

Zadania domowe z fizyki statystycznej (IV rok)
do wykładu prof. B. Cichockiego.

Seria 11 (ostatnia obowiązkowa)

Zadanie 1. Znaleźć energię swobodną oraz entropię gazu N jednakowych, nieoddziałujących wzajemnie cząsteczek wieloatomowych, które można traktować jak bryły sztywne o głównych momentach bezwładności równych I_1 , I_2 oraz I_3 . Zastosować przybliżenie klasyczne. Wyliczyć dokładnie wartość stałej chemicznej ζ we wzorze na entropię

$$S = Nc_p \ln T - Nk_B \ln p + N(c_p + \zeta) .$$

Zadanie 2. W pobliżu stanu podstawowego o energii ε_0 chmury elektronowej cząsteczek gazu doskonałego znajduje się g_1 -krotnie zdegenerowany (zwyrodniały, jak dawniej pisało) poziom o energii ε_1 . Oba te poziomy leżą znacznie poniżej następnych poziomów o energiach ε_i ($i = 2, 3, \dots$). Zbadać zależność od temperatury T elektronowego przyczynku do ciepła właściwego takiego gazu dla $k_B T \ll \varepsilon_2$.

Zadanie 3. Dla $v < v_c$ aktywność z doskonałego gazu bozonów jest równa jedności. Na pierwszy rzut oka prowadzi to do wniosku, że entropia, którą można obliczać ze wzoru

$$s = - \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \right)_p = -k_B \ln z - k_B T \left(\frac{\partial \ln z}{\partial T} \right)_p ,$$

powinna znikać gdy $v < v_c$. Przeczy to jednak wynikowi uzyskanemu na wykładzie. Wyjaśnić tę sprzeczność.

Zadanie 4. Wyznaczyć skok w $T = T_c$ pochodnej $(\partial c_v / \partial T)_v$ ciepła właściwego c_v bozonów wiedząc, że w otoczeniu $z = 1$ funkcja $g_{3/2}(z)$ ma rozwinięcie asymptotyczne postaci

$$g_{3/2}(z) = 2.612 + 3.545 (\ln z)^{1/2} + \mathcal{O}(\ln z) .$$

Zadanie 5. Mieszanina gazu fotonów (γ), elektronów (e^-) i pozytonów (e^+) jest zamknięta w objętości V . Pozytonów i elektronów jest taka sama liczba. Cząstki te mogą też być kreowane i anihilowane w reakcji $e^+ + e^- \leftrightarrow 2\gamma$. Wykazać, że w temperaturze na tyle wysokiej, że dla elektronów i pozytonów można zastosować przybliżenie ultrarelatywistyczne (tj. położyć równą zeru ich masę), energia wewnętrzna układu jako całości wynosi

$$U = 11 \frac{\sigma}{c} V T^4 ,$$

gdzie σ jest stałą Stefana-Boltzmannna.

Wskazówka: Dla $\alpha > 0$ zachodzi związek

$$\int_0^\infty dx \frac{x^\alpha}{e^x + 1} = (1 - 2^{-\alpha}) \int_0^\infty dx \frac{x^\alpha}{e^x - 1} .$$

Zadanie 6. (Jednowymiarowy model Isinga.) Układ fizyczny tworzy N cząsteczek rozmieszczonych w węzłach jednowymiarowej sieci krystalicznej. Każda z nich może być w jednym z dwu stanów spinowych: spin do góry lub spin w dół. Oddziałują ze sobą jedynie spiny najbliższych sąsiadów, przy czym energia tego oddziaływania wynosi $-J$ gdy sąsiednie spiny są do siebie równoległe oraz $+J$ gdy są one antyrównoległe. Wykazać, że ciepło właściwe takiego układu wyraża się wzorem

$$C = Nk_B \left(\frac{x}{\operatorname{ch} x} \right)^2 ,$$

gdzie $x = J/k_B T$.

Każde z zadań proszę rozwiązać na osobnej kartce. Jedno z nich będzie zbierane na wykładzie we czwartek 20 I.

Uwaga: Rozwiązania zadań *muszą* być opatrzone komentarzami wyjaśniającymi tok rozumowania! Za same wzorki punkty przyznawane nie będą