text{ fm}$$

(pomiar TOTEM przy 7 TeV)

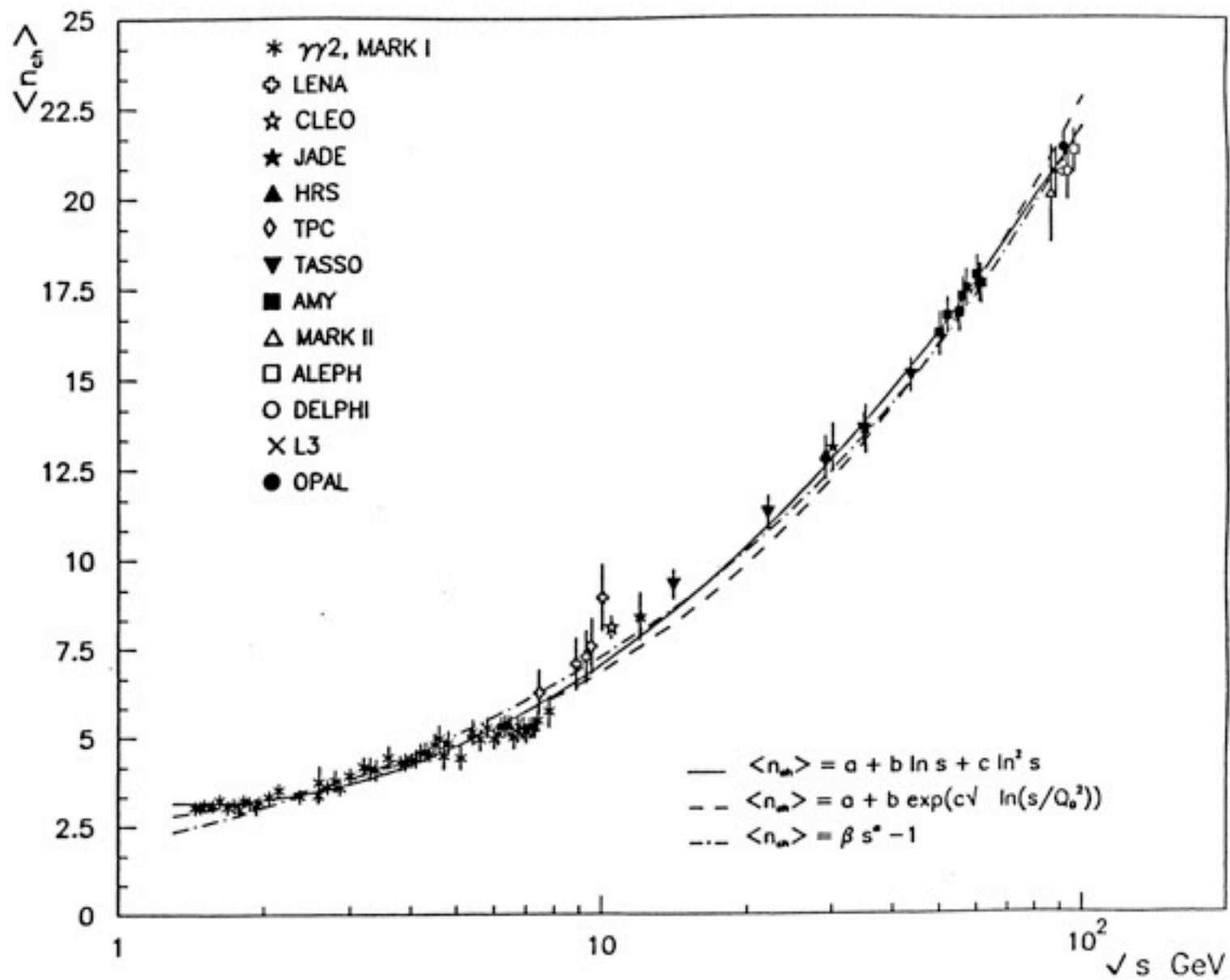


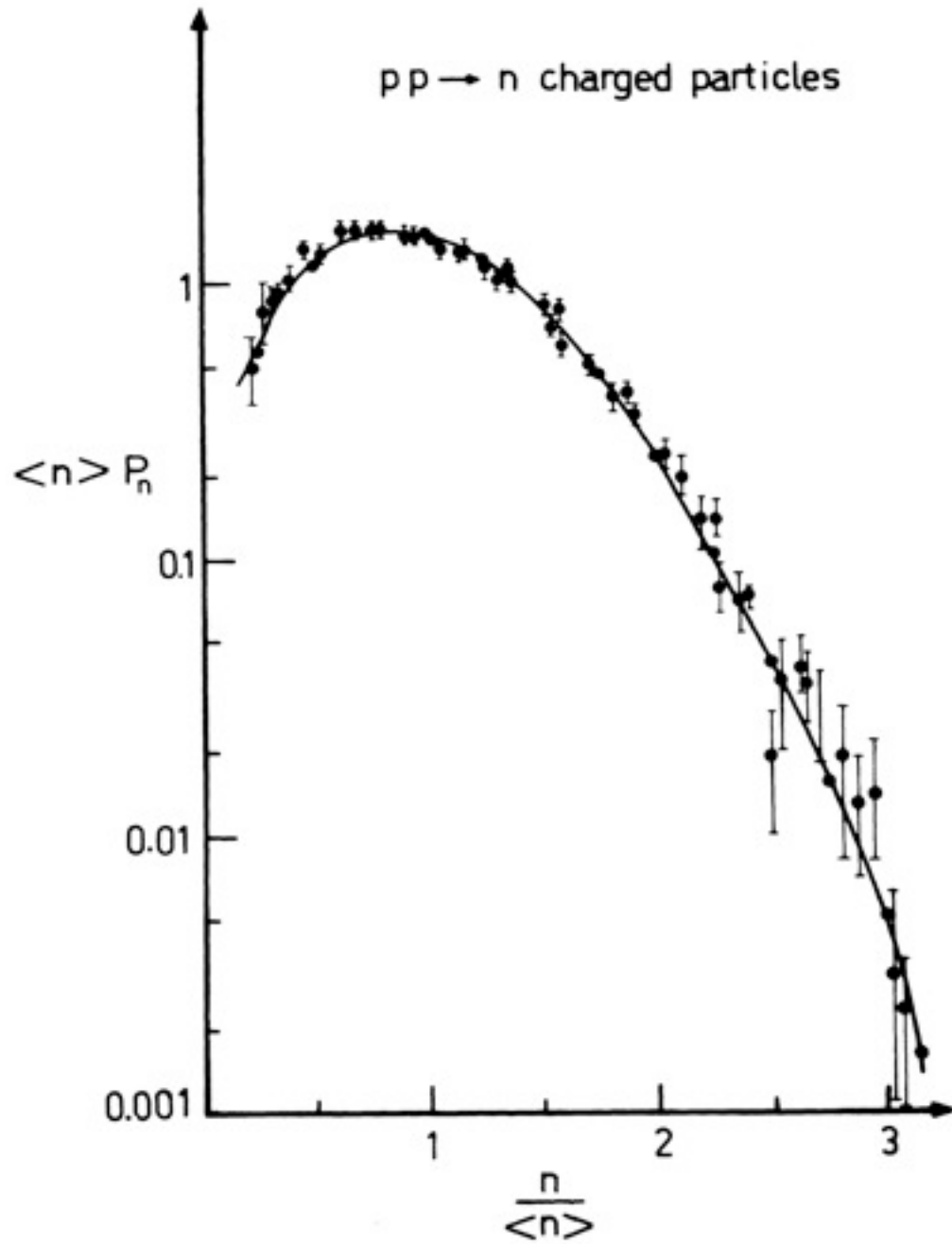




Podstawowe fakty doświadczalne o oddziaływaniach nieelastycznych

1. Krotność średnia cząstek naładowanych rośnie powoli z energią zderzenia, np $\langle n \rangle \sim \log s$ albo $\langle n \rangle \sim s^a$ ($a < 1$)
2. Szerokość rozkładu krotności w przybliżeniu proporcjonalna do średniej krotności: $D \equiv a \langle n \rangle$
(dokładniej $D = a \langle n \rangle + b$)
→ przybliżone skalowanie rozkładów krotności
3. Problem funkcji opisującej rozkład krotności
rozkład vs funkcja ciągła
4. Popularny ujemny rozkład dwumianowy (*Negative Binomial Distribution*) ma systematyczne odchylenia od danych
Dane są najlepiej opisywane przez Rozkład Logarytmiczno-Normalny (Rozkład Lognormalny) (*Lognormal Distribution*)
[Przegląd w: *Modern Phys. Letters A* **5**, 1851 (1990); **6**, 981 (1991)]

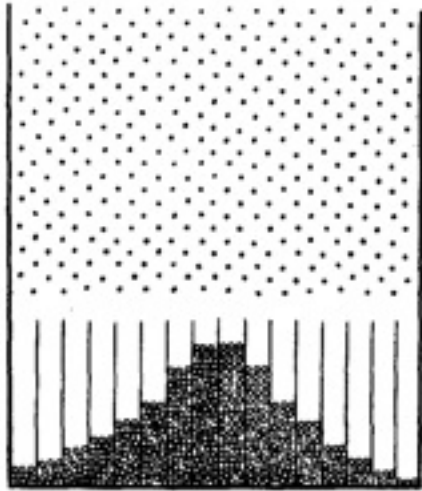




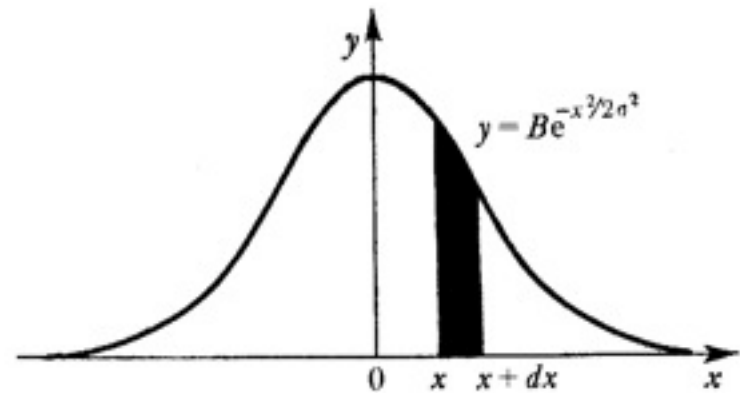
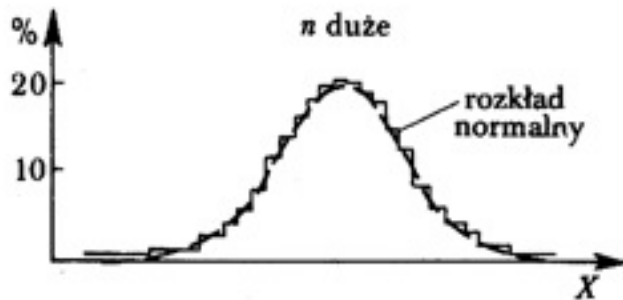
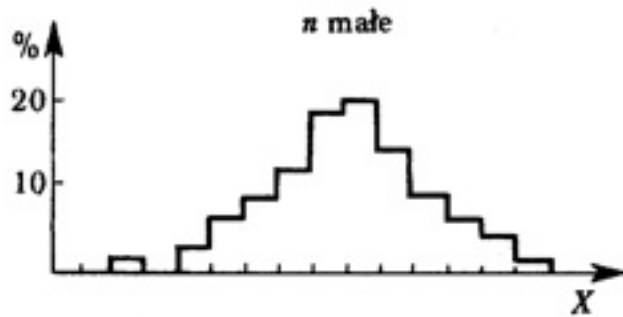
Skalowanie KNO

skoro $D \cong a \langle n \rangle$
 to $\langle n \rangle P_n$ w funkcji $n / \langle n \rangle$
 powinno być jednakowe
 dla wszystkich energii
 zderzenia

Rozkład normalny (Gaussa)



$$y = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



Podstawowe cechy rozkładów krotności opisane przez rozkład lognormalny

$$P_n = \int_n^{n+1} f(\tilde{n}) d\tilde{n}$$

rozkład krotności ma ciągły rozkład gęstości prawdopodobieństwa

$$f(\tilde{n}) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}\sigma} \cdot \frac{1}{\tilde{n} + c} \exp\left[-\frac{(\ln(\tilde{n} + c) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

jest to rozkład lognormalny

$$D_k = \left[\sum_n (n - \langle n \rangle)^k P_n \right]^{1/k} = A_k (\langle n \rangle + 0,5); \quad A_k = \text{const}$$

$$f(\tilde{n}) = \frac{1}{\langle \tilde{n} \rangle} \psi\left(\frac{\tilde{n}}{\langle \tilde{n} \rangle}\right)$$

skalowanie funkcji gęstości prawdopodobieństwa

Krótkie uzasadnienie rozkładu lognormalnego

$$n_{i+1} = n_i (1 + \varepsilon_i)$$

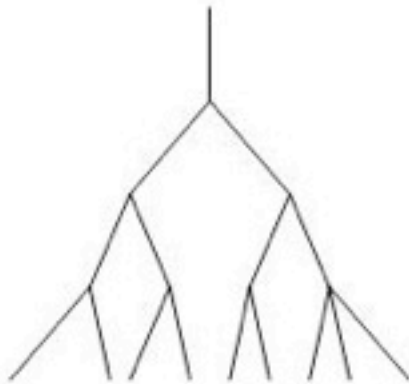
$$n = (1 + \varepsilon_1) \times (1 + \varepsilon_{i-1}) \times \dots = \prod_i (1 + \varepsilon_i)$$

$$\ln n = \sum_i \ln(1 + \varepsilon_i)$$

(rozkładamy $\ln(1 + \varepsilon_i)$ wokół 1)

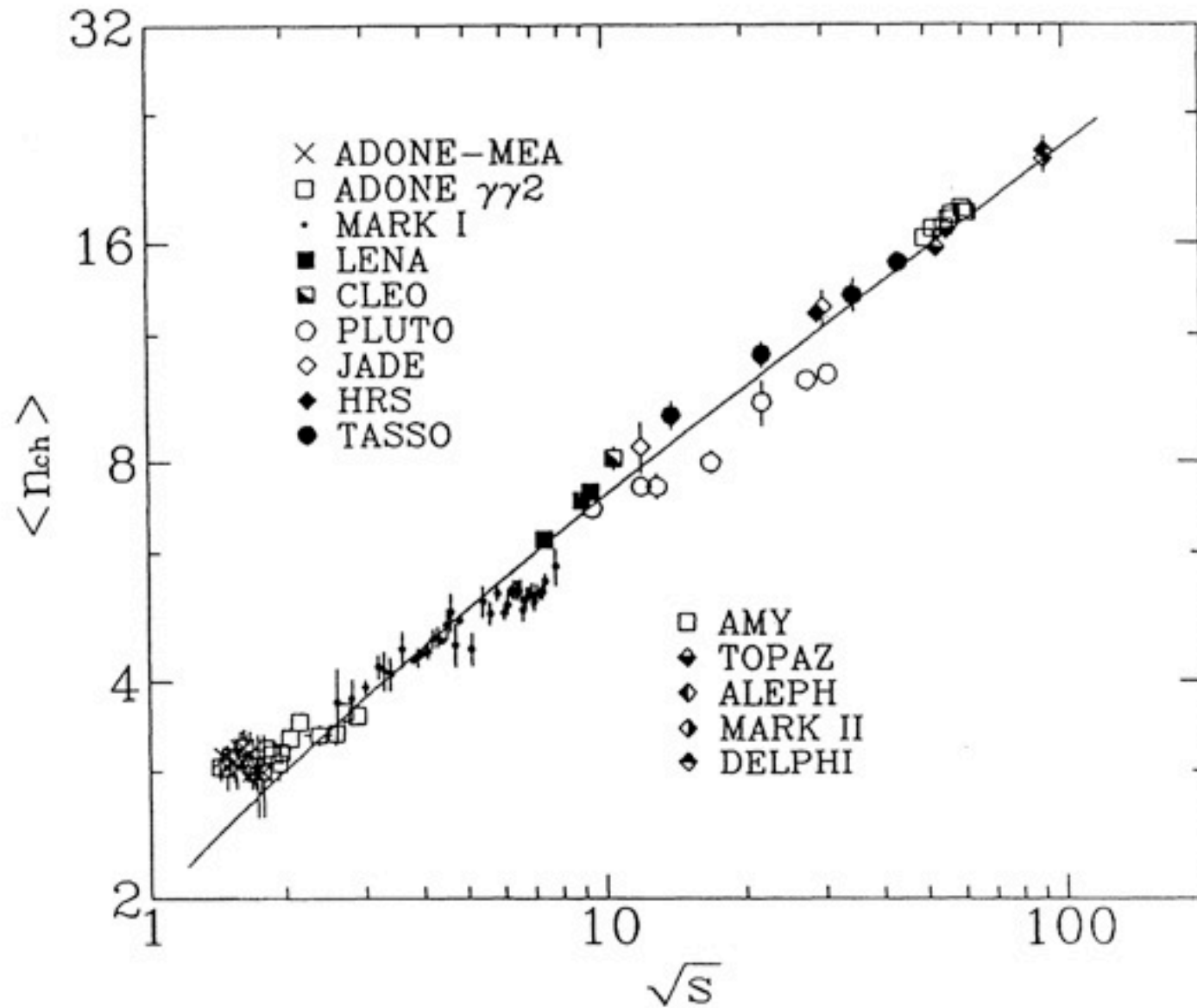
$$\ln n \cong \sum_i \varepsilon_i$$

na mocy Centralnego Twierdzenia
Granicznego $\sum \varepsilon_i$ ma rozkład normalny

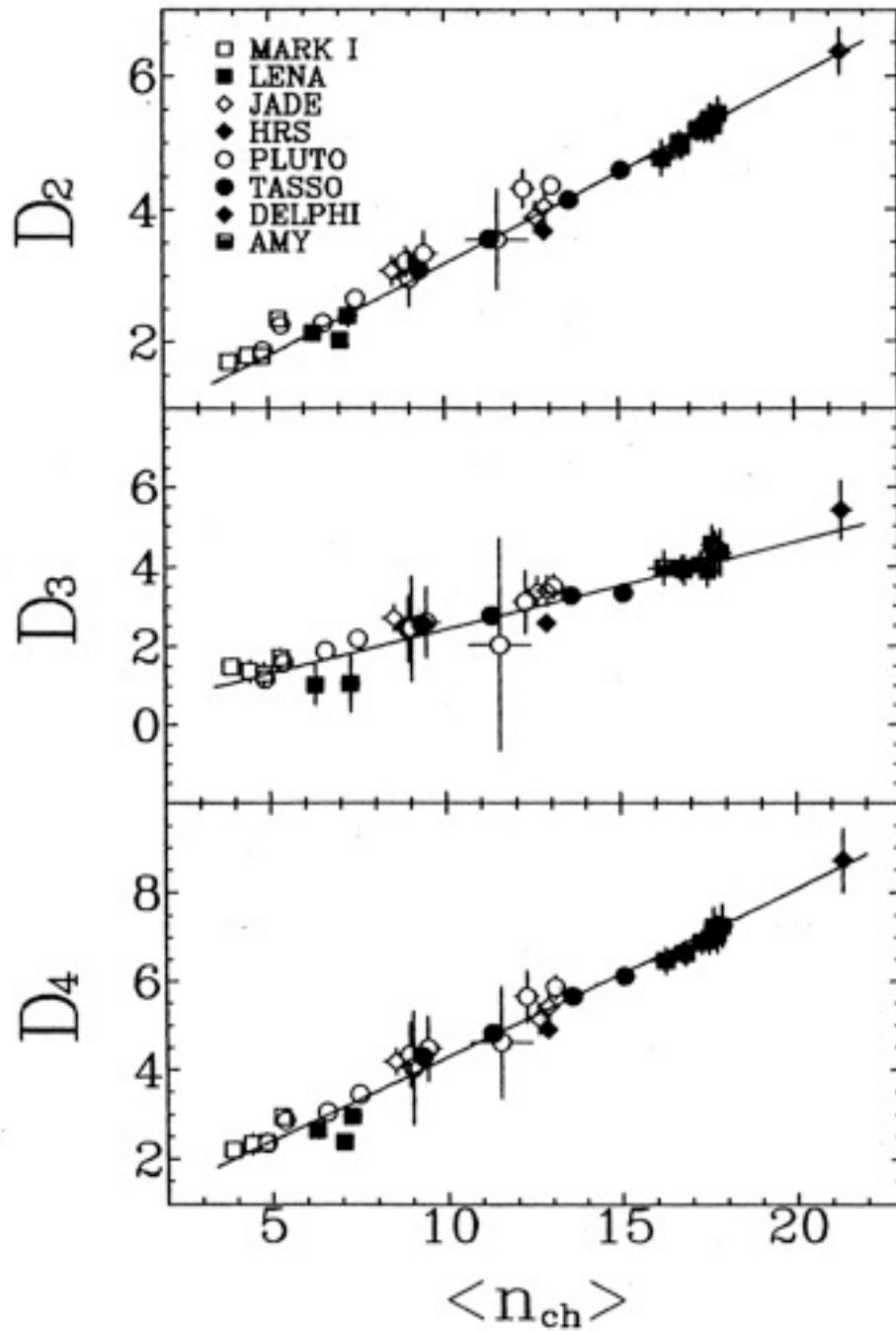


itd.

Krotności hadronów naładowanych w oddziaływaniach e^+e^-

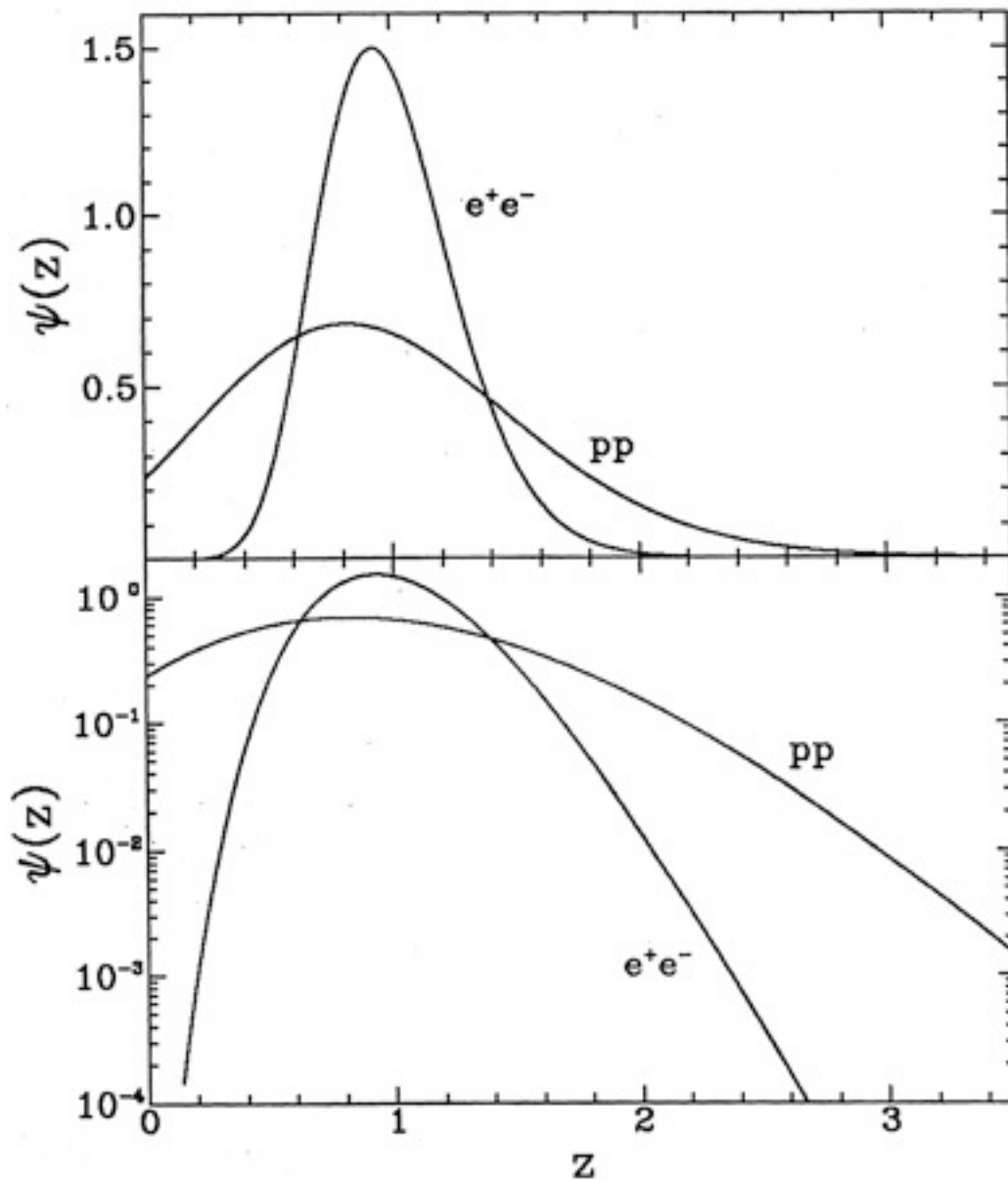


Zestawienie danych o krotnościach oddziaływań e^+e^-

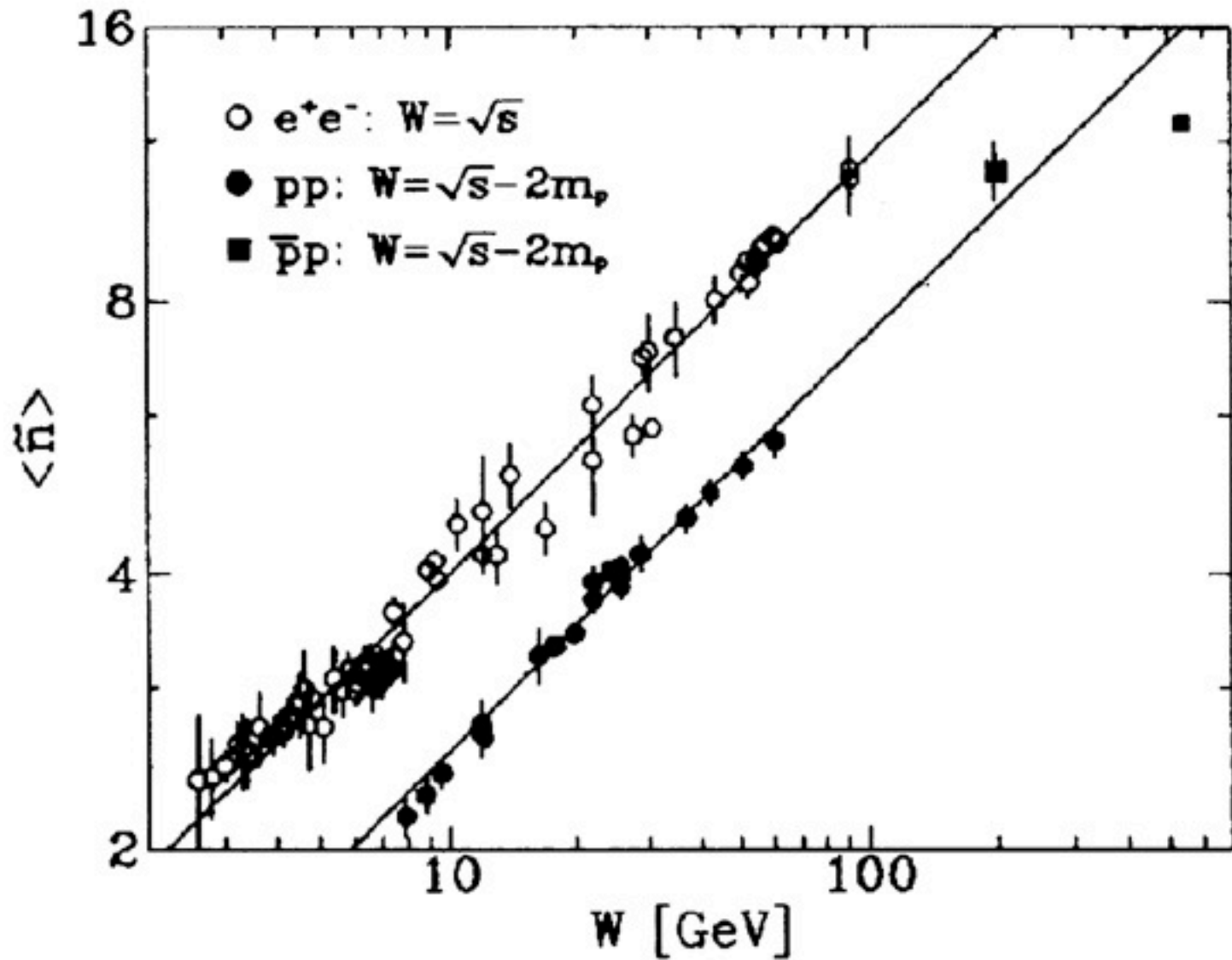


$$D_k = \left[\sum_n (n - \langle n \rangle)^k P_n \right]^{1/k}$$

linie proste są
przewidywaniami
rozkładu lognormalnego

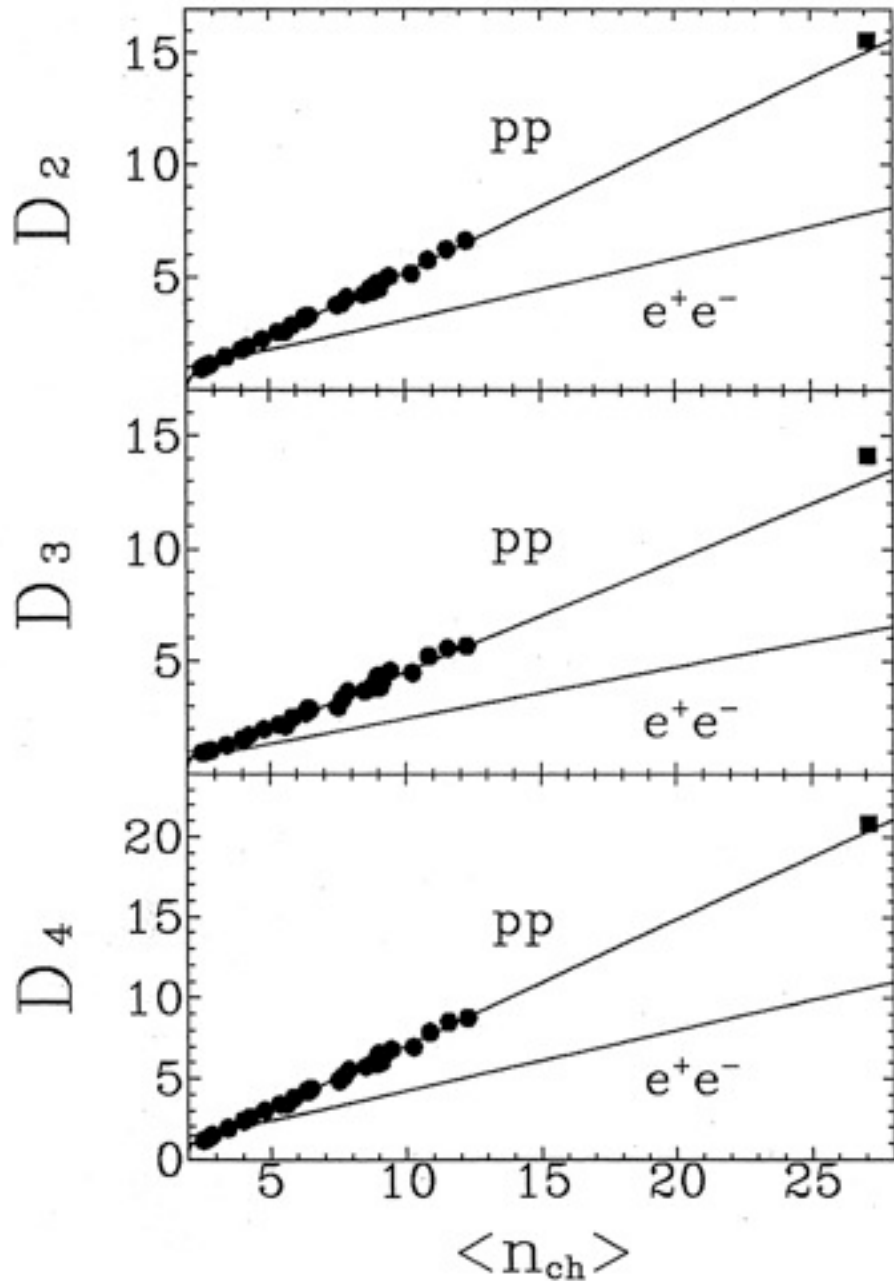


Porównanie kształtu
rozkładów danych krotności
w oddziaływaniach
p-p i e^+e^-



Zależność krotności od energii zderzenia dla oddziaływań e^+e^- i p - p linie proste są przewidywaniami rozkładu lognormalnego

Porównanie danych o krotnościach oddziaływań p-p i e⁺e⁻



$$D_k = \left[\sum_n (n - \langle n \rangle)^k P_n \right]^{1/k}$$

linie proste są
przewidywaniami
rozkładu lognormalnego

Rozkład „ujemny-dwumianowy” (*negative binomial*)

$$P_n = \frac{k(k+1)\dots(k+\langle n \rangle - 1)}{n!} \left(\frac{\langle n \rangle / k}{1 + \langle n \rangle / k} \right)^n \times \left(\frac{1}{1 + \langle n \rangle / k} \right)^k$$

Systematyczne odchylenia fitu od danych

