

Zadania domowe z fizyki statystycznej (IV rok)
do wykładu prof. B. Cichockiego.

Seria 8

Zadanie 1. W swojej oryginalnej pracy z 1860 r. Maxwell wyprowadził rozkład nazywany dziś jego imieniem wychodząc z założenia, że płyn jest izotropowy, a składowe kartezyjskie prędkości składających się nań cząsteczek są niezależnymi zmiennymi losowymi. Wykazać, że rozkład Maxwella rzeczywiście wynika z tych założeń.

Zadanie 2. Układ fizyczny o ustalonej liczbie N cząsteczek znajduje się w kontakcie termicznym i mechanicznym z otoczeniem o temperaturze T i ciśnieniu p (przykładem takiego układu może służyć gaz w zbiorniku zamkniętym ruchomym tłokiem i znajdujący się w pokoju, w którym jest ustalona temperatura i ciśnienie). Wykazać, że gęstość rozkładu prawdopodobieństwa mikrostanów takiego układu w stanie równowagi termodynamicznej jest dana wzorem

$$\rho(p, q, V) = \frac{1}{\Psi(T, p, N)} \exp\left(-\frac{H(p, q, V) + pV}{k_B T}\right),$$

gdzie V jest objętością układu, będącą w tym przypadku zmienną losową. Powiązać stałą normalizacyjną $\Psi(T, p, N)$ z jednym z równań podstawowych wprowadzanych w termodynamice. Obliczyć fluktuacje objętości V takiego układu.

Zadanie 3. Wyprowadzić równanie stanu gazu doskonałego posługując się rozkładem wprowadzonym w zadaniu 2.

Zadanie 4. Układ otwarty o objętości V , składający się z cząsteczek jednego rodzaju znajduje się w kontakcie z otoczeniem o temperaturze T i z nieskończonym zbiornikiem cząstek (takich, z jakich sam się składa) o potencjale chemicznym μ . Wykazać, że w stanie równowagi termodynamicznej odchylenia ΔE i ΔN od wartości średnich energii E i liczby cząsteczek N spełniają związek

$$\langle \Delta E \Delta N \rangle = N k_B T \left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial p} \right)_T,$$

gdzie \tilde{u} jest energią wewnętrzną układu na jednostkę objętości.

Zadanie 5. Wykazać, że trzeci współczynnik wirialny $C(T)$ jest dany wzorem

$$C(T) = -\frac{1}{3} \int d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2 f(r_{12}) f(r_{23}) f(r_{31}),$$

gdzie $f(r) = \exp(-\beta V(r))$, a $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$.

Zadanie 6. Obliczyć trzeci współczynnik wirialny w przypadku gazu sztywnych kul.

Każde z zadań proszę rozwiązać na osobnej kartce. Jedno z nich będzie zbierane na wykładzie we czwartek 9 XII.

Uwaga: Rozwiązania zadań *muszą* być opatrzone komentarzami wyjaśniającymi tok rozumowania! Za same wzorki punkty przyznawane nie będą