

Kwintesencja

Marcin Badziak

16 stycznia 2006

O czym będę mówił?

- Krótki wstęp do kosmologii
- Stała kosmologiczna
- Kwintesencja
- Przykładowy model
- Podsumowanie

Wprowadzenie do kosmologii

Wszechświat na dużych skalach jest jednorodny i izotropowy

Najogólniejsza postać jednorodnej i izotropowej metryki (**Friedmann-Robertson-Walker**)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$

$a(t)$ - kosmiczny czynniki skali

$k = 1$ → Wszechświat **zamknięty**

$k = 0$ → Wszechświat **płaski**

$k = -1$ → Wszechświat **otwarty**

Równania Einsteina ⇒ **Równania Friedmanna**

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{a^2}$$
$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{k}{a^2} = -8\pi G\rho$$

Wprowadzenie do kosmologii

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4}{3}\pi G(\rho + 3p)$$

Obserwacje \Rightarrow Ekspansja Wszechświata przyspiesza! \Rightarrow istnieje nieznaną dotąd formą energii (**ciemna energia**)!

Równanie stanu $p_i = w_i \rho_i$

$w = 0$	materia nierelatywistyczna
$w = \frac{1}{3}$	promieniowanie
$w = -1$	stała kosmologiczna (energia próżni)

Modyfikujemy równania Einsteina o **stałą kosmologiczną** Λ

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

Można też wchłonąć Λ do tensora energii-pędu i traktować ją jako **energię próżni**

Wprowadzenie do kosmologii

Prawo zachowania energii:

$$\dot{\rho} = -3(p + \rho)H$$

Zależność gęstości energii od czynnika skali:

$$\rho_i \sim a^{-3(1+w_i)}$$

$$\rho_m \sim a^{-3}$$

materia nierelatywistyczna

$$\rho_R \sim a^{-4}$$

promieniowanie

$$\rho_\Lambda \sim \text{const}$$

stała kosmologiczna (energia próżni)

Wprowadzenie do kosmologii

$$\text{Gęstość krytyczna } \rho_c = \frac{8\pi G}{3H^2} = \frac{1}{3m_p^2 H^2} \quad m_p^2 = \frac{1}{8\pi G}$$

m_p - zredukowana masa Plancka

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_i}{\rho_c}$$

$\Omega_{tot} > 1 \rightarrow k = 1$ (Wszechświat zamknięty)

$\Omega_{tot} = 1 \rightarrow k = 0$ (Wszechświat płaski)

$\Omega_{tot} < 1 \rightarrow k = -1$ (Wszechświat otwarty)

Wkład do gęstości energii Wszechświata:

$$\Omega_{tot} = 1.02 \pm 0.02$$

$$\Omega_b = 0.044 \pm 0.005$$

$$\Omega_m = 0.27 \pm 0.03$$

$$\Omega_\Lambda = 0.73 \pm 0.03$$

Wszechświat jest zdominowany przez ciemną energię!

Problem stałej kosmologicznej

Skala energii próżni jest rzędu skali łamania symetrii wysokoenergetycznej teorii:

$$\Lambda_{teor} \sim m_P \cong 2.4 \times 10^{18} GeV$$

Obserwacyjne ograniczenia:

$$\Lambda_{obs} < 10^{-3} eV \sim 10^{-30} m_P$$

Niezwykły fine-tuning z dokładnością do 30 rzędów wielkości!

Problem koincydencji:

Dlaczego ρ_Λ zaczyna dominować akurat teraz?

Przejście z fazy dominacji materii do fazy dominacji energii próżni jest bardzo gwałtowne

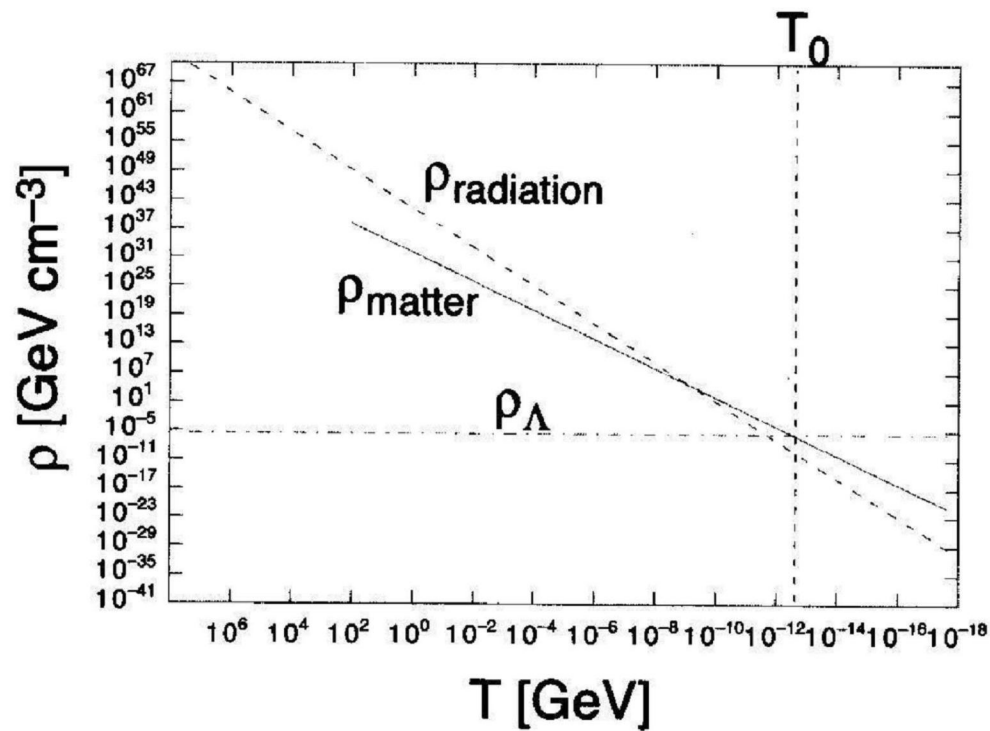


Figure 10. Evolution of radiation (dashed), matter (full) and cosmological constant (dot-dashed) energy density with the temperature T of the Universe.

Binetruy

Problem stałej kosmologicznej

Te nienaturalności skłaniają do postawienia pytań:

- ➔ **Czy gęstość energii pochodząca od stałej kosmologicznej zawsze była taka mała?**
- ➔ **Czy stała kosmologiczna jest rzeczywiście stała w czasie?**
- ➔ **Czy u podłoża przyspieszonej ekspansji Wszechświata nie leży dynamiczny mechanizm?**

Hipoteza wielkich liczb Diraca

Fundamentalna teoria nie powinna zawierać bardzo dużych bezwymiarowych parametrów

Stosunek oddziaływania elektromagnetycznego do grawitacyjnego dwóch protonów:

$$\frac{e^2}{Gm^2} \approx 10^{39}$$

Stosunek wielkości obserwowanego Wszechświata do promienia protonu:

$$\frac{ct}{r} \approx 10^{39}$$

Liczba atomów w obserwowalnym Wszechświecie $\approx 10^{2 \times 39}$

Czy zbieżność tych 3 liczb akurat teraz jest całkowicie przypadkowa?

Hipoteza wielkich liczb Diraca

Dirac zaproponował zależność od czasu G :

$$G \sim \frac{1}{t}$$

W ten sposób dostajemy:

- ✓ Liczby tego samego rzędu niezależnie od wieku Wszechświata
- ✓ We wczesnym Wszechświecie oddziaływania elektromagnetyczne i grawitacyjne tego samego rzędu

Obecny limit $|\dot{G}/G| < 10^{-12} \text{yr}^{-1}$ zdecydowanie wyklucza hipotezę Diraca

Kwintesencja jako ciemna energia

Kwintesencja to pole skalarne ϕ (spin 0) o szczególnych cechach:

- ujemne ciśnienie ($w_\phi < -\frac{1}{3}$)

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \\ p &= \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi) \\ w_\phi &= \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}\end{aligned}$$

$p < 0 \Rightarrow$ energia potencjalna dominuje nad kinetyczną ($\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 < V(\phi)$)

Kwintesencja jako ciemna energia

- charakterystyczny potencjał $V(\phi)$

Monotoniczny $V(\phi) \rightarrow 0$ dla $\phi \rightarrow \infty$ (minimum globalne)

Kwintesencja powoli stacza się do minimum w nieskończoności

- jednorodna w przestrzeni \rightarrow inaczej wykryto by ją lokalnie
- bardzo mała masa
- bardzo słabo oddziałuje z materią

Kwintesencja - konkretny model

Działanie opisujące rzeczywiste pole skalarne (kwintesencję) minimalnie sprzężone z grawitacją

$$S = \int d^4x \sqrt{g} \left[-\frac{m_P^2}{2} R + \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - V(\phi) \right]$$

Samooddziaływanie opisane jest potencjałem $V(\phi)$

$$V(\phi) = \lambda \frac{\mu^{4+\alpha}}{\phi^\alpha} \quad \alpha > 0$$

Równanie ruchu kwintesencji (dla $k=0$ - przestrzeń płaska)

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0$$
$$H^2 = \frac{1}{3m_P^2} (\rho_B + \rho_\phi)$$

ρ_B - gęstość energii standardowych form energii (materia, promieniowanie)

Kwintesencja - konkretny model

Rozwiązując równanie ruchu w okresie dominacji ρ_B dostajemy:

$$\phi = m_P \sqrt{\frac{\alpha(2+\alpha)}{3(1+w_B)}} \left(\frac{a}{a_Q}\right)^{3(1+w_B)/(2+\alpha)}$$

$$\rho_\phi \sim \lambda \frac{\mu^{4+\alpha}}{m_P^\alpha} \left(\frac{a}{a_Q}\right)^{-3\alpha(1+w_B)/(2+\alpha)}$$

a_Q - czynnik skali w momencie gdy ρ_B i ρ_ϕ są tego samego rzędu

Pamiętając, że $\rho_X \sim a^{-3(1+w_X)}$ dostajemy:

$$w_\phi = -1 + \frac{\alpha(1+w_B)}{2+\alpha}$$

W okresie dominacji promieniowania:

$$w_\phi = -1 + \frac{4}{3} \frac{\alpha}{2+\alpha} \xrightarrow{\alpha=2} w_\phi = -\frac{1}{3} \Rightarrow \rho_\phi \sim a^{-2}$$

W okresie dominacji materii:

$$w_\phi = -1 + \frac{\alpha}{2+\alpha} \xrightarrow{\alpha=2} w_\phi = -\frac{1}{2} \Rightarrow \rho_\phi \sim a^{-3/2}$$

Kwintesencja - konkretny model

$$a \approx a_Q \Rightarrow \phi \approx m_P$$

Niedługo po rozpoczęciu dominacji ϕ osiągnięte zostają warunki **slow-roll** (wtedy $w \approx -1$):

$$m_P \left| \frac{V'}{V} \right| = \alpha \frac{m_P}{\phi} \ll 1$$

$$m_P^2 \left| \frac{V''}{V} \right| = \alpha(\alpha + 1) \frac{m_P^2}{\phi^2} \ll 1$$

Chcemy, żeby dzisiaj ρ_B i ρ_ϕ były tego samego rzędu

Przyjmując $V(m_P) \approx \rho_c$ dostajemy warunek na μ

$$\mu \sim (H_0^2 m_P^{2+\alpha})^{1/(4+\alpha)}$$

Dla $\alpha = 2 \Rightarrow \mu \sim 10 \text{ MeV}$

Niewyjaśnione zagadki kwintesencji

Główną trudnością w realistycznych modelach jest zapewnienie niezwykle małego sprzężenia kwintesencji z materią

Najważniejsze przyczyny słabego sprzężenia kwintesencji z materią:

- Sprzężenia z materią generują poprawki kwantowe, które naruszają klasyczną własność potencjału $V(\phi) \rightarrow 0$ dla $\phi \rightarrow \infty$
- Kwintesencja jest bardzo lekka

$$m_\phi \sim \mu \left(\frac{\mu}{m_P} \right)^{1+\alpha/2} \sim H_0 \sim 10^{-33} eV$$

sprzężenie z materią \Rightarrow obserwowalne oddziaływania długozasięgowe

Niewyjaśnione zagadki kwintesencji

- W \mathcal{L} pojawia się nowe sprzężenie do członu kinetycznego pól cechowania:

$$\beta(\phi/m_P)^n F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$$

Taki człon powodowałby zależność od czasu **stałych sprzężenia**

Istnieją bardzo silne ograniczenia na zależność od czasu **stałej struktury subtelnej**:

$$|\dot{\alpha}/\alpha| < 5 \times 10^{-17} \text{yr}^{-1}$$

To wymusza niezwykle małą wartość β

Obserwacyjne ograniczenia parametru w

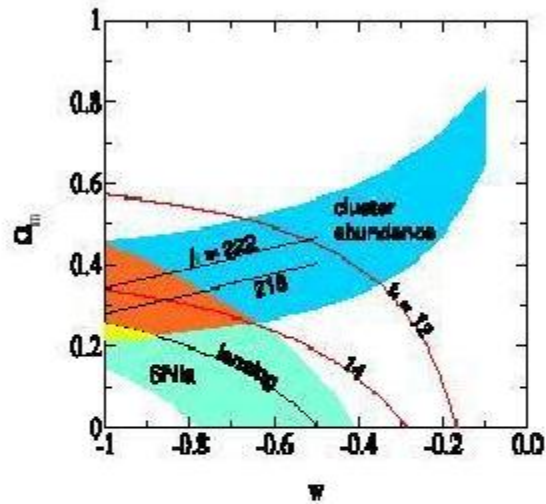


FIG. 1: Current constraints to the w - Ω_m parameter space. The red solid curves show the age (in Gyr) of the Universe today (assuming a Hubble parameter $H_0 = 70 \text{ km sec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). The light shaded regions are those allowed (at 2σ) by the observed cluster abundance and by current supernova measurements of the expansion history. The dark orange shaded region shows the intersection of the cluster-abundance and supernova curves, additionally restricted (at 2σ) by the location of the first acoustic peak in the cosmic-microwave-background power spectrum and quasar-lensing statistics.

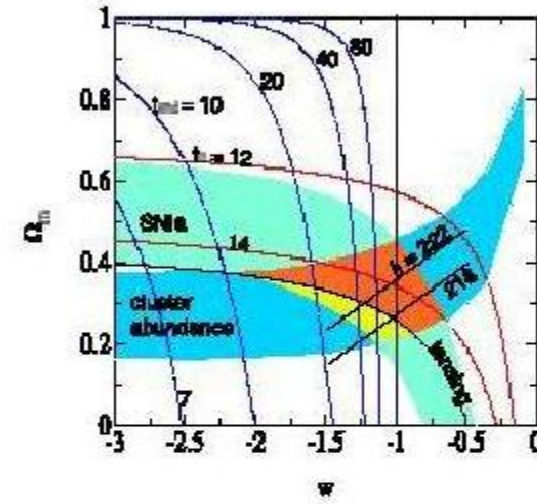


FIG. 2: Same as in Fig. 1, except extended to $w < -1$. Here, the blue dot-dash curves show for phantom-energy ($w < -1$) models the time (in Gyr) remaining in the Universe (assuming a Hubble parameter $H_0 = 70 \text{ km sec}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$).

Wykresy z pracy autorstwa Caldwell et al.

Podsumowanie

- Kwintesencja pozwala na wyjaśnienie przyspieszonej ekspansji Wszechświata poprzez dynamiczny mechanizm, dzięki czemu unika problemu nienaturalnie małej stałej kosmologicznej
- Trochę bardziej naturalnie niż stała kosmologiczna rozwiązuje problem koincydencji
- Największym problemem jest brak fundamentalnego wyjaśnienia niezwykle słabego sprzężenia kwintesencji z materią
- Obserwacje astronomiczne zostawiają coraz mniej swobody modelom i coraz bardziej wskazują na to, że gęstość ciemnej energii nie zmienia się w czasie