

Zadania domowe z fizyki statystycznej (IV rok)
do wykładu prof. B. Cichockiego.

Seria 9

Zadanie 1. Udowodnić twierdzenie o wiriale

$$pV = Nk_B T - \frac{1}{3} \left\langle \sum_{i < j} \mathbf{r}_{ij} \frac{\partial V(\mathbf{r}_{ij})}{\partial \mathbf{r}_{ij}} \right\rangle ,$$

w ramach zespołu kanonicznego Gibbsa (na ćwiczeniach wykazaliśmy je w ramach zespołu mikrokanonicznego) rozpatrując transformację skalowania rozmiarów przestrzennych obszaru zajmowanego przez układ.

Wskazówka: wyjść od wzoru na ciśnienie p .

Zadanie 2. Pokazać, że równanie stanu układu N sztywnych prętów o długości d każdy, poruszających się po jednowymiarowym odcinku długości L (pręty nie mogą mijać) ma postać

$$p(v - d) = k_B T ,$$

w której $v = L/N$.

Zadanie 3. Energia wewnętrzna gazu jest dana wzorem

$$\langle H \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} V(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\rangle ,$$

gdzie $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$. Obliczyć w przybliżeniu pola średniego przyczynek do do energii wewnętrznej pochodzący od sił długozasięgowych. Pokazać, że otrzymany wynik jest zgodny z tym, który otrzymaliśmy na ćwiczeniach znajdując poprawkę wnoszoną przez te siły do równania stanu.

Zadanie 4. Przybliżony sposób wyznaczania wielkości termodynamicznych układu składającego się z cząsteczek o twardym rdzeniu polega na podziale zajmowanej przez nie objętości na małe komórki o ustalonej objętości b i przyjęciu, że energie potencjalna układu (jako funkcja położeń cząsteczek) jest równa $+\infty$ gdy dwie lub więcej cząsteczek znajduje się w tej samej komórce i zero w przeciwnym przypadku. Posługując się tym podejściem wyprowadzić przybliżone równanie stanu $p = p(n, T)$ gazu twardych kul. Jaką wartość należy przyjąć dla b , by równanie to pokrywało się ze ścisłym równaniem stanu takiego układu w zakresie małych gęstości n ?

Zadanie 5. Wyznaczyć średnią wartość modułu prędkości względnej dwu dowolnie wybranych cząstek gazu znajdującego się w stanie równowagi w temperaturze T .

Każde z zadań proszę rozwiązać na osobnej kartce. Jedno z nich będzie zbierane na wykładzie we czwartek 16 XII.

Uwaga: Rozwiązania zadań *muszą* być opatrzone komentarzami wyjaśniającymi tok rozumowania! Za same wzorki punkty przyznawane nie będą