

ZADANIA DOMOWE Z FIZYKI 1 BC Seria 1

Zadanie 1

Dane są wektory $\vec{A} = [1, 3, 0]$, $\vec{B} = [-2, -1, 2]$ i $\vec{C} = [4, 0, -3]$. Oblicz:

- a) długości tych wektorów,
- b) kąt (\vec{A}, \vec{B}) ,
- c) kąt $((\vec{A} \times \vec{B}), \vec{C})$,
- d) kąt $(\vec{A}, (\vec{B} \times \vec{C}))$

Zadanie 2

Wyrazić przez wektory położenia punktów \vec{r}_i :

- a) odległość między dwoma punktami,
- b) warunek współliniowości trzech punktów,
- c) warunek współpłaszczyznowości czterech punktów.

Zadanie 3

Obliczyć pochodne następujących funkcji:

- a) $y(x) = (x^4 + 1)^{\frac{1}{4}}$,
- b) $y(x) = x^x$,
- c) $y(x) = e^{ax} \sin(bx)$,
- d) $y(x) = \sin^3(x^3)$,
- e) $y(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$.

Zadanie 4

Oblicz długość łuku:

- a) kardiody: $r(\varphi) = a(1 + \cos(\varphi))$, gdzie $a > 0$ oraz $0 \leq \varphi \leq \pi$,
- b) spirali Archimedesesa: $r(\varphi) = a\varphi$, gdzie $a > 0$ oraz $0 \leq \varphi \leq 1$,
- c) spirali hiperbolicznej: $r(\varphi) = \frac{a}{\varphi}$, gdzie $a > 0$ oraz $\frac{2}{3} \leq \varphi \leq \frac{3}{4}$,
- d) paraboli: $r(\varphi) = \frac{p}{1 + \cos(\varphi)}$, gdzie $p > 0$ oraz $-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$,

wiedząc, że długość krzywej zadanej we współrzędnych biegunowych jako $r=r(\varphi)$ wynosi:

$$L = \int_{\alpha}^{\beta} \sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\varphi}\right)^2} d\varphi$$

Zadanie 5

Korzystając z symboli δ_{ij} i ε_{ijk} oraz faktu, że:

$$\varepsilon_{kij}\varepsilon_{kmn} = \delta_{im}\delta_{jn} - \delta_{in}\delta_{jm}$$

udowodnij tożsamość:

$$(\vec{A} \times \vec{B})^2 + (\vec{A} \cdot \vec{B})^2 = \vec{A}^2 \cdot \vec{B}^2$$