

**Zadania domowe z fizyki statystycznej (IV rok)**  
**do wykładu prof. B. Cichockiego.**

**Seria 10**

**Zadanie 1.** Kwantowy gaz doskonały znajduje się w stanie równowagi termodynamicznej. Wykazać, że fluktuacje liczby obsadzeń  $n_{\mathbf{k}}$  stanów jednocząstkowych o wektorze falowym  $\mathbf{k}$  są dane wyrażeniami:

$$\langle (\Delta n_{\mathbf{k}})^2 \rangle = \begin{cases} \langle n_{\mathbf{k}} \rangle (1 - \langle n_{\mathbf{k}} \rangle) & \text{fermiony} \\ \langle n_{\mathbf{k}} \rangle (1 + \langle n_{\mathbf{k}} \rangle) & \text{bozony} \\ \langle n_{\mathbf{k}} \rangle & \text{statystyka Boltzmannna} \end{cases} .$$

**Zadanie 2.** Udowodnić, że entropia kwantowego gazu doskonałego wyraża się wzorem

$$S = -k_B \sum_{\mathbf{k}} [\langle n_{\mathbf{k}} \rangle \ln \langle n_{\mathbf{k}} \rangle \mp (1 \pm \langle n_{\mathbf{k}} \rangle) \ln (1 \pm \langle n_{\mathbf{k}} \rangle)] ,$$

w którym górny znak odnosi się do bozonów a dolny do fermionów.

**Zadanie 3.** Posługując się zespołem mikrokanonicznym znaleźć ciepło właściwe układu  $N$  jednowymiarowych, (rozdzielalnych) kwantowych oscylatorów harmonicznycch o tej samej częstotliwości  $\omega$ .

**Zadanie 4.** Obliczyć trzeci współczynnik wirialny dla doskonałego gazu fermionów.

**Zadanie 5.** Wykazać, że w przypadku doskonałego gazu kwantowego fermionów, którego gęstość stanów jednocząstkowych jest postaci  $g(\epsilon) = C\epsilon^\alpha$ , gdzie  $C$  i  $\alpha$  są stałymi, spełniony jest związek

$$pV = \frac{U}{1 + \alpha} .$$

**Zadanie 6.** Udowodnić nierówności

$$\frac{pV}{k_B T} - 1 \leq 0 ,$$

dla gazu doskonałego bozonów i

$$\frac{pV}{k_B T} - 1 \geq 0 ,$$

w przypadku fermionów.

Każde z zadań proszę rozwiązać na osobnej kartce. Jedno z nich będzie zbierane na wykładzie we **ŚRODE** 5 I.

Zadania te obowiązują także na kolokwium 10 I!

**Uwaga:** Rozwiązania zadań *muszą* być opatrzone komentarzami wyjaśniającymi tok rozumowania! Za same wzorki punkty przyznawane nie będą