Uniwersytet Warszawski
Wydział Fizyki
Instytut Fizyki Teoretycznej

Naruszenie supersymetrii w supergrawitacji sprzężonej z materią

Rafał Ciesielski

praca magisterska
napisana pod kierunkiem

dr Zygmunta Lalaka

Warszawa 1998

Podziękowania

Chciałbym podziękować Panu doktorowi Zygmuntowi Lalakowi za zasugerowanie tematu pracy i skierowanie moich badań w odpowiednim kierunku oraz za cenne uwagi językowe.

Dziękuję kolegom z Zakładu Teorii Cząstek i Oddziaływań Fundamentalnych IFT za stworzenie komfortowych warunków do pracy i umożliwienie korzystania z pomieszczeń i sprzętu należącego do Zakładu.

Znaczna część niniejszej pracy powstała podczas trzymiesięcznego stypendium w ramach programu TEMPUS–MJEP 9006, w Turynie. Z tego względu pragnę również podziękować: Theory Group INFN, Sezione di Torino Dipartimento di Fisica Teorica, Università di Torino, a zwłaszcza Profesorowi Mauro Anselmino.

Acknowledgments

First and foremost, I thank my supervisor, Dr Zygmunt Lalak, for introducing me to the domain of supersymmetry and supergravity, guiding me throughout my MSc, and for valuable comments on the manuscript of this thesis.

Special thanks go to my collegeames from the Division for Theory of Particles and Elementary Interactions, Institute of Theoretical Physics, Warsaw University, who tutored me during my undergraduate studies.

Major part of the results presented in this thesis was obtained during my stay in Theory Group INFN, Sezione di Torino Dipartimento di Fisica Teorica, Università di Torino. Therefore, I would like to thank Professor Mauro Anselmino, and staff and students there, for continous support and pleasant atmosphere during my stay.

Wstęp

Na przestrzeni ostatnich trzydziestu lat dokonał się ogromny postęp na drodze ku unifikacji wszystkich oddziaływań. Wiodącą rolę we współczesnych teoriach unifikujących odgrywa idea supersymetrii, która pozwala konstruować konsystentne na poziomie kwantowym teorie pola, oraz unifikować oddziaływania silne i elektrosłabe z grawitacyjnymi w ramach teorii supergrawitacji i superstrun. Teorie supersymetryczne są bardzo atrakcyjne pod względem techniczno-teoretycznym, ale w konfrontacji z doświadczeniem, napotykają na pewną dość zasadniczą trudność. Otóż dokładna supersymetria przewiduje, że cząstki wystepują w parach fermion–bozon, gdzie obie cząstki w parze mają dokładnie tę samą masę i wewnętrzne liczby kwantowe[1]. Jest to przewidywanie w oczywisty sposób niezgodne z obserwacjami, skąd płynie wniosek, że niskoenergetyczna supersymetria musi być naruszona. Pytanie o to, jaki jest naprawdę mechanizm naruszenia supersymetrii jest chyba najbardziej fundamentalnym problemem, przed którym stają konstruktorzy modeli supersymetrycznej unifikacji.

Z punktu widzenia efektywnej teorii opisującej fizykę przy niskich, rzędu 1 TeV, energiach, naruszenie supersymetrii może być spontaniczne lub jawne. Przy czym spontaniczne naruszenie supersymetrii w niskich energiach jest prawie niemożliwe. Natomiast z punktu widzenia bardziej fundamentalnej teorii naruszenie supersymetrii powinno być zawsze spontaniczne, nawet jeśli przy niskich energiach jest ono widziane jako naruszenie jawne. Realizacji takiego obrazu łamania supersymetrii dostarczają modele supergrawitacyjne, gdzie spontanicznie złamana supersymetria daje w granicy, w której zaniedbujemy oddziaływania grawitacyjne, wyrazy łamiące supersymetrię jawnie. Na poziomie supergrawitacji naruszenie supersymetrii może mieć dwa źródła: w nieznikającej próżniowej wartości oczekiwanej dla pól pomocniczych z supermultipletów chiralnych (superpól materii) lub w nieznikającej próżniowej wartości oczekiwanej dla pól pomocniczych z supermultipletów wektorowych (tak zwane łamanie przez "D-termy"). Pierwszy z tych sposobów łamania supersymetrii został już dość szczegółowo zbadany, podczas gdy drugi sposob, łamanie przez D-termy, przyciągnął uwagę badaczy dopiero w okresie ostatnich kilku lat. Właśnie ten ostatni sposób łamania supersymetrii w prostych modelach supergrawitacyjnych jest głównym przedmiotem rozważań opisanych w tej pracy.

Pierwsza część pracy poświęcona jest dość szczegółowemu przedstawieniu globalnej supersymetrii i sposobów jej naruszania. Mimo, że globalna supersymetria nie jest raczej źródłem realistycznych modeli, to z teoretycznego punktu widzenia jest ona niezbędnym etapem dla zrozumienia i opisu zjawisk zachodzacych w supergrawitacji. Następnie przechodzimy do teorii lokalnie supersymetrycznych, czyli sypergrawitacji (SUGRA). Po krótkim wstępie następuje relacja z obliczeń dokonanych w prostych modelach inspirowanych teorią strun, w których występuje lokalna grupa cechowania $U(1)$ z nieznikającym parametrem Fayeta-Iliopoulosa, ξ . W kontekście takiego modelu badamy hipotezę, że posiada on próżnię, w której wszystkie F-termy są dużo mniejsze niż D-term związany ze wspomnianą wyżej grupą $U(1)$ (poźniej modyfikujemy to założenie pozwalając jednemu z F-termów na nieznikającą wartość próżniową). Obliczamy wyrazy miękko łamiące niskoenergetyczną globalną supersymetrię, narzucając warunki wynikające z założenia o istnieniu minimów potencjału ze znikającą, bądź nie, stałą kosmologiczną. Część analizy przedstawiona w niniejszej pracy dotyczy tylko drzewowego lagranżjanu supergrawitacyjnego. W trakcie obliczeń uzyskano również wyniki w sytuacji, kiedy uwzględnia się także wiodące jednopętlowe poprawki kwantowe do tego lagranżjanu, lecz ograniczone ramy pracy magisterskiej nie pozwoliły na ich przedstawienie w tym miejscu. Podsumowujac ogólnie zaprezentowane wyniki, powiedzieć należy, że modele w których łamanie supersymetrii jest zdominowane wyłącznie przez D-term abelowej grupy $U(1)$ nie wydają się przesadnie atrakcyjne z punktu widzenia budowy realistycznych modeli, natomiast interesujące wydaje się dalsze studiowanie modeli, w których F-termy i D-termy uczestniczą w łamaniu supersymetrii z mniej więcej równymi wkładami.

Obszerne dodatki zawierają podstawowe definicje i konwencje używane w tej pracy (a także w większości prac poświęconych supersymetrii), a także szczegóły rachunków wykonanych dla potrzeb tej pracy.

[1] *Z wyjątkiem liczb kwantowych tak zwanych R-symetrii.*

Spis treści

Rozdział 1

Supersymetria

1.1 Dlaczego Supersymetria ?

1.1.1 Historia

Początków supersymetrii (SUSY) , należy szukać w końcu lat 60–tych i w latach 70–tych kiedy zaczęto sobie zadawać następujące pytania:

- Czy możliwe jest dalsze, zgodne z doświadczeniem, rozszerzenie symetrii Poincarégo ?
- Czy neutrino, uważane wówczas[1] za cząstkę bezmasową, może być cząstką Goldstonéa ?
- Czy możliwe jest rozwiązanie tzw. problemu hierarchii i naturalności (opisanych poniżej) w teoriach pola zawierających elementarne pola skalarne, poprzez wprowadzenie jakiejś nowej symetrii ?
- Czy poza unifikacją sprzężeń i cząstek w ramach GUT (Grand Unified Theory), możliwa jest unifikacja cząstek o różnych spinach (bozony , fermiony) ?

W roku 1967 częściowej odpowiedzi na te pytania udzielili Coleman i Mandula formułując twierdzenie nazwane później od ich nazwisk Twierdzeniem Colemana–Manduli [1]. Dostarczyli oni przekonywujących argumentów, że symetrie: niezmienniczości względem transformacji Poincaré [2], wewnętrzne symetrie związane z liczbami kwantowymi takie jak np. izospin czy ładunek elektryczny, dyskretne symetrie : C, P oraz T, są dla teorii o nietrywialnej macierzy S , jedynymi możliwymi symetriami których generatory transformują się według reprezentacji tensorowych grupy Lorentza. Nie wdając się w szczegóły pracy [1] należy zaznaczyć, że głównym założeniem Twierdzenia Colemana–Manduli było, że algebra generatorów symetrii macierzy S zawiera tylko komutatory. Osłabienie tego założenia zaproponowane w 1975 roku przez R.Haaga , J.Łopuszańskiego oraz M.Sohnuisa [2] , polegające na uwzględnieniu również antykomutujących operatorów pozwala na rozszerzenie algebry Poincarégo do algebry supersymerii. Supersymetrię (SUSY) możemy zdefiniować jako wprowadzenie dodatkowych antykomutujących generatorów symetrii które transformują się jak reprezentacje spinorowe $(\frac{1}{2}, 0)$ oraz $(0, \frac{1}{2})$ grupy Lorentza. Okazuje się także, iż supersymetria jest jedynym możliwym, z punktu widzenia doświadczenia, rozszerzeniem znanych symetrii czasoprzestrzennych w fizyce cząstek elementarnych.

1.2 Supersymetryczne rozwiązanie problemów hierarchii i naturalności.

Sformułowany pod koniec lat 60–tych model Weinberga–Salama daje przewidywania teoretyczne doskonale zgadzające się z doświadczeniem. Zawiera on jednak wiele (około 20) parametrów. Relacji między tymi parametrami nie potrafimy w zadowalający sposób wytłumaczyć. Na przykład nie wiemy dlaczego masa elektronu m_e jest taka mała w porównaniu z masą bozonów $W^{\pm}$ i bozonu Z^0 tzn.: $m_e \sim 2 * 10^{-5} M_{W^{\pm}}$.

Łatwo zauważyć, że położenie $m_e = 0$ zwiększa symetrię lagranżjanu modelu Weinberga–Salama, gdyż pojawia się dodatkowa chiralna symetria $U(1)$, która inaczej transformuje cząstki lewoskrętne i

[1] *Ostatnie wyniki doświadczeń wskazują na niezerową masę neutrin.*

[2] *Informacje na temat transformacji Poincaré zawiera DODATEK A.2*

prawoskrętne tzn. :

$$\begin{array}{ccc} \hat{e} & \longrightarrow & e^{i\gamma_5\alpha}\hat{e} \\ & \Downarrow & \\ \hat{e}_L \rightarrow e^{i\alpha}\hat{e}_L & & \hat{e}_R \rightarrow e^{-i\alpha}\hat{e}_R \end{array} \tag{1.1}$$

gdzie $\hat{e}$ jest operatorem pola elektronu.

Z obliczeń perturbacyjnych wiemy, że poprawki kwantowe zwiększają masę fermionów, np. elektronów, następująco:

$$m_e = m_e{}^{(0)}\left(1+\beta\log\frac{\Lambda}{m}+\dots\right) \tag{1.2}$$

gdzie β jest współczynnikiem proporcjonalności, Λ jest górną granicą całkowania i reprezentuje skalę, przy której pojawia się nowa fizyka. Jak można zauważyć, m_e znika gdy znika $m_e{}^{(0)}$ czyli niezrenormalizowana masa elektronu. Mówimy, że m_e jest naturalna w sensie zaproponowanym przez 't Hoofta.

NaturalnośĆ w sensie 't Hoofta nie odnosi się do mas cząstek skalarnych, bowiem można zawsze dopisać w lagranżjanie wyraz masowy dla skalarów $m_\phi{}^2|\phi|^2$, gdyż położenie $m_\phi{}^2 = 0$ nie zwiększa symetrii lagranżjanu. Inaczej możemy powiedzieć, że masy pól skalarnych , $m_\phi{}^2|\phi|^2$, nie są kontrolowane przez żadną symetrię. Szereg perturbacyjny dla $m_\phi{}^2$ wygląda z tego powodu inaczej niż dla m_e , mianowicie:

$$m_\phi{}^2 = m_\phi{}^{(0)\,2} + \Lambda^2\left(\frac{b\alpha}{4\pi}+\dots\right) \tag{1.3}$$

Jak dostrzegamy, poprawki kwantowe są kwadratowo rozbieżne bez względu na wartość $m_\phi{}^{(0)\,2}$. Jeżeli uznamy teorię wielkiej unifikacji (GUT) za słuszną, do czego przekonuje nas choćby Rys. 1.1 wskazujący, że przy energii rzędu $10^{16} - 10^{19}GeV$ następuje pewna forma unifikacji oddziaływań, wówczas skala przy której pojawiać się może nowa fizyka jest określina przez $\Lambda \sim 10^{16} - 10^{19}GeV$. Jednakże jak pokazuje wzór (1.3) $m_\phi{}^2 \sim \Lambda^2$ osiągnąć więc powinna wartość $10^{32} - 10^{38}GeV^2$, a nie jak byśmy tego oczekiwali na podstawie doświadczeń 10^4GeV . Jest to tak zwany problem hierarchii będący konsekwencją nieperturbacyjnej masy skalarów, które stają się superciężkie w porównaniu z bozonami cechowania.

W jaki sposób można sobie z nim poradzić? Otóż można na przykład bardzo starannie dobrać ujemną niezrenormalizowaną masę $m_\phi{}^{(0)\,2}$, tak aby $m_\phi{}^{(0)\,2} \sim M^2_{W\pm}$. Ale to nie jest "naturalne". Inną możliwością wydaje się też założenie, że: $\Lambda \ll M_{Planck}$ na przykład $\Lambda \sim 1TeV$, jest to właśnie Supersymetria.

SUSY rozwiązuje ten problem, kontrolując masy skalarów przez symetrię chiralną. Masy chiralnych fermionów są, jak pokazano powyżej, kontrolowane przez symetrię chiralną. Supersymetria łączy, umieszcza, w multiplety cząstki skalarne (bozony) i cząstki o spinie połówkowym (fermiony). Algebra supersymetrii zapewnia, że masy skalarów są takie jak masy fermionów należących do tego samego multipletu.

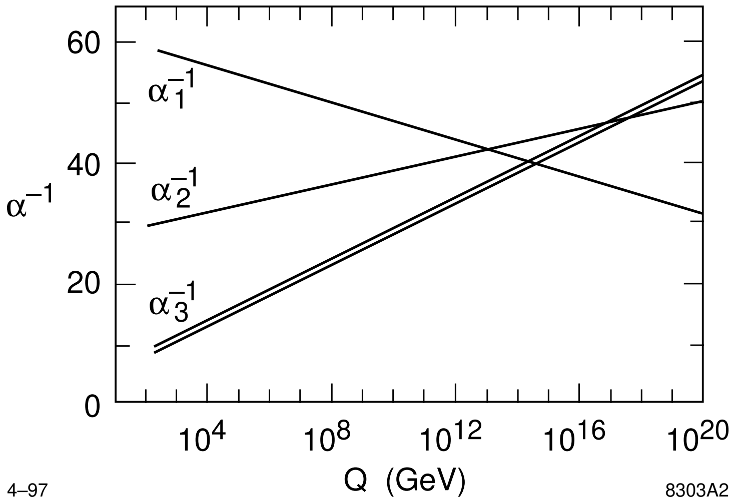
$$m_\phi{}^2 = m_f{}^2 \tag{1.4}$$

więc nie może być poprawki rzędu Λ^2 .

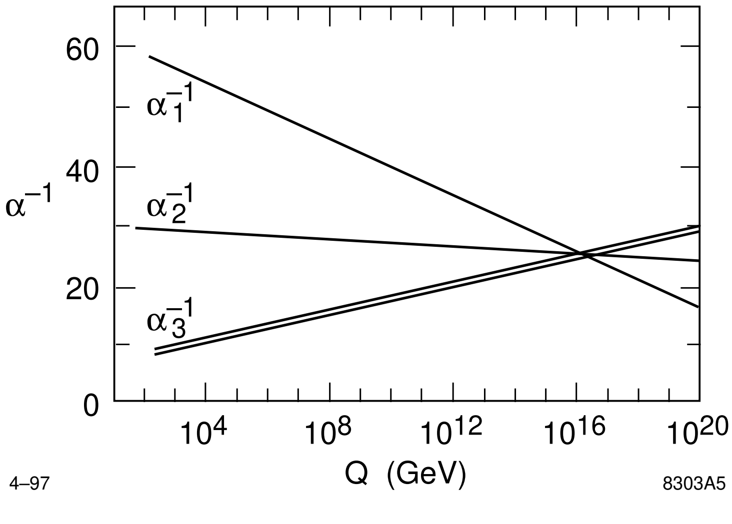
1.2.1 Przesłanki eksperymentalne

Wyniki ekstrapolacji stałych sprzężenia oddziaływań z cechowaniem od osiągalnych obecnie energii (skala Fermiego), w kierunku wyższych energii przedstawia Rys. 1.1 oraz Rys. 1.2 (wykresy pochodzą z pracy M.E.Peskin [3]). Jak można zauważyć z wykresu Rys.1.1, w modelu standardowym stałe sprzężenia zliżają się do siebie przy wysokich energiach, ale nie zbiegają się w jednym punkcie.
W supersymetrycznym modelu standardowym stałe zbiegają się w jednym punkcie. Jest to efekt dodania supersymetrycznych partnerów do występujących już w Modelu Standardowym cząstek, i ta unifikacja następuje przy energii $\approx 2 * 10^{16}GeV$, co obserwujeny na wykresie Rys.1.2.

Podwójna linia dla stałej α_3 wynika z błędów eksperymentalnych, błędy dla pozostałych stałych (α_1 oraz α_2) są zbyt małe, aby były widoczne w tej skali. Do przeprowadzenia ekstrapolacji parametrów w Modelu Stanadardowym i Supersymetrii stosuje się równanie grupy renormalizacji.



Rys. 1.1: Model Standardowy



Rys. 1.2: Supersymetria

1.3 Globalna Supersymetria

1.3.1 Algebra SUSY

Przejdźmy do konstrukcji supersymetrii. Szczegółowy opis zawiera [4], dla przypomnienia przedstawimy tylko zarys konstrukcji. Zacznijmy od wprowadzenia algebry supersymetrii:

$$\begin{aligned} \{Q_\alpha{}^A, \bar{Q}_{\dot\beta B}\}_+ &= 2\sigma_{\alpha\dot\beta}{}^m P_m \delta^A{}_B \\ \{Q_\alpha{}^A, Q_\beta{}^B\}_+ &= \{\bar{Q}_{\dot\alpha A}, \bar{Q}_{\dot\beta B}\}_+ \ = \ 0 \\ [P_m, Q_\alpha{}^A]_- &= [P_m, \bar{Q}_{\dot\alpha A}]_- \ = \ 0 \\ [P_m, P_n]_- &= 0 \end{aligned} \tag{1.5}$$

gdzie $\{\,,\}_+$ oznacza antykomutator, $Q_\alpha{}^A$ oraz $\bar{Q}_{\dot\beta B}$ są ładunkami supersymetrycznymi, P_m jest operatorem czteropędu. W dalszej części pracy będę się posługiwał formalizmem spinorów Weyla, bliższe informacje na ten temat zawiera DODATEK A.1.

Aby sformułować supersymetryczną teorię pola, musimy znaleźć reprezentację algebry SUSY, wzór (1.5), w przestrzeni pól nieograniczonych żadnymi warunkami, (poza powłoką masy). Aby tego dokonać definiujemy antykomutujące spinorowe parametry ξ^α , $\bar\xi_{\dot\alpha}$, spełniające warunki:

$$\{\xi^\alpha, \xi^\beta\} = \{\xi^\alpha, Q_\beta\} = \ \ldots = [P_m, \xi^\alpha] = 0 \tag{1.6}$$

Używając tych zmiennych możemy zapisać algebrę supersymetrii w następujący sposób:

$$\begin{aligned} [\xi Q, \bar\xi\bar Q] &= 2\xi\sigma^m\bar\xi P_m \\ [\xi Q, \xi Q] &= [\bar\xi\bar Q, \bar\xi\bar Q] \ = \ 0 \\ [P^m, \xi Q] &= [P^m, \bar\xi\bar Q] \ = \ 0 \end{aligned} \tag{1.7}$$

gdzie stosuję konwencję sumacyjną:

$$\xi Q = \xi^\alpha Q_\alpha \qquad \bar\xi\bar Q = \bar\xi_{\dot\alpha}\bar Q^{\dot\alpha} \tag{1.8}$$

Zauważmy, że:

$$\dim[\xi] \ = \ -\frac{1}{2}$$

oraz, że:

$$\dim[Q] \ = \ \frac{1}{2} \qquad\qquad Q_\alpha \text{ posiada spin } \tfrac{1}{2}$$

Ponieważ Q transformuje się jak spinor zatem mamy

$$Q|bozon\rangle = |fermion\rangle \tag{1.9}$$

Supersymetria transformuje więc bozony (spin całkowity) $\longmapsto$ fermiony (spin połówkowy) i odwrotnie. Ogólnie mówiąc pola o spinie $l \longmapsto l \pm \frac{1}{2}$.

Skonstruujemy teraz najprostszy supersymetryczny multiplet złożony z pól bozonowch i fermionowych. Zaczniemy konstrukcję od skalarnego pola bozonowego A:
Definiujemy spinor ψ poprzez transformację pola bozonowego A

$$\delta_\xi A \ := \ \sqrt{2}\xi\psi \tag{1.10}$$

Pole fermionowe ψ transformuje się w pole bozonowe F o wyższym wymiarze oraz w pochodną pola A .

$$\delta_\xi\psi \ =: \ i\sqrt{2}\sigma_m\bar\xi\partial_m A + \sqrt{2}\xi F \tag{1.11}$$

Wzór (1.11) jest jednocześnie definicją pola F . Używając wyrażeń (1.10) i (1.11) otrzymujemy

$$\delta_\eta \delta_\xi A = 2i\xi\sigma_m\bar{\eta}\partial_m A + 2\xi\eta F \tag{1.12}$$

co pokazuje, że antykomutator dwu kolejnych transformacji daje pochodną pola A . To samo powinno mieć miejsce dla pozostałych pól multipletu. W szczególności dla pola fermionowego ψ mamy:

$$\begin{aligned} [\delta_\eta\delta_\xi]_-\psi &= (\delta_\eta\delta_\xi - \delta_\xi\delta_\eta)\psi \\ &= -2i(\eta\sigma_n\bar{\xi} - \xi\sigma_n\bar{\eta})\partial_n\psi \\ &= -i\sigma_n\bar{\sigma}_m\psi[\eta\sigma_n\bar{\xi} - \xi\sigma_n\bar{\eta}] - \sqrt{2}(\xi\delta_\eta F - \eta\delta_\xi F) \end{aligned} \tag{1.13}$$

Widać, że ten komutator redukuje się do pełnej pochodnej, gdy:

$$\delta_\xi F = i\sqrt{2}\bar{\xi}\bar{\sigma}_m\partial_m\psi \tag{1.14}$$

Tak więc pola A, ψ , F wraz z (1.10), (1.11), (1.14) stanowią reprezentację algebry supersymetrii (1.5).

1.4 Superpola

Pokazaliśmy, że pola A, ψ , F wraz z (1.10), (1.11), (1.14) stanowią reprezentację algebry supersymetrii (1.5). Wprowadzmy teraz formalizm superpól które dostarczają przejrzystego i spójnego opisu reprezentacji SUSY, ułatwiaja zapisanie supersymetrycznego lagranżjanu, oraz upraszczają mnożenie elementów grupowych.

Aby zdefiniować superpola wprowadzimy pojęcie superprzestrzeni. W tym celu zauważmy, że algebra SUSY (1.5) po wprowadzeniu pary antykomutujących spinorów ξ , $\bar{\xi}$ wygląda jak zwykła algebra Liego. Element grupowy można zatem przedstawić w postaci:

$$G(x,\theta,\bar{\theta}) = e^{i(-x^m P_m + \theta Q + \bar{\theta}\bar{Q})} \tag{1.15}$$

Mnożenie elementów grupowych indukuje ruch w przestrzeni parametrów:

$$g(\xi,\bar{\xi}) : (x^m,\theta,\bar{\theta}) \rightarrow (x^m + i\theta\sigma^m\bar{\xi} - i\xi\sigma^m\bar{\theta}\ ,\ \theta+\xi\ ,\ \bar{\theta}+\bar{\xi}) \tag{1.16}$$

gdzie skorzystaliśmy ze wzoru Hausdorffa $e^A e^B = e^{A+B+\frac{1}{2}[A,B]}$ (wzór ten obowiązuje gdy $[A,[A,B]] = [B,[A,B]] = 0$). Ruch jest generowany przez operatory różniczkowe Q , $\bar{Q}$ działające w przestrzeni funkcji:

$$\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q} = \xi^\alpha\left(\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_m\right) + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}}\left(\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m\epsilon^{\dot{\beta}\dot{\alpha}}\partial_m\right) \tag{1.17}$$

Operatory Q oraz $\bar{Q}$ utożsamiamy z genaratorami grupy, ponieważ reprezentują infinitezymalne działanie grupowe w przestrzeni parametrów:

$$\begin{aligned} \{Q_\alpha,\bar{Q}_{\dot{\alpha}}\} &= 2i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\partial_m \\ \{Q_\alpha,Q_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot{\alpha}},\bar{Q}_{\dot{\beta}}\} &= 0 \end{aligned} \tag{1.18}$$

Powyższa obserwacja nasuwa pomysł rozszerzenia zwykłej przestrzeni konfiguracyjnej do superprzestrzeni, gdzie supersymetria jest translacją współrzędnych:

$$x^m \longmapsto z = (x^m,\theta,\bar{\theta}) \tag{1.19}$$

Szczegóły tej transformacji zamieszczono w dodatku DODATEK A.4.

Superpola są funkcjami odwzorowującymi superprzestrzeń w ciało liczb zespolonych. Ich rozwinięcia w szereg Taylora w parametrach antykomutujących są o skończone ponieważ :

$$(\theta^\alpha)^2 = \ -(\theta^\alpha)^2 \ = 0 \tag{1.20}$$

gdzie $\alpha = 1, 2$. Tak więc ogólne superpole $F(x, \theta, \bar\theta)$ ma postać:

$$\begin{aligned} F(x,\theta,\bar\theta) &= f(x) + \theta\phi(x) + \bar\theta\bar\chi(x) \\ &+\theta\theta m(x) + \bar\theta\bar\theta n(x) + \theta\sigma^m\bar\theta v_m(x) \\ &+\theta\theta\bar\theta\bar\lambda(x) + \bar\theta\bar\theta\theta\psi(x) + \theta\theta\bar\theta\bar\theta d(x). \end{aligned} \tag{1.21}$$

gdzie ϕ , χ , λ , ψ są polami spinorowymi, a f , m , n , v_m , d polami skalarnymi. Działanie SUSY na superpola definiujemy następująco:

$$\begin{aligned} \delta_\xi F(x,\theta,\bar\theta) = \ (\xi Q + \bar\xi\bar Q) \times F = \ & \delta_\xi f(x) + \theta\delta_\xi(x)\phi + \bar\theta\delta_\xi\bar\chi(x) \\ &+\theta\theta\delta_\xi m(x) + \bar\theta\bar\theta\delta_\xi n(x) + \theta\sigma^m\bar\theta\delta_\xi v_m(x) \\ &+\theta\theta\bar\theta\delta_\xi\bar\lambda(x) + \bar\theta\bar\theta\delta_\xi\theta\psi(x) + \theta\theta\bar\theta\bar\theta\delta_\xi d(x) \end{aligned} \tag{1.22}$$

gdzie Q i $\bar Q$ są operatorami różniczkowymi (A.26).
Prawa transformacji składowych pól $(f, \xi, \chi, \ldots)$, znajdujemy mając definicje transformacji superpól, wzór (1.22).

Zawsze możemy zbudować superpole startując z jego najniższej komponenty, powtarzając konstrukcję która pozwoliła nam zbudować reprezentację (A , ψ , F) .
Na przykład, startując z pola skalarnego $A(x)$ i podziałając na nie operatorem:

$$e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \ = \ 1 + \xi Q + \bar\xi\bar Q + \ldots \tag{1.23}$$

otrzymamy superpole:

$$\Phi \ = \ e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} A \tag{1.24}$$

Supersymetryczną wariację $\delta\Phi$ tego superpola definiujemy jako szereg, którego współczynnikami są wariacje składowych:

$$\delta_\xi\Phi \ = \ (\xi Q + \bar\xi\bar Q) \times \Phi \tag{1.25}$$

przez symbol $\times$ rozumiemy tu:

$$\begin{aligned} \xi^\alpha \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \times &= \xi^\alpha \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} e^{\xi Q} e^{\bar\xi\bar Q} e^{-\theta\sigma^m\bar\theta P_m} \times \\ &= \left(\xi Q - \xi\sigma^m\bar\theta P_m\right) \times e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \times \\ \bar\xi_{\dot\alpha} \frac{\partial}{\partial\bar\theta_{\dot\alpha}} e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \times &= \left(\bar\xi\bar Q + \theta\sigma^m\bar\xi P_m\right) \times e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \times \end{aligned} \tag{1.26}$$

Pole o najwyższym wymiarze zawsze transformuje się tylko w pochodną poprzedzającego go w multiplecie pola. Z ogólnego superpola można tworzyć mniejsze reprezentacje supersymetrii narzucając odpowiednie supersymetryczne więzy.
Wiemy, że w przypadku lewego mnożenia: [3]

$$\{Q_\alpha, \bar Q_{\dot\alpha}\} \ = \ 2\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m (i\partial_m) \tag{1.27}$$

zaś dla prawego mnożenia:

$$\begin{aligned} \{D_\alpha, \bar D_{\dot\alpha}\} \ &= \ -2i\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m\partial_m \\ \{D_\alpha, D_\beta\} = \{\bar D_{\dot\alpha}, \bar D_{\dot\beta}\} \ &= \ 0 \end{aligned} \tag{1.28}$$

[3] *Lewe i prawe mnożenie zostało omówione w DODATEK A.4, wzór (A.31) oraz (A.35)*

Można powiedzieć, że pochodne kowariantne $\bar{D}_{\dot{\alpha}}$ antykomutują z genaratorami supersymetrii. Oznacza to, że konsystentne z supersymetrią są więzy postaci:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi \;=\; 0 \tag{1.29}$$

Warunki te definiują superpole chiralne, zwane też skalarnym, (którego rozwiązaniem jest reprezentacja (A , ψ , F)). Analogicznie definiujemy superpole antychiralne:

$$D_{\alpha}\Phi \;=\; 0 \tag{1.30}$$

Równanie (1.29) można rozwiązać wprowadzając zmienne: $y^m = x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta}$ oraz θ

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\left(x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta}\right) \;=\; 0 \quad , \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\theta \;=\; 0 \tag{1.31}$$

gdzie $D_{\alpha} \longrightarrow \frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}} + 2i\sigma^m{}_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^m}$ oraz $\bar{D}_{\dot{\alpha}} \longrightarrow -\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}}$. Funkcja zmiennych y^m oraz θ będąca najbardziej ogólnym rozwiązaniem (1.29) ma postać

$$\begin{aligned}\Phi &= A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \\ &= A(x) + i\theta\sigma^m\bar{\theta}\partial_m A(x) + \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\Box A(x) \\ &\quad +\sqrt{2}\theta\psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\partial_m\psi(x)\sigma^m\bar{\theta} + \theta\theta F(x)\end{aligned} \tag{1.32}$$

Jeśli Φ_i są chiralnymi superpolami, to zachodzą następujące związki:

$$\begin{aligned}\sum_i \Phi_i &= \Phi \\ \prod_i \Phi_i &= \Phi\end{aligned} \tag{1.33}$$

Najwyższa składowa F chiralnego superpola przekształca się w pochodną. $\delta_{\xi}F = i\sqrt{2}\bar{\xi}\bar{\sigma}^m\partial_m\phi$, Mamy zatem:

$$\int_{V^4} d^4x\delta_{\xi}F = \; i\sqrt{2}\bar{\xi}\bar{\sigma}^m \int_{V^4} d^4x\partial_m\phi \;\; = 0 \tag{1.34}$$

Widzimy zatem, że wariacje pól o najwyższym wymiarze są zawsze zupełnymi pochodnymi, stąd całki z wariacji znikają. W związku z tym z takich pól możemy budować niezmiennicze działanie, na przykład:

$$S \;=\; \int_{V^4} d^4xF(x) \tag{1.35}$$

Widać stąd, że sam lagranżjan nie jest niezmienniczy względem SUSY, natomiast działanie jest niezmiennicze.

1.5 Supersymetryczny lagranżjan $\mathcal{L}$ dla pól chiralnych

W poprzednim rozdziale wykazaliśmy, że możemy używać wielomianów zbudowanych z pól chiralnych Φ do budowy niezmienniczego działania. Jednakże iloczyny pól chiralnych nie pozwalają na uzyskanie wyrazów kinetycznych (zbudowanych z pochodnych pól). Można natomiast pokazać, że wyrazy te pojawiają się w rozwinięciach pól Φ i $\Phi^{\dagger}$

$$\begin{aligned}\Phi^{\dagger}{}_i\Phi_j &= A_i{}^*(x)A_j(x) + \sqrt{2}\theta\phi_j(x)A_i{}^*(x) \\ &\quad +\sqrt{2}\bar{\theta}\bar{\phi}_j(x)A_j(x) + \theta\theta A_i{}^*(x)F_j(x) + \bar{\theta}\bar{\theta}F_i{}^*(x)A_j(x) \\ &\quad +\theta^{\alpha}\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\left[i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m(A_i{}^*\partial_m A_j - \partial_m A_i{}^*A_j) - 2\bar{\phi}_{i\dot{\alpha}}\phi_{j\alpha}\right] \\ &\quad +\theta\theta\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\left[\frac{i}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m(A_i{}^*\partial_m\phi_j{}^{\alpha} - \partial_m A_i{}^*\phi_j{}^{\alpha}) - \sqrt{2}F_j\bar{\phi}_{i\dot{\alpha}}\right]\end{aligned} \tag{1.36}$$

$$
\begin{aligned}
&+\theta\bar{\theta}\bar{\theta}^{\alpha}\left[-\frac{i}{\sqrt{2}}\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^{m}(\bar{\phi_i}{}^{\dot{\alpha}}\partial_m A_j-\partial_m\bar{\phi_i}{}^{\dot{\alpha}}A_j)-\sqrt{2}F_i{}^{*}\phi_{j\alpha}\right]\\
&+\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left[F_i{}^{*}F_j+\frac{1}{4}A_i{}^{*}\Box A_j+\frac{1}{4}\Box A_i{}^{*}A_j-\frac{1}{2}\partial_m A_i{}^{*}\partial^m A_j\right.\\
&\left.\frac{i}{2}\partial_m\bar{\phi}_i\bar{\sigma}^m\phi_j-\frac{i}{2}\bar{\phi}_i\bar{\sigma}^m\partial_m\phi_j\right]
\end{aligned}
$$

Ostatnie wyrażenie, proporcjonalne do $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$, tak zwana najwyższa składowa, pod działaniem transformacji SUSY przekształca się zawsze tylko w pełną dywergencję. Nadaje się ono zatem do budowy działania.

Pełny supersymetryczny (renormalizowalny) lagranżjan zawierający tylko pola chiralne wygląda następująco:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \;=\;& \Phi_i{}^{+}\Phi_i|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}component}\\
&+\left[\left(\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j+\frac{1}{3}g_{ijk}\Phi_i\Phi_j\Phi_k+\lambda_i\Phi_i\right)\Big|_{\theta\theta component}+h.c.\right]
\end{aligned}
\tag{1.37}
$$

gdzie m_{ij} oraz g_{ijk} są symetryczne w swoich indeksach. W składowych ma on postać:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \;=\;& i\partial_m\bar{\phi}_i\bar{\sigma}^m\phi_i+A_i{}^{*}\Box A_i+F^{*}{}_iF_i\\
&+\left[m_{ij}\left(A_iF_j-\frac{1}{2}\phi_i\phi_j\right)\right.\\
&\left.+g_{ijk}(A_iA_jF_k-\phi_i\phi_jA_k)+\lambda_iF_i+h.c.\right]
\end{aligned}
\tag{1.38}
$$

gdzie pominięto wszystkie zupełne pochodne, tzn: $\partial_m A_i{}^{*}\partial^m A_j=\partial^m(\partial_m A_i{}^{*}A_j)-\Box A_i{}^{*}A_j$, pomijamy wyraz $\partial^m(\partial_m A_i{}^{*}A_j)$ Można zauważyc, że lagranżjan (1.38) nie zawiera pochodnych F_i . Można zatem wyeliminować to pole z lagranżjanu używając jego równań ruchu:

$$
\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial F^{*}{}_k} = F_k+\lambda^{*}{}_k+m^{*}{}_{ik}A_i^{*}+g^{*}_{ijk}A^{*}{}_iA^{*}{}_j \quad =0 \tag{1.39}
$$

$$
\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial F_k} = F^{*}{}_k+\lambda_k+m_{ik}A_i+g_{ijk}A_iA_j \quad =0 \tag{1.40}
$$

Stąd, po podstawieniu, otrzymujemy:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \;=\;& i\partial_m\bar{\phi}_i\bar{\sigma}^m\phi_i+A_i{}^{*}\Box A_i-\frac{1}{2}m_{ik}\phi_i\phi_k-\frac{1}{2}m^{*}{}_{ik}\bar{\phi}_i\bar{\phi}_k\\
&-g_{ijk}\phi_i\phi_jA_k-g^{*}{}_{ijk}\bar{\phi}_i\bar{\phi}_jA^{*}{}_k-\mathcal{V}(A_k,A^{*}{}_k)
\end{aligned}
\tag{1.41}
$$

gdzie potencjał $\mathcal{V}$ dany jest przez :

$$
\mathcal{V}(A_k,A^{*}{}_k) \;=\; F^{*}{}_kF_k \tag{1.42}
$$

gdzie F_k otrzymaliśmy z równania (1.39), zaś $F^{*}{}_k$ otrzymujemy z równamia (1.40). Warto zauważyć, że punkt $F_i=0$, jest absolutnym minimum dla energii potencjalnej zespołu superpól chiralnych.

1.6 Multiplet wektorowy i supersymetryczne oddziaływania z polami cechowania

Ogólne superpole transformuje się jak redukowalna reprezentacja supersymetrii. Aby otrzymać nieredukowalne reprezentacje nakłada się więzy na ogólny supermultiplet. Więzy muszą być zgodne z supersymetrią tzn. kowariantne. Przykładami więzów są $D\Phi=0, \bar{D}\Phi=0$, ale także $V=V^{\dagger}$, przyczym drugi wiąz definiuje superpole wektorowe zwane także superpolem rzeczywistym.

Zauważmy, że stałe superpole jest jedynym rozwiązaniem układu równań $D_\alpha\Phi=0 \wedge \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi=0$, tzn:

$$
D_\alpha\Phi= \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi=0 \quad\Longrightarrow \Phi=a\;, \tag{1.43}
$$

przy czym a jest liczbą zespoloną. Co więcej możemy powyższy warunek rozszerzyć na dowolne superpole $\mathcal{U}$:

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\bar{D}^{\dot{\alpha}}\mathcal{U} \quad = \quad \Phi \tag{1.44}$$

Wtedy superpole Φ będzie już chiralnym superpolem zgodnie z tym co zostało pokazane w DODATKU A.5.2,

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\left(\bar{D}^2\mathcal{U}\right) = \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\left(\bar{D}_{\dot{\beta}}\bar{D}^{\dot{\beta}}\mathcal{U}\right) \quad = 0 \tag{1.45}$$

1.6.1 Superpole wektorowe i cechowanie Wessa–Zumino

Superpole wektorowe, zwane także superpolem rzeczywistym, definiujemy za pomocą warunku:

$$V \quad = \quad V^{\dagger} \tag{1.46}$$

Przedstawia się je w postaci szeregu potęgowego w θ i $\bar{\theta}$:

$$\begin{aligned} V(x,\theta,\bar{\theta}) \quad = \quad & C(x) + i\theta\chi(x) - i\bar{\theta}\bar{\chi}(x) \\ & + \frac{i}{2}\theta\theta\left[M(x) + iN(x)\right] - \frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}\left[M(x) - iN(x)\right] \\ & -\theta\sigma^m\bar{\theta}v_m(x) + i\theta\theta\bar{\theta}\left[\bar{\lambda}(x) + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^m\partial_m\chi(x)\right] \\ & -i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\left[\lambda(x) + \frac{i}{2}\sigma^m\partial_m\bar{\chi}(x)\right] + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\left[D(x) + \frac{1}{2}\Box C(x)\right] \end{aligned} \tag{1.47}$$

gdzie składowe pola C, D, M, N oraz v_m muszą być rzeczywiste aby spełniony był warunek (1.46). Zauważmy, że suma superpola chiralnego i pola doń sprzężonego jest superpolem rzeczywistym postaci:

$$\begin{aligned} \Phi + \Phi^{\dagger} \quad = \quad & A + A^* + \sqrt{2}(\theta\phi + \bar{\theta}\bar{\phi}) + \theta\theta F + \bar{\theta}\bar{\theta}F^* \\ & + i\theta\sigma^m\bar{\theta}\partial_m\left(A - A^*\right) + \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\sigma}^m\partial_m\phi \\ & + \frac{i}{\sqrt{2}}\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\sigma^m\partial_m\bar{\phi} + \frac{1}{4}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}\Box(A + A^*) \end{aligned} \tag{1.48}$$

W szczególności, współczynnik przy $\theta\sigma^m\bar{\theta}$ ma postać abelowej transformacji cechowania.
Nasuwa to pomysł, aby abelowe transformacje cechowania rozszerzyć na pełne superpole wektorowe w następujący sposób:

$$V \quad \longrightarrow \quad V + \Phi + \Phi^{\dagger} \tag{1.49}$$

Transformacje składowych mają wtedy postać:

$$\begin{aligned} C \quad & \longrightarrow \quad C + A + A^* \\ \chi \quad & \longrightarrow \quad \chi - i\sqrt{2}\phi \\ M + iN \quad & \longrightarrow \quad M + iN - 2iF \\ v_m \quad & \longrightarrow \quad v_m - i\partial_m\left(A - A^*\right) \\ \lambda \quad & \longrightarrow \quad \lambda \\ D \quad & \longrightarrow \quad D \end{aligned} \tag{1.50}$$

Widzimy, że można dokonać takiej transformacji cechowania, która wyzeruje składowe C, χ, M, N . Ten wybór cechowania nazywamy cechowaniem Wessa – Zumino. Stosując powyższe cechowanie pozbyliśmy się swobodnych pól, pozostała jeszcze swoboda wyboru części urojonej A , która odpowiada wykonaniu standardowej abelowej transformacji cechowania na polu wektorowym V (inaczej mówiąc jest to symetria cechowania), $v_m \longrightarrow v_m - i\partial_m(A - A^*)$. W cechowaniu tym składowe λ oraz D są niezmiennicze. Cechowanie Wessa–Zumino łamie niestety jawną supersymetrię, ale za to superpole wektorowe V dane wzorem (1.47) przybiera bardzo prostą postać :

$$V = -\theta\sigma^m\bar{\theta}v_m(x) + \theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) - i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}D(x) \tag{1.51}$$

Warto jeszcze przedstawić jak wyglądają wyższe potęgi superpola wektorowego w cechowaniu Wessa–Zumino :

$$\begin{aligned} V^2 &= -\frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}v_m v^m \\ V^3 &= 0 \end{aligned} \tag{1.52}$$

1.7 Niezmienniczość względem cechowania

Omówmy teraz pewne własności superpola skalarnego (chiralnego) i wektorowego (rzeczywistego). Zobaczmy jak zachowują się superpola skalarne i wektorowe pod działaniem wewnętrznej symetrii $\mathcal{G} = U(1)$.

1.7.1 Superpole skalarne – globalna symetria $\mathcal{G} = U(1)$

Superpole skalarne pod działaniem grupy $\mathcal{G} = U(1)$ zachowuje się następująco:

$$\Phi \longrightarrow \Phi' = e^{-i\Lambda}\Phi \tag{1.53}$$

gdzie Λ jest parametrem przekształcenia.
Łatwo pokazać, że Φ' jest także superpolem chiralnym jeśli Λ jest superpolem chiralnym:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi' = & \ \bar{D}_{\dot{\alpha}}(\Phi - i\Lambda\Phi + \ldots) \\ = & \ \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi - i\left[(\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Lambda)\Phi + \Lambda(\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi)\right] + \ldots = 0 \quad <=> \ \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Lambda = 0 \end{aligned} \tag{1.54}$$

$\square$

Jeśli Λ jest rzeczywiste i stałe $\left(\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Lambda = D_\alpha\Lambda = 0\right)$ to korzystając z reguły Hausdorff'a podanej w rozdziale 1.4 mamy:

$$\begin{aligned} \Phi'^\dagger\Phi' &= \Phi^\dagger e^{i\Lambda^\dagger}e^{-i\Lambda}\Phi \\ &= \Phi^\dagger e^{i(\Lambda^\dagger - \Lambda)}\Phi \\ &= \Phi^\dagger\Phi \end{aligned} \tag{1.55}$$

Ta obserwacja pozwala skonstruować lagranżjan chiralny, niezmienniczy względem globalnej grupy symetrii $\mathcal{G} = U(1)$ transformującej pole skalarne zgodnie ze wzorem (1.53):

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \mathcal{L}_{K.E} + W \\ \mathcal{L}_{K.E} &= \Phi^\dagger{}_k\Phi_k|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} \\ W &= \left[\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}g_{ijl}\Phi_i\Phi_j\Phi_l\right]|_{\theta\theta} + h.c. \end{aligned} \tag{1.56}$$

gdzie przez $\mathcal{L}_{K.E}$ oznaczamy wyrazy kinetyczne, natomiast W jest superpotencjałem.

1.7.2 Superpole skalarne – lokalna symetria $\mathcal{G} = U(1)$

Niezmiennicze działanie z niejednorodnym, zależnym od x , parametrem Λ można skonstruować uogólniając działanie grupy $\mathcal{G} = U(1)$

$$\begin{aligned} \Phi \longrightarrow e^{-i\Lambda}\Phi \quad &, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}}\Lambda = 0 \\ \Phi^\dagger \longrightarrow e^{i\Lambda^\dagger}\Phi^\dagger \quad &, \quad D_\alpha\Lambda^\dagger = 0 \end{aligned} \tag{1.57}$$

Otóż przy takich warunkach cały lagranżjan $\mathcal{L}$, dany wzorem (1.56), przestaje być niezmienniczy, ponieważ:

$$\Phi'^\dagger\,\Phi' = \Phi^\dagger\,e^{i\left(\Lambda^\dagger - \Lambda\right)}\,\Phi \quad \neq \Phi^\dagger\,\Phi \tag{1.58}$$

Wprowadzając wektorowe superpole V , transformujące się zgodnie z warunkiem:

$$V' = V + i(\Lambda - \Lambda^\dagger) \tag{1.59}$$

Możemy napisać pełny lagranżjan niezmienniczy względem lokalnej grupy symetrii $\mathcal{G} = U(1)$ w postaci :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{4}(\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha|_{\theta\theta} + \bar{\mathcal{W}}_{\dot\alpha}\bar{\mathcal{W}}^{\dot\alpha}|_{\bar\theta\bar\theta}) + \Phi^\dagger{}_k e^V \Phi_k|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \\ &+ \left[\left(\frac{1}{2}m_{ij}\Phi_i\Phi_j + \frac{1}{3}g_{ijl}\Phi_i\Phi_j\Phi_l\right)|_{\theta\theta} + h.c.\right] \end{aligned} \tag{1.60}$$

gdzie superpole $\mathcal{W}_\alpha$, które jest uogólnieniem natężenia pola cechowania definiujemy następująco:

$$\mathcal{W}_\alpha := -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha V \qquad \bar{\mathcal{W}}_{\dot\alpha} := -\frac{1}{4}DD\bar{D}_{\dot\alpha}V \tag{1.61}$$

Superpole, $\mathcal{W}_\alpha$ ($\bar{\mathcal{W}}_{\dot\alpha}$) jest niezmienniecze ze względu na transformację cechowania, oraz spełnia warunek chiralności (antychiralnści):

$$\bar{D}_{\dot\beta}\mathcal{W}_\alpha = 0 \qquad D_\beta \bar{\mathcal{W}}_{\dot\alpha} = 0 \tag{1.62}$$

Niezmienniczość tego superpola względem cechowania pokazujemy następująco:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_\alpha{}' &= -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha\left(V + i(\Lambda - \Lambda^\dagger)\right) \\ &= \mathcal{W}_\alpha - \frac{i}{4}\bar{D}\bar{D}D_\alpha\Lambda \\ &= \mathcal{W}_\alpha - \frac{i}{4}\bar{D}^{\dot\alpha}\{\bar{D}_{\dot\alpha}, D_\alpha\}\Lambda \\ &= \mathcal{W}_\alpha \end{aligned} \tag{1.63}$$

Wzór (1.60) daje ogólną postać renormalizowalnego lagranżjanu niezmienniczego wględem lokalnej transformacji cechowania grupy $\mathcal{G} = U(1)$. W cechowaniu Wessa–Zumino omówionym szerzej w rozdziale 1.6.1, gdzie jak pamiętamy $V^3 = 0$, zmodyfikowany wyraz kinetyczny dla pól skalarnych przyjmuje postać:

$$\begin{aligned} \Phi^\dagger{}_k e^V \Phi_k|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} &= FF^* + A\Box A^* + i\partial_n\bar\phi\bar\sigma^n\phi \\ & v^n\left(\frac{1}{2}\bar\phi\bar\sigma^n\phi + \frac{i}{2}A^*\partial_n A - \frac{i}{2}\partial_n A^* A\right) \\ & -\frac{i}{\sqrt{2}}(A\bar\lambda\bar\phi - A^*\lambda\phi) + \frac{i}{2}\left(D - \frac{i}{2}v_n v^n\right)A^*A \end{aligned} \tag{1.64}$$

Lagranżjan wyrażony w tym cechowaniu nie będzie zawierał członów o wymiarze wyższym niż cztery.

Na koniec zajmiemy się jeszcze konstrukcją lagranżjanu dla elektrodynamiki. Otóż najprostsze supersymetryczne rozszerzenia elektrodynamiki uzyskujemy zakładając, że mamy dwa superpola skalarne o przeciwnych ładunkach względem grupy $U(1)$, to znaczy transformujące się następująco:

$$\Phi'_+ \longrightarrow e^{-ie\Lambda}\Phi_+ \quad , \quad \Phi'_- \longrightarrow e^{+ie\Lambda}\Phi_- \tag{1.65}$$

Lagranżjan dla elektrodynamiki z masywnymi elektronami i ich partnerami przyjmuje zatem postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{ED} &= \frac{1}{4}(\mathcal{W}^\alpha \mathcal{W}_\alpha|_{\theta\theta} + \bar{\mathcal{W}}_{\dot\alpha}\bar{\mathcal{W}}^{\dot\alpha}|_{\bar\theta\bar\theta}) + \Phi^\dagger{}_+ e^V \Phi_+|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} + \Phi^\dagger{}_- e^V \Phi_-|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \\ &+ m\left(\Phi_+\Phi_-|_{\theta\theta} + \Phi^\dagger{}_+\Phi^\dagger{}_-|_{\bar\theta\bar\theta}\right) \end{aligned} \tag{1.66}$$

Rozszerzenie tej konstrukcji do lagranżjanu niezmienniczego względem nieabelowej grupy cechowania jest stosunkowo proste, zaś szczegóły można znaleźć w [4].

1.8 Energia kinetyczna superpola wektorowego

Chcąc znaleźć energię kinetyczną dla superpola wektorowego, należy znaleźć superpole $\mathcal{W}^\alpha$ ($\bar{\mathcal{W}}_{\dot\alpha}$) niezmiennicze względem transformacji $V' = V + i(\Lambda - \Lambda^\dagger)$. Część kinetyczna lagranżjanu dla pól wektorowych:

$$\mathcal{L}^V{}_{K.E} := -\frac{1}{4}\mathcal{W}_\alpha \mathcal{W}^\alpha|_{\theta\theta} + h.c \tag{1.67}$$

Korzystając z tożsamości $\mathcal{W}_\alpha \mathcal{W}^\alpha = -\frac{1}{4}\bar{D}\bar{D}\mathcal{W}^\alpha D_\alpha V$ możemy bowiem napisać w cechowaniu Wessa–Zumino:

$$\mathcal{L}^V{}_{K.E} := -\frac{1}{4}v_{mn}v^{mn} + i\lambda\sigma^m\partial_m\bar{\lambda} + \frac{1}{2}D^2 \tag{1.68}$$

gdzie interpretacja poszczególnych członów jest następująca: $-\frac{1}{4}v_{mn}v^{mn}$ jest energią kinetyczną superpola wektorowego, $-i\lambda\sigma^m\partial_m\bar{\lambda}$ jest energią kinetyczną gaugin, zaś $\frac{1}{2}D^2$ jest wkładem do potencjału, oraz gdzie $v_{mn} = \partial_m v_n - \partial_n v_m$.

My chcemy dodać jeszcze człon masowy, postaci m^2V^2, do lagranżjanu (1.67). Ten nowy człon nie jest już niezmienniczy ze wzgledu na cechowanie. Musimy go zatem dopisać do uogólnionego superpotencjału wektorowego:

$$\begin{aligned} V^2|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} &= -\frac{1}{2}v_m v^m - \chi\lambda - \bar{\chi}\bar{\lambda} + \frac{1}{2}\left(M^2 + N^2\right) \\ &\quad -\frac{i}{2}\chi\sigma^m\partial_m\bar{\chi} - \frac{i}{2}\bar{\chi}\bar{\sigma}^m\partial_m\chi \\ &\quad +\frac{1}{2}C\Box + CD \end{aligned} \tag{1.69}$$

Co jest interesujące, ten wyraz nie tylko nadaje masę owemu wektorowemu polu v_m, ale również pozostałym wyrazom supermultipletu, których teraz nie możemy już "wycechować".
Lagranżjan (1.67) wraz z członem (1.69) opisuje :

- jedno pole wektorowe v_m
- dwa pola o spinie $\frac{1}{2}$: χ , λ
- jedno pole skalarne C

1.9 Łamanie Supersymetrii

Doświadczenie uczy nas, że supersymetria nie może być dokładną symetrią efektywnego niskoenergetycznego lagranżjanu opisującego fizyczną rzeczywistość. Nie obserwuje się bowiem cząstek które miały by dokładnie takie same liczby kwantowe i masę jak cząstki Modelu Standardowego i różniły się od nich tylko spinem. Nie obserwuje się np. supersymetrycznego partnera elektronu e (powinien on przy niezłamanej SUSY mieć masę równą masie elektronu). Przejdzmy zatem do omówienia spontanicznego łamania globalnej supersymetrii.

1.9.1 Uwagi ogólne niezależne od reprezentacji SUSY

Korzystając z algebry SUSY, wzór (1.5), znajdujemy jawną postać hamiltonianu.
Startując z antykomutatora:

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\}_+ = 2\sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m P_m \tag{1.70}$$

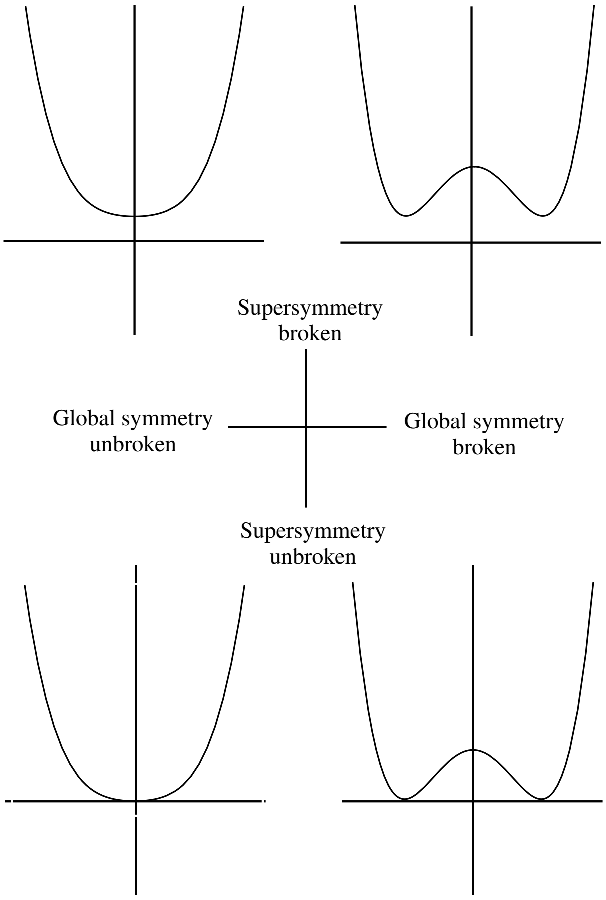
i korzystając z DODATKU A.1 otrzymuję:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^{\alpha\dot{\beta}0}\{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\}_+ &= 2\bar{\sigma}^{\alpha\dot{\beta}0}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m P_m \\ &= -4\eta^{0m}P_m \\ &= 4P_0 \end{aligned} \tag{1.71}$$

Zastosowaliśmy związki:
$Tr\left(\bar{\sigma}^n\sigma^m\right) = -4\eta^{nm}$. Stąd $\bar{\sigma}^{\alpha\dot{\beta}0}\sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m = -4\eta^{0m}$, $(\eta^{nm} = (-1,1,1,1))$ [4]. Używając jawnej postaci macierzy $\bar{\sigma}^{\alpha\dot{\beta}0}$ otrzymujemy:

$$\begin{aligned} P_0 = H &= \frac{1}{4}\{Q_1, \bar{Q}_{\dot{1}}\} + \frac{1}{4}\{Q_2, \bar{Q}_{\dot{2}}\} \\ &= \frac{1}{4}\left(\, Q_1\bar{Q}_{\dot{1}} + \bar{Q}_{\dot{1}}Q_1 + Q_2\bar{Q}_{\dot{2}} + \bar{Q}_{\dot{2}}Q_2\right) \end{aligned} \tag{1.72}$$

[4] *patrz : DODATEK A.1*



Rys. 1.3: Energia próżni jest parametrem porządku dla zjawiska spontanicznego łamania supersymetrii.

Operator Hamiltona H jest dodatnio określony, tzn. dla dowolnego fizycznego stanu $|\psi\rangle$

$$\langle\psi|H|\psi\rangle = \frac{1}{2}\left(|Q_1|\psi\rangle|^2 + |Q_2|\psi\rangle|^2\right) \geq 0 \tag{1.73}$$

Oznacza to, że wartość oczekiwana operatora H nie może być ujemna. Stąd wnioskujemy, iż stan o najniższej energii jest stanem z zerową energią, przy czym $E = \langle\psi|H|\psi\rangle$. Wtedy

$$|Q_i\psi\rangle \underset{i=1,2}{=} 0 \quad \Rightarrow \quad \langle\psi|H|\psi\rangle = 0 \tag{1.74}$$

co oznacza, że stan o energii zerowej, o ile może być zrealizowany przez układ fizyczny, nie łamie spontanicznie supersymetrii. Ze wzoru (1.74) widzimy, że aby SUSY została złamana spontanicznie musi zajść $\langle\psi|H|\psi\rangle > 0$ Tzn:

$$\langle\psi|H|\psi\rangle > 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \sim\left(\bigvee_{\psi} Q_i|\psi\rangle \neq 0\right) \tag{1.75}$$

Na rysunku[5] 1.3 zilustrowano możliwe sytuacje w modelu, który oprócz supersymetrii posiada także pewną symetrię globalną. Okazuje się, że przy złamaniu supersymetrii, symetria globalna może być złamana lub nie i vice versa. Poniżej omówimy konkretne modele, w których łamanie supersymetrii dokonuje się w sektorze pól chiralnych (model O'Raifeartaigh'a), bądź w sektorze gauge (scenariusz Fayeta–Iliopoulosa).

Na początek omówimy model, który zbudowany jest wyłącznie z pól chiralnych. Kiedy zajmowaliśmy się supersymetrycznym lagranżjanem (Rozdział 1.5), wprowadziliśmy energię potencjalną, wzór (1.42).

$$\mathcal{V}(A_k, A^*{}_k) \quad = \quad F^*{}_k F_k \tag{1.76}$$

Z równań ruchu, wzory (1.39) oraz (1.40) , otrzymaliśmy:

$$F_k \quad = \quad -\left(\lambda^*{}_k + m^*{}_{ik}A_i^* + g_{ijk}^* A^*{}_i A^*{}_j\right) \tag{1.77}$$

[5] *rysunek pochodzi z pracy J. A. Bagger [6]*

$$F^*{}_k \quad = \quad -\left(\lambda_k + m_{ik}A_i + g_{ijk}A_iA_j\right) \tag{1.78}$$

Wystąpienie takiego rozwiązania równań Eulera-Lagrange'a, które odpowiada $F^*{}_k = 0$, sygnalizuje występowanie supersymetrycznego minimum dla potencjału $\mathcal{V}(A_k, A^*{}_k)$.

Chcąc zatem złamać SUSY musimy tak dobrać parametry : λ_k , m_{ik} , g_{ijk} aby równania $F^*{}_k = 0$ dla $k = 1, \ldots, n$ nie mogły być dla wszystkich k spełnione. Tzn.:

$$F^*{}_k \neq 0 \quad \Longrightarrow \quad \lambda_k + m_{ik}A_i + g_{ijk}A_iA_j \neq 0 \tag{1.79}$$

Konstrukcja takich modeli nie jest łatwa .

1. Dla k=1 , mamy tylko jedno superpole skalarne ϕ . Wtedy $F^* = -\lambda \neq 0$, patrz wzór (1.40). Ale w takim wypadku, co łatwo widać, złamanie SUSY nie oznacza nadania masy żadnej z cząstek, jest zatem nieskuteczne.

2. Dla dwóch superpól (k=1,2) zawsze można spełnić warunek $F^*{}_k = 0$ czyli na mocy wcześniej przedstawionych założeń, nie występuje tutaj spontaniczne łamanie SUSY.

3. Zachodzi więc potrzeba wprowadzenia co najmniej 3 superpól k=1,2,3. To właśnie zaproponował O'Raifeartaigh [7].

Model O'Raifeartaigh[6] jest jednocześnie najprostszym z wprowadzonych modeli spontanicznego łamania SUSY. Czysto chiralna cześć lagranżjanu, $\mathcal{L}$ zwana superpotencjałem $\mathcal{L}_{P.E.}$, w tym wypadku ma postać:

$$W \quad = \quad \lambda_0\Phi_0 + \frac{1}{2}m_{12}\Phi_1\Phi_2 + \frac{1}{3}g_{012}\Phi_0\Phi_1\Phi_2 + h.c. \tag{1.80}$$

Model O'Raifeartaigh opisany został w wielu miejscach np. w monografii [4]. W tej pracy interesuje nas jednak przede wszystkim drugi sposób łamania supersymetrii, tzw. metoda Fayeta – Iliopoulosa Przyjrzyjmy się jej nieco dokładniej.

1.9.2 Model Fayeta–Iliopoulosa

Drugim mechanizmen spontanicznego łamania SUSY, który jest głównym przedmiotem zainteresowania w tej pracy jest mechanizm Fayeta – Iliopoulosa[7]. Fayet i Iliopoulos zauważyli, że człon $\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}$ w superpolu wektorowym jest supersymetryczny i niezmiennniczy ze względu na cechowanie tylko dla grup abelowych. Ów wyraz ma postać:

$$\mathcal{L}_{FI} \quad = \quad \kappa V|_{\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}} = \kappa D \tag{1.81}$$

gdzie κ jest parametrem Fayeta–Iliopoulosa.
Dodajmy do lagranżjanu dla QED danego wzorem (1.82) człon $\mathcal{L}_{FI}$ podany wyżej, i znajdźmy spontaniczne łamanie supersymetrii.
Otrzymujemy:

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \quad = \quad & \frac{1}{4}\left(W^\alpha W_\alpha|_{\theta\theta} + \bar{W}_{\dot\alpha}\bar{W}^{\dot\alpha}|_{\bar\theta\bar\theta}\right) + \Phi^\dagger{}_+ e^V\Phi_+|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} + \Phi^\dagger{}_- e^V\Phi_-|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \\ & m\left(\Phi_+\Phi_-|_{\theta\theta} + \Phi^\dagger{}_+\Phi^\dagger{}_-|_{\bar\theta\bar\theta}\right) + 2\kappa V|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta}\end{aligned} \tag{1.82}$$

W obecności pól cechowania potencjał pól skalarnych (1.76) modyfikuje się o tak zwany D –term, przybierając postać

$$\mathcal{V}(A_k, A^*{}_k) \quad = \quad F^*{}_kF_k + \frac{1}{2}D^2 \tag{1.83}$$

Pola $D = \mathcal{V}|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta}$, F_1 , F_2 znajdujemy z równań Eulera–Lagrangéa:

$$\begin{aligned} D + \kappa + \frac{e}{2}\left(A_1^*A_1 - A_2^*A_2\right) &= 0 \\ F_1 + mA_2^* &= 0 \\ F_2 + mA_1^* &= 0 \end{aligned} \tag{1.84}$$

[6] *Oryginalana praca L. O'Raifeartaigh ukazała się Nucl. Phys. B* **96**, *331 (1975) , patrz cytowana literatura [7]*

[7] *Orginalana praca P. Fayet, J. Iliopoulos ukazała się Phys. Lett. B* **51** *, 461-464, (1974) , patrz cytowana literatura [8]*

Rozwiązanie równań ruchu dla tego lagranżjanu pokazuje, że brak jest rozwiązań, dla których $D = 0$ i $F_i = 0$, (równania są sprzeczne), wystąpi więc spontaniczne łamanie SUSY. Ponieważ jest to dość istotna część teorii, mająca duże znaczenie dla zrozumienia dalszej części pracy, dlatego postaramy się ją nieco rozwinąć. Szukamy rozwiązań rownań (1.84), takich które dawały by $\mathcal{V} = 0$. Potencjał $\mathcal{V}$ przybiera postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{1}{2}\kappa^2 + \left(m^2 + \frac{1}{2}e\kappa\right) A_1^* A_1 + \left(m^2 - \frac{1}{2}e\kappa\right) A_2^* A_2 \\ &+ \frac{e^2}{8}\left(A_1^* A_1 - A_2^* A_2\right)^2 \end{aligned} \tag{1.85}$$

powinniśmy przedyskutować dwa przypadki : $m^2 > \frac{1}{2}e\kappa$ oraz $m^2 < \frac{1}{2}e\kappa$.
Omówmy je po kolei:

1. $m^2 > \frac{1}{2}e\kappa$ w tym pierwszym przypadku oba pola A_1 oraz A_2 maja rzeczywiste masy. Minimum jest dla $A_1 = 0 = A_2$. Model ten opisuje dwa zespolone pola skalarne, odpowiednio z masami: ${m_1}^2 = m^2 + \frac{1}{2}e\kappa$ oraz ${m_2}^2 = m^2 - \frac{1}{2}e\kappa$, przy czym pomiędzy tymi masami zachodzi związek ${m_1}^2 + {m_2}^2 = 2m^2$. Pole wektorowe v_m pozostaje bezmasowe.

   Bezmasowy spinor λ odgrywa rolę fermionowej cząstki Goldstonéa, tak zwanego Goldstina, związanej ze spontanicznie złamaną supersymetrią. Widać to z prawa transformacji dla λ

$$\delta_\xi \lambda = i\xi D + \sigma^{mn}\xi v_{mn} \tag{1.86}$$

   Dostrzegamy, że λ transformuje się niejednorodnie, jeśli tylko D osiąga niezerową wartość oczekiwaną próżni. Patrząc na równania Eulera–Lagrangéa (1.84), $D = -\kappa - \frac{e}{2}\left(A_1^* A_1 - A_2^* A_2\right)$. Tak więc:

$$\delta_\xi \lambda = -i\xi\kappa - i\xi\frac{e}{2}\left(A_1^* A_1 - A_2^* A_2\right) + \sigma^{mn}\xi v_{mn} \tag{1.87}$$

2. Jeżeli $m^2 < \frac{1}{2}e\kappa$ to $A_1 = 0 = A_2$ nie jest już minimum potencjału (1.85). Aby znaleźć nowe minimum rozwiązujemy równania:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\mathcal{V}}{\partial A_1^*} &= \left(m^2 + \frac{1}{2}e\kappa\right) A_1 + \frac{e^2}{4}\left(A_1^* A_1 - A_2^* A_2\right) A_1 = 0 \\ \frac{\partial\mathcal{V}}{\partial A_2^*} &= \left(m^2 - \frac{1}{2}e\kappa\right) A_2 - \frac{e^2}{4}\left(A_1^* A_1 - A_2^* A_2\right) A_2 = 0 \end{aligned} \tag{1.88}$$

   Otrzymujemy minimum w punkcie $A_1 = 0$, $A_2 = \nu$,
   gdzie $\frac{1}{4}e^2\nu^2 + \left(m^2 - \frac{1}{2}e\kappa\right) = 0$. Możemy tak dobrać transformację cechowania ażeby ν było rzeczywiste.

   Rozwijając potencjał wokół miminum, spontanicznie łamiemy symetrię względem grupy $\mathcal{G} = U(1)$. Otrzymujemy :

$$\begin{cases} A = A_1 \\ \tilde{A} = A_2 - \nu \end{cases} \tag{1.89}$$

   Potencjał(1.85) przybiera postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{V} &= \frac{2m^2}{e^2}\left(e\kappa - m^2\right) + 2A^* A \\ &+ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^2\nu^2\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\tilde{A} + \tilde{A}^*\right]\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}e^2\nu^2\right) v_m v^m \end{aligned} \tag{1.90}$$

   gdzie stała $\frac{2m^2}{e^2}\left(e\kappa - m^2\right)$ jest dodatnia. Zarówno supersymetria jak i symetria cechowania są złamane. Wektorowe superpole v_m nabiera masy "zjadajac" bozon Goldstona $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\tilde{A} + \tilde{A}^*\right)$, lecz całkowita liczba stopni swobody pozostaje niezmieniona.

   Podczas łamania symetrii, modyfikacji ulegają również wkłady do mas spinorów:

$$\mathcal{L}_\phi = \ldots - m\left(\phi_1\phi_2 + \bar{\phi}_1\bar{\phi}_2\right) + \frac{ie\nu}{\sqrt{2}}\left(\bar{\phi}_2\lambda - \bar{\phi}_2\lambda\right) \tag{1.91}$$

Zdefiniujmy teraz liniowe kombinacje:

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_2 \\ \tilde{\psi} &= \frac{1}{\sqrt{m^2+\frac{1}{2}e^2\nu^2}}\left(m\psi_1+\frac{ie\nu}{\sqrt{2}}\lambda\right) \\ \tilde{\lambda} &= \frac{1}{\sqrt{m^2+\frac{1}{2}e^2\nu^2}}\left(m\lambda+\frac{ie\nu}{\sqrt{2}}\psi_1\right) \end{aligned} \tag{1.92}$$

Zastosujemy powyższe podstawienia do lagranżjanu dla fermionów $\mathcal{L}_\phi$, i jeszcze raz przyjrzymy się masom fermionów, ale teraz wyrażonych w nowych zmiennych :

$$\mathcal{L}_\phi = \ldots - \left(\sqrt{m^2+\frac{1}{2}e^2\nu^2}\right)\left(\psi\tilde{\psi}+\bar{\psi}\bar{\tilde{\psi}}\right) \tag{1.93}$$

Pole $\tilde{\lambda}$ pozostaje bezmasowe, i transformuje się niejednorodnie czego oczekujemy od pól Goldstonowskich:

$$\delta_\xi\tilde{\lambda} = -2i\frac{m}{e}\xi\sqrt{e\kappa-m^2}+\ldots \tag{1.94}$$

Jest to zatem pole Goldstina. Policzmy stopnie swobody cząstek:

- 2 pola spinorowe z masami: $m_\psi = m_{\tilde{\psi}} = \sqrt{m^2+\frac{1}{2}e^2\nu^2}$
- 1 pole wektorowe v_m i jedno pole pole skalarne– rzeczywiste $\frac{1}{\sqrt{2}}\left[\tilde{A}+\tilde{A}^*\right]$ z masą $m_{v_m} = m_{\frac{1}{\sqrt{2}}[\tilde{A}+\tilde{A}^*]} = \sqrt{\frac{1}{2}e^2\nu^2}$
- jeden zespolony skalar A z masą: $m_A = \sqrt{2m^2}$
- 1 bezmasowy spinor Goldstone'a $\tilde{\lambda}$ $m_{\tilde{\lambda}} = 0$

Widać więc, że liczba stopni swobody dla fermionów $(\psi, \tilde{\psi})$, pozostaje równa liczbie stopnii swobody dla bozonów, tutaj reprezentowanych przez pola: $v_m, \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\tilde{A}+\tilde{A}^*\right], A$. Mamy także związek:

$$4\left(m^2+\frac{1}{2}e^2\nu^2\right) = (3+1)\left(\frac{1}{2}e^2\nu^2\right)+2\left(2m^2\right) \tag{1.95}$$

Relacja ta jest przykładem ogólnej relacji:

$$\boxed{\sum_{fermiony}(\#st.swobody)\, m^2_{fermiony} = \sum_{bozony}(\#st.swobody)\, m^2_{bozony}} \tag{1.96}$$

zachodzącej w przypadku globalnie supersymetrycznych modeli z SUSY złamaną spontanicznie.

Przedstawimy teraz model, w którym występuje jednocześnie spontaniczne łamanie SUSY oraz symetrii cechowania. Zanim do tego dojdziemy skonstruujemy nieco prostszy model, w którym jest złamana tylko symetria cechowania. Najpierw powinniśmy nieco cofnąć się w naszych rozważaniach. Na początku rozdziału 1.9, przy omawianiu modelu "O'Raifeartaigh" uzyskaliśmy równanie (1.78):

$$F^*{}_k = 0 \implies \lambda_k + m_{ik}A_i + g_{ijk}A_iA_j = 0 \tag{1.97}$$

Wartośc oczekiwana prożni dla A_n oznaczymy poprzez a_n . Poszukujemy rozwiązań powyższego równania, czyli chcemy znaleźć a_n, które nie są niezmienicze względem wewnętrznej grupy symetrii.

Dla potrzeb tego przykładu skonstruujemy prosty model, z grupą $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)$ oraz trzema superpolami skalarnymi:

- jedno neutralne ϕ
- ϕ_+ pole o dodatnim ładunku względem grupy $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)$
- ϕ_- pole o ujemnym ładunku względem grupy $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)$

Lagranżjan, niezmienniczy względem grupy $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)$, będzie miał postać:

$$W = \frac{1}{2}m\Phi^2 + \mu\Phi_+\Phi_- + \lambda\Phi + g\Phi\Phi_+\Phi_- + h.c. \tag{1.98}$$

a równanie (1.97) przybierze postać:

$$\begin{aligned} \lambda + ma_i + ga_+a_- &= 0 \\ a_-(\mu + ga) &= 0 \\ a + -(\mu + ga) &= 0 \end{aligned} \tag{1.99}$$

Mamy wtedy dwa rozwiązania:

1. $a_+ = a_- = 0$, $a = -\frac{\lambda}{m}$
2. $a_+a_- = -\frac{1}{g}\left(\lambda - \frac{m\mu}{g}\right)$, $a = -\frac{\mu}{g}$

Pierwsze rozwiązanie nie łamie symetrii $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)$, w drugim łamanie symetrii występuje. Skupimy wiec swoją uwagę na drugim rozwiązaniu. Wyznaczany jest teraz tylko człon a_+a_- , a nie wartość próżniowa każdego z pól osobno. Superpotencjał W jest niezmienniczy nie tylko względem grupy $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)$, lecz również względem jej rozszerzenia zespolonego $\tilde{\mathcal{G}} = \tilde{U}(1)^{\mathbb{C}}$. To oznacza, że dla każdego rozwiązania a_+ , a_- równania (1.99), istnieje cała klasa rozwiązań przy dowolnym λ zespolonym. Wobec tego istnieje nieskończona rodzina supersymetrycznych próżni:

$$a_+ \longrightarrow e^{\Lambda a_+} \quad , a_- \longrightarrow e^{-\Lambda a_-} \quad , \Lambda \in \mathbb{C} \tag{1.100}$$

Tak więc stan podstawowy ma większą degenerację niż ta, która wynika z wewnętrznej grupy symetrii.Jest to wynikiem faktu, że W jest supersymetryczny.

Jeżeli symetria $U(1)$ ma być lokalna to powinniśmy wprowadzić wektorowe superpole V , które będzie sprzężone do superpól skalarnych ϕ_- , ϕ_+ tak jak to było w przypadku grup abelowych (rozdział 1.9.2, wzór (1.82)), gdzie dodaliśmy człon postaci $2\kappa V$ do lagranżjanu. W rezultacie otrzymujemy trójliniowe sprzężenie pomiędzy superpolami skalarnymi $A_\pm$ oraz wektorowym multipletem V :

$$eV\left(A_+^*A_+ - A_-^*A_-\right) \tag{1.101}$$

To znaczy :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &\longrightarrow \mathcal{L}_{P.E.} + \phi^\dagger{}_+ e^V\phi_+|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} + \phi^\dagger{}_- e^V\phi_-|_{\theta\theta\bar\theta\bar\theta} \ldots + W + \ldots \\ &= \ldots + eV\left(A_+^*A_+ - A_-^*A_-\right)\ldots \end{aligned} \tag{1.102}$$

Ten wyraz wygląda jak wyraz F-I. Dodaje się do niego również zwykły drzewowy wyraz Fayeta-Iliopoulosa (F-I) (podobnie jak poprzednio a_+ jest wartością oczekiwaną próżni dla A_+ , a_- dla A_- , itd.):

$$\mathcal{L} \supset eV_D\left[a_+^*a_+ - a_-^*a_- + 2\frac{\kappa}{e}\right] \tag{1.103}$$

Ten człon może zwyczajnie łamać SUSY. Ale ponieważ występuje degenaracja $a_\pm \longrightarrow e^{\pm\Lambda}a_\pm$, możliwa jest transformacja, która zeruje $a_+^*a_+ - a_-^*a_- + 2\frac{\kappa}{e}$ dla dowolnego κ .

$$\left[a_+^*a_+ - a_-^*a_- + 2\frac{\kappa}{e}\right] \quad \longrightarrow \quad \left[e^{\Lambda^*+\Lambda}|a_{+_0}|^2 - e^{-(\Lambda^*+\Lambda)}|a_{-_0}|^2 + 2\frac{\kappa}{e}\right] = 0 \tag{1.104}$$

Ponieważ zawsze istnieje rozwiązanie równania: $e^{2Re(\Lambda)}|x|^2 - e^{-2Re(\Lambda)}|y|^2 + 2\frac{\kappa}{e} = 0$. Zatem tutaj D -term nie indukuje łamania SUSY. Rozwijając e^{eV} otrzymujemy natomiast supersymetryczny wyraz[8] masowy dla superpola wektorowego. Jest on związany z równaniem (1.9.2) i ma postać:

$$\mathcal{L}_{P.E.} \supset e^2\left(a_+^*a_+ + a_-^*a_- + 2\frac{\kappa}{e}\right)V^2 \tag{1.105}$$

Członu $\left(a_+^*a_+ + a_-^*a_- + 2\frac{\kappa}{e}\right)V^2$ nie można "odtransformować".Należy zauważyć, że człon ten nadaje masę dla całago superpola wektorowego v_m.

---

[8] *Korzystam z rozwinięcia* $e^{eV} = 1 + eV + \frac{e^2V^2}{2} + \ldots$

Jeżeli zestawimy powyższy wzór (1.105), z rownaniem (1.69), to zobaczymy, że spontaniczne łamanie symetrii cechowania w tej teorii powoduje, że pojawi się pełny masowy wektorowy supermultiplet. Powyższy model można łatwo rozszerzyć na przypadek grup nieabelowych. Opierając się na materiale z (rozdziału 1.9.1) żądamy supersymetrycznego rozwiązania:

$$F^*{}_k = 0 \implies \lambda_k + m_{ik} a_i + g_{ijk} a_i a_j = 0 \tag{1.106}$$

Parametry λ, m , g są ograniczone przez wewnętrzną grupę symetrii. Ogólnie w teorii z cechowaniem, supersymetryczne minima muszą spełniać rownież warunek:

$$D^l = a_i^\dagger T_{ik}^l a_k = 0 \quad i \quad F = 0 \tag{1.107}$$

W modelu Fayeta–Iliopoulosa nieabelowy D-term nie jest niezmienniczy ze względu na transformacje cechowania. Okazuje się, że równanie (1.40) tzn.: $F^*{}_k = \lambda_k + m_{ik} a_i + g_{ijk} a_i a_j = 0$ całkowicie determinuje łamanie SUSY, w przypadku nieabelowej teorii. Jeżeli równanie (1.40) posiada rozwiązanie a_i, to zawsze można znaleźć takie rozwiązanie, nazwijmy je umownie $\hat{a}_i$, które spełnia jednocześnie (1.107). Dowód tego faktu dla prostej grupy $\grave{\mathcal{G}}$ znajduje się w książce J.Wessa i J.Baggera [4].

Powtórzmy raz jeszcze, że spontaniczne łamanie supersymetrii nieabelowych modeli jest kontrolowane poprzez F –termy. Supersymetria jest spontanicznie złamana wtedy i tylko wtedy, gdy równanie $F_k^* = 0$ nie ma rozwiązań . Innymi słowy dla grup nieabelowych tylko część chiralna decyduje o łamaniu SUSY, tj.: jeśli $F^*{}_k = 0$ to można znaleźć takie rozwiązanie $F^*{}_k = 0$, że $D^l = a_i^\dagger T_{ik}^l a_k = 0$ dla wartości tego rozwiązania.

To jest właśnie powód, dla którego w tej pracy zajmujemy się łamaniem supersymetrii przy udziale abelowej grupy cechowania.

1.9.3 Miękkie łamanie Supersymetrii

Oprócz spontanicznego łamania supersymetrii opisywanego w poprzednich rozdziałach, pożyteczne okazuje się rozważenie jawnego łamania supersymetrii na poziomie lagranżjanu. Okazuje się, że istnieje zbiór operatorów wymiaru $\leq$ 3 , które łamią wprawdzie SUSY jawnie, ale nie powodują pojawiania się kwadratowych rozbieżności przy obliczaniu poprawek kwantowych. Innymi słowy, dodanie do supersymetrycznego lagranżjanu tych wyrazów zachowuje techniczne rozwiązanie problemu hierarchii dostarczane przez supersymetrię.

Operatory należące do tego zbioru nazywa się operatorami miękko łamiącymi supersymetrię. W tym rozdziale wypiszemy te wyrazy:

$$\begin{array}{ccc} m^2 \bar{\phi}\phi & , & m^2 (\phi\phi + h.c.) \\ m\lambda\lambda & , & \alpha\left(\phi^3 + h.c.\right) \end{array} \tag{1.108}$$

gdzie m reprezentuje parametr o wymiarze masy, zaś α jest nowym parametrem bezwymiarowym, ϕ reprezentuje dowolne pole chiralne, zaś λ reprezentuje fermiony w reprezentacji dołączonej grupy cechowania (gaugina).

W rozdziale poświęconym supergrawitacji opiszemy w jaki sposób wyrazy miękko łamiące supersymetrię pojawiają się w niskoenergetycznej granicy lagranżjanu supergrawitacji. Wyrazy miękko łamiące globalną supersymetrię w $d = 4$ wymiarach należą do następnego zbioru i można je należć w pracy L. Girardello oraz M.T. Grisaru pt. "*Soft breaking of supersymetry* " [17].

Inne wyrazy łamiące supersymetrię wprowadzają kwadratowo rozbieżne poprawki kwantowe. Do takich "twardych" wyrazów należą masy fermionów chiralnych, $m\psi\psi$, oraz np. wyrazy typu $m\left(\phi + \bar{\phi}\right)^3$.

Rozdział 2

Supergrawitacja

2.1 Supergrawitacja

W lokalnej supersymetrii parametry transformacji nie są stałymi lecz zależą od współrzędnych czasoprzestrzennych. Z postaci algebry lokalnej supersymetrii

$$\left[\epsilon(x)Q, \bar{Q}\bar{\epsilon}(x)\right] \quad = \quad 2\epsilon(x)\sigma_\mu\bar{\epsilon}(x)P^\mu \tag{2.1}$$

gdzie z prawej strony mamy czasoprzestrzenną translację, która zmienia się od punktu do punktu, wnioskujemy, że lokalna supersymetria zawiera teorię lokalnych translacji, czyli zwykłą grawitację. Tak więc lokalną supersymetrię nazywamy spergrawitacją (SUGRA). Supersymetrycznym partnerem grawitonu (cząstki o spinie 2) jest tu grawitino, fermion o spinie 3/2.

2.2 Lagranżjan Supergrawitacji

Teraz zajmiemy się przedstawieniem lagranżjanu supergrawitacji $\mathcal{L}_{SUGRA}$, który zawierać będzie: chiralną materię, pola cechowania oraz parę pól o spinach $\left(2\,,\,\frac{3}{2}\right)$ w supergrawitacyjnym multiplecie. Ograniczymy się tylko do analizy potencjału skalarnego, którego będziemy potrzebować w pózniejszej dyskusji[1].

Ogólny Lagranżjan supergrawitacji sparametryzowany jest przez trzy niezależne funkcje:
Pierwsza z tych funkcji, to funkcja kinetyczna dla pól cechowania, może być dowolną holomorficzną funkcją superpól chiralnych:

$$\mathcal{L}_K \quad = \quad f_{\alpha\beta}(\phi)W^\alpha W^\beta \tag{2.2}$$

gdzie α oraz β są indeksami reprezentacji dołączonej grupy cechowania.
Druga to rzeczywista funkcja Kählera: $K = K\left(\bar{\phi}e^{gV}, \phi\right)$, nazywana rzeczywistym potencjałem Kählera, przez którą wyrażają się wyrazy kinetyczne dla pól chiralnych.

$$K^i_j D_\mu z_i D^{mu} z^{j*} \quad \equiv \quad \frac{\partial^2 K}{\partial z_i \partial z^{j*}} D_\mu z_i D^{mu} z^{j*} \tag{2.3}$$

gdzie z_i jest najniższą składową chiralnego superpola ϕ.
Wreszcie trzecia funkcja, to używany wcześniej superpotencjał $W(\phi)$, który wraz z potencjałem Kählera tworzy funkcję G:

$$G = K + M^2 \log \frac{|W|^2}{M^6} \tag{2.4}$$

zwaną często również funkcją Kählera.
Potencjał skalarny V w supergrawitacji zapisujemy w postaci:

$$V \quad = \quad M_P^2 \exp^{\frac{G}{M_P^2}} \left(\frac{1}{M_P^2} G_k \left(G^{-1}\right)^k_l G^l - 3 \right) + \frac{1}{2} f^{-1}{}_{\alpha\beta} D^\alpha D^\beta \tag{2.5}$$

Dla przykładu rozpatrzmy minimalne wyrazy kinetyczne:

$$G^i_j = \delta^i_j \tag{2.6}$$

[1] *Ogólny lagranżjan SUGRA został omówiony w artykule w artykule E. Cremmer , S. Ferrara , L. Girardello , A. Van Proeyen [11]*

Potencjał Kählera przybierze wtedy postać:

$$G = +\frac{z_i z^{i*}}{M_P^2} + \log\frac{(|W|^2)}{M_P^6} \tag{2.7}$$

Gdzie M_P jest tak zwaną zredukowaną masą Plancka która jest związana ze stałą Plancka:

$$M = \frac{M_{Planck}}{\sqrt{8\pi}} \approx 2.4 \times 10^{18} GeV \tag{2.8}$$

Pierwsza pochodna potencjału Kählera jest dana wzorem :

$$G_i = \frac{z^{i*}}{M_P^2} + \frac{W^i(z_i)}{W(z)} \tag{2.9}$$

Zaś potencjał skalarny przyjmuje postać:

$$V = \exp\left(\frac{z_i z^{i*}}{M_P^2}\right)\left[\left|W^i + \frac{z^{i*}}{M_P^2}W\right|^2 - \frac{3}{M_P^2}|\,W\,|^2\right] \tag{2.10}$$

W przeciwieństwie do globalnej SUSY, potencjał ten nie jest dodatnio określony.

2.3 Łamanie Supersymetrii w Supergrawitacji

Teraz postaram się przedstawić warunki pod jakimi SUGRA jest złamana. W porównaniu z globalną supersymetrią, w polu pomocniczym $\tilde{F}$, którego niezerowa wartość próżniowa mierzy łamanie supersymetrii, pojawia się dodatkowy wyraz:

$$\begin{aligned} \tilde{F}^i &= e^{\frac{G}{M_P^2}} F^i \\ F^i &= \left(W^i + \frac{z^{i*}}{M^2}W\right) \end{aligned} \tag{2.11}$$

Przy czym w granicy $M_P \longrightarrow \infty$ odtwarzamy wynik globalny. Skalę przy której następuje łamanie supergrawitacji znajdujemy z:

$$M_S^2 = \langle\, F\,\rangle \exp\left(\frac{z_i z^{i*}}{M^2}\right) \tag{2.12}$$

Możemy rozważyć trzy przypadki:

- $E_{vac} < 0$ — Anty de Sitter
- $E_{vac} = 0$ — Super–Poincaré
- $E_{vac} > 0$ — de Sitter zawsze implikuje złamaną SUGRA.

gdzie $E_{vac} = \langle\, V\,\rangle$ Aby łamać SUGRA ze znikającą energią próżni (stałą kosmologiczną) potrzebujemy by:

$$\sum_i F^i F_i^* = \frac{3}{M^2}|W|^2 \tag{2.13}$$

Jeżeli $\sum_i F^i F_i^* = \frac{3}{M^2}|W|^2$ oraz $M_S \neq 0$, to grawitino staje się masywne w wyniku efektu super-Higgsa:

$$m_{3/2} \equiv M\langle\, \exp\left(-\frac{G}{2}\right)\,\rangle = \langle\, \frac{g}{M^2}\exp\left(\frac{z_i z^{i*}}{M^2}\right)\,\rangle \tag{2.14}$$

wynika stąd ważna relacja:

$$m_{3/2} = \frac{M_S^2}{\sqrt{3}M} \tag{2.15}$$

w wypadku znikającej stałej kosmologicznej $\kappa_{c.c.} = 0$. Obserwujemy, że energia próżni nie jest już parametrem porządku.

Przedyskutujmy prosty przykład pokazujący, że może być złamana SUSY oraz $E_{vac} = 0$ "Odgrzejemy" przykład, zawierający jedno pole z oraz stały superpotencjał $W = m^3$. Potencjał jest dany przez:

$$V = m^6 \exp\left(\frac{z_z^*}{M^2}\right)\left[\frac{|z|^2}{M^4} - \frac{3}{M^2}\right] \tag{2.16}$$

z punktami stacjonarnymi:

- w $z = 0$ SUGRA jest złamana, lecz jest to tylko lokalne minimum potencjalu, $V = -m^6 \frac{3}{M^2}$
- oraz w $|z| = \sqrt{2}M$, przy czym jest to prawdziwe mimimum złamanej supersymetrii, $V = -m^6 \exp(\sqrt{2})\frac{1}{M^2} \approx -m^6 4.11\ldots\frac{1}{M^2}$, zaś $E_{vac} < 0$ dla $z = \pm\sqrt{2}M$

Rozważmy teraz bardziej skomplikowany przykład. Będzie to prosty model ze spontanicznie złamaną supersymetrią oraz $E_{vac} = 0$. Skupimy się na superpotencjale:

$$W(z) = m^2 (z + \beta) \tag{2.17}$$

Nieznikająca wartość próżniowa dla

$$F = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{z^*}{M^2} = m^2\left(1 + \frac{z^*(z+\beta)}{M^2}\right) \tag{2.18}$$

będzie sygnalizować łamanie Supersymetrii.
Równanie:

$$M^2 + zz^* + z^*\beta = 0 \tag{2.19}$$

ma rozwiązanie:

$$z = -\frac{\beta}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{\beta^2 - 4M^2} \tag{2.20}$$

Ponieważ równanie $M^2 + zz^* + z^*\beta = 0$ dopuszcza tylko rzeczywiste rozwiązania przyjmujemy, że β jest rzeczywiste. To równanie (2.20) implikuje, że SUSY jest złamana dopóki zachodzi związek $\beta < 2M$.

Skupmy się najpierw na przypadku $\beta = 0$, kiedy potencjał jest proporcjonalny do:

$$V \sim \left(M^2 + |z|^2\right)^2 - 3M^2|z|^2 \tag{2.21}$$

i jest dodatni dla minimum w $z = 0$. Zwiększanie β implikuje zmniejszenie energii próżni. Jeżeli chcemy zwiększać β dopóki potencjał nie "dotknie" zera. Zobaczmy co się dzieje dla $\beta = (2 - \sqrt{3})M$, dla której z osiąga wartość $M(\sqrt{3} - 1)$. Okazuje się, że potencjał jest dodatnio określony przez $E_{vac} = 0$, i ponieważ $|\beta| < 2M$, SUSY jest złamana. Występuje tutaj efekt super-Higgsa. W skutek efektu superhiggsa Grawitino staje się masywne (Grawitino pochłania fermion z chiralnego superpola), jego masa dana jest przez:

$$m_{3/2} = \frac{m^2}{M}\exp\left(\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2}{2}\right) \tag{2.22}$$

Pole z rozpada się na dwa pola skalarne o masach odpowiednio:

$$\begin{aligned} m_1^2 &= 2\sqrt{3}(m_{3/2})^2 \\ m_2^2 &= 2\left(2 - \sqrt{3}\right)(m_{3/2})^2 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Supersymetria jest złamana i $E_{vac} = 0$ Obserwowana tutaj sytuacja nie jest możliwa w przypadku globalnej SUSY. Ten ostatni przykład to tzw. model Polonyego.

Zanim zamkniemy ten rozdział przedyskutujmy jeszcze jeden interesujący model. Dotychczas zajmowaliśmy się tylko modelami z minimalnym wyrazem kinetycznym dla pól skalarnych. Modele z nieminimalnym wyrazem kinetycznym są również niezwykle interesujące. Rozpatrzmy funkcję Kälera w postaci:

$$G = 3\log(\phi + \phi^*) - \log|W|^2 \tag{2.24}$$

przy stałej wartości superpotencjału $W = m^3$. Potencjał dany przez:

$$V = \exp(-G)\left[-3 + G_k \left(G^{-1}\right)_l^k G^l\right] \tag{2.25}$$

znika on tożsamościowo. Jednak masa grawitina

$$m_{3/2} = e^{G} = \frac{|g|^2}{(\psi + \psi^*)^3} \tag{2.26}$$

nie znika, co oznacza ,że SUSY jest złamana. Taki model nazywany modelem bezskalowym. Modele tego typu pojawiają się zazwyczaj w niskoenergetycznej granicy w teorii strun.

Rozdział 3

Naruszenie Supersymetrii przez pole pomocnicze D w Modelu SUGRA

3.1 Ogólna motywacja

Zgodnie z zapowiedzią z poprzedniego rodziału, zajmiemy się teraz łamaniem supersymetrii przez pole pomocnicze D .

W dotychczasowych pracach nie uwzględniano dostatecznie szczegółowo faktu, że D –term również może mieć udział w łamaniu SUSY i konsekwencji z tego wynikających. Rozważano przede wszystkim teorie, gdzie łamanie SUSY następuje poprzez F –termy, ignorując abelowe i nieabelowe D –termy. Naszym celem było obliczenie brakujących członów związanych z zaniedbywanymi wcześniej D –termami i po uwzględnieniu policzonych wcześniej F –termów, ustalenie kompletnego wzoru miękkiego łamania SUSY w sektorze skalarów.

Drugim celem było zbadanie miękkiego łamania SUSY w przypadku gdy jest ono zdominowane przez D –termy, w dwu prostych modelach imitujących bardziej realistyczne teorie.

Dokładniej, wyrazy które zostały policzone to parametry niskoenergetycznego lagranżjanu miękko łamiące globalną SUSY, a pochodzące z lokalnie supersymetrycznego lagranżjanu zawierającego materię i pola cechowania, sprzężonego do grawitacji w wiodącym rzędzie rozwinięcia tego lokalnie supersymetrycznego lagranżjanu w odwrotności skali Plancka $\frac{1}{M_{Planck}}$.

"Doświadczalnym uzasadnieniem" badania supersymertrii złamanej przez D –termy jest obserwacja, że miękkie masy skalarów które wynikają z ograniczeń doswiadczalnych powinny mieć duży stopień degeneracji, (tj. powinny być tego samego rzędu wielkosci). Brak jest do tej pory zadowalającego teoretycznego wytłumaczenia tej obserwacji. Jedną z najpoważniejszych motywacji przeprowadzonego w tej pracy rachunku jest, że następuje to właśnie wtedy, gdy dominujące łamanie supersymetrii bierze się z D –termu takiej "poziomej" grupy $U(1)$ jaką się tu rozważa, (inaczej mówiąc, gdy dominuje łamanie SUSY poprzez D –termy związane z grupą $U(1)$). Wtedy bowiem masy skalarów wychodzą w naturalny sposób prawie uniwersalne, są modulowane przez niewielkie liczby rzedu 1 tj. ładunki względem grupy $U(1)$. W pracy zbadano tę hipotezę dokładniej, biorąc pod uwagę więzy teoretyczno–doświadczalne, np. znikanie stałej kosmologicznej.

Innym interesującym aspektem modeli z "poziomą" grupą $U(1)$ jest możliwość naturalnego generowania realistycznych macierzy masy fermionów, lecz tego problemu nie będziemy poruszać w tej pracy.

Należy także wspomnieć, że modele z D –termami posiadają bardzo ciekawą kosmologię, która jednakże nie została jeszcze dokładnie zbadana, w szczególności przewidują w naturalny sposób istnienie fazy inflacyjnej w ewolucji Wszechświata.

Wreszcie istotny powód zajmowania się modelami SUGRA, w których SUSY łamana jest przez D –termy, to przynależność wyżej wymienionych modeli do klasy teorii pochodzących z najbardziej fundementalnej teorii oddziaływań – teorii strun.

3.2 Plan obliczeń i oznaczenia

Przedstawię teraz dokładniej ideę obliczeń. Jako punkt wyjściowy przyjąłem bozonową część lagranżjanu Supergrawitacji SUGRA związaną z polami skalarnymi, w szczególności potencjał skalarny. Zapisujemy go uwzględniając potęgi masy Plancka M_{Planck} i pamiętając jednocześnie, że ograniczamy się do poprawek rzędu $\frac{1}{M^2_{Planck}}$. Ma on następującą postać:

$$V = M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} (\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \tag{3.1}$$

Gdzie poszczególne składniki powyższego wzoru to (oznaczenia opieram na opracowaniu [1] K. Choi , J. S. Lee oraz C. Muñoza pt. "*Supergrawity radiative effects on soft terms and the μ term* "):

- funkcja Kählera którą definiujemy przez:

$$G = K + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \tag{3.2}$$

będąca sumą rzeczywistego potencjału Kählera $K(\phi^i, \bar{\phi^{\bar{i}}})$

$$\begin{aligned} K \;=\; & \hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\ & + \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \right] \\ & + \ldots , \end{aligned} \tag{3.3}$$

oraz holomorficznego superpotencjału $W(\phi^i)$

$$W \;=\; \hat{W} + \frac{1}{2} \tilde{\mu}_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{6} \tilde{Y}_{\alpha\beta\gamma} C^\alpha C^\beta C^\gamma + \ldots , \tag{3.4}$$

Ponadto:

- $G_i \equiv \partial_i G \equiv \frac{\partial G}{\partial \phi^i}$,
- macierz $K^{i\bar{j}}$ jest odwrotnością metryki Kählera $K_{i\bar{j}} \equiv \partial_i \partial_{\bar{j}} K$,
- dla uproszczenia notacji wprowadzamy tensor Ricciego:

$$R_{i\bar{j}} \;=\; \partial_i \partial_{\bar{j}} \ln \left[\det \left(K_{l\bar{n}} \right) \right] \tag{3.5}$$

W naszej pracy przyjęliśmy, że łamanie SUSY może również następować poprzez D–termy, a nie tylko poprzez F –termy i staramy się uchwycić sposób w jaki to następuje.

W praktyce obliczenia sprowadzają się do policzenia pochodnych potencjału (3.1) do trzeciego rzędu włącznie i znalezieniu ich wartości w minimum potencjału.
Po rozwinięciu wyjściowego Lagranżjanu wokół minimum odczytanego z równań Eulera–Lagrange'a przyjmuje on postać:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \;=\; & G_{ij} D_\mu C^i D^\mu C^{\bar{j}} - m^2{}_{m\bar{n}} C^m C^{\bar{n}} \\ & - \left[m^2{}_{mn} C^m C^n + A_{mnk} C^m C^n C^k \right. \\ & + \left(A_{mn\bar{k}} C^m C^n C^{\bar{k}} + cykliczne\ permutacje\ indeks\acute{o}w \right) \\ & \left. + \left(A_{m\bar{n}\bar{k}} C^m C^{\bar{n}} C^{\bar{k}} + cykliczne\ permutacje\ indeks\acute{o}w \right) + h.c. \right] \end{aligned} \tag{3.6}$$

gdzie masy m^2 i sprzężenia wieloliniowe A są właśnie odpowiednimi pochodnymi potencjału skalarnego obliczonymi w minimum potencjału.

Podczas przeprowadzania obliczeń okazało się, że są dwa miejsca szczególnej uwagi:

[1] *zobacz bibliografia [14]*

1. Należało przyjrzeć się dokładniej wyrazom zawierającym Z_{mn} .
   W Lagranżjanie supergrawitacji (SUGRA) występują wyrazy postaci:

$$e^{G/2}\left(G_{mn} - G_m G_n - G_p g^{p\bar{k}} G_{\bar{k}mn} \right) \chi_m \chi_n \; + \; h.c. \tag{3.7}$$

   Wyrazy te dają supersymetryczne masy fermionów chiralnych. Nie mogą one dawać wkładów łamiących SUSY przy niskich energiach, ponieważ było by to łamanie "twarde" – pojawiły by się kwadratowe rozbieżności przy obliczaniu poprawek kwantowych. Wyrazy te, o ile nie znikają w minimum potencjału, powinny zatem mieć interpretację supersymetryczną. Jedna możliwość jest taka, że wyrazy te są drugimi pochodnymi efektywnego superpotencjału, nie mylić z efektywnym potencjałem,

$$\frac{\partial^2 \tilde{W}}{\partial C_n \partial C_m} \tag{3.8}$$

   Po podstawieniu do funkcjii Kählera [2] G jawnej postaci potencjału Kählera[3] K oraz po uwzględnieniu poprawek rzędu $\frac{1}{M^2_{Planck}}$ otrzymujemy superpotencjał :

$$\begin{aligned}\tilde{W} \;&=\; m_{3/2}\left(Z_{mn} C_n C_m - G_M g^{M\bar{M}} \partial_{\bar{M}} Z_{mn} C_m C_n \right) \\ &+ e^{-K/2} W\end{aligned} \tag{3.9}$$

   gdzie $m^2_{3/2} = e^G$. Oraz zakładamy, że wkład od wyrazów G_M możemy zaniedbać w dalszych obliczeniach. Tak zmodyfikowany superpotencjał daje supersymetryczne wkłady do mas postaci:

$$\delta m^2_{m\bar{n}} = m^2_{3/2} Z_{mk} Z^*_{\bar{k}\bar{n}} \tag{3.10}$$

   Tę poprawkę trzeba odjąć od odpowiedniej drugiej pochodnej , ażeby otrzymać człony które rzeczywiście łamią supersymetrię.

2. Następnym problemem jaki przed nami stanął były pojawiające się wyrazy trójliniowe z mieszanymi, tj. holo- i antyholomorficznymi, indeksami. Takie wyrazy oczywiście nie mogą pochodzić z superpotencjału więc przyczyniają się do łamania SUSY, i jest to łamanie "twarde". Niemniej przy różniczkowaniu takie wyrazy się pojawiają. Należy więc zażądać, żeby wyrazy te znikały kiedy obliczymy je w prawdziwym minimum potencjału, co sprowadza się do nałożenia dodatkowych więzów na model. Nie jest to niemożliwe, ponieważ w praktyce nie jesteśmy w stanie dokładnie rozwiązać równań ruchu nawet w najprostszym modelu. Inna możliwość rozwiązania problemu pojawiania się tych wyrazów to przyjęcie takiej macierzy ładunków pól względem $U(1)$, że symetria ta będzie zabraniać istnienia kłopotliwych wyrazów trójliniowych. W dalszej części pracy zakładamy, że zachodzi któraś z tych możliwości.

Na tym zakończymy pierwszą część obliczeń.

W drugiej części obliczeń zająłem się bardziej szczegółowym badaniem modelu, w którym jedno z pól, oznaczono przez E jest naładowane względem grupy $U(1)$, a ładunek ma taki znak, że może ono uprościć się z parametrem Fayeta–Iliopulosa ξ wewnątrz D -termu. Zakładamy też, że F –term tego superpola musi być równy zeru. Należało w tym celu z sumy występującej w D –termów wyłączyć pole $|E|^2$ o ładunku przeciwnym do ładunku parametru Fayeta–Iliopoulosa, jeszcze raz rozwiązać równania ruchu, oraz zażądać znikania stałej kosmologicznej.

3.3 Wprowadzenie

Dalsza część pracy poświęcona zostanie omówieniu przeprowadzonych rachunków

Zaczniemy od przedstawienia pierwszej pochodnej potencjału V danego wzorem (3.1), policzonej po zmiennych holomorficznych $\partial_m V$ oraz antyholomorficznych $\partial_{\bar{n}} V$. Rachunki te zostały przeprowadzone bez uwzględnienia żadnych więzów, dzięki czemu otrzymujemy wyrażenia w najbardziej ogólnej postaci, ktore stają się materiałem wyściowym do dalszych obliczeń. Materiał ten zawierać będzie rozdział 3.4.

[2] *zdefinoiwanej wzorem (3.2)*
[3] *zdefinoiwanej wzorem (3.3)*

Następnie, rozdział 3.5, korzystając ze wzorów przedstawionych w rozdziale 3.4 przystąpimy do obliczania wyrazów masowych drugiej 3.5 i trzeciej 3.6 pochodnej tegoż samego potencjału V , które to będą podstawą analizy przeprowadzanej w następnych rozdziałach. Na tym zakończymy obliczenia wyrażeń ogólnej postaci, i przystapimy do analizy konkretnych modeli.

Na wszystkie obliczone wyrażenia (drugie i trzecie pochodne), będące dotychczas ogólnymi wyrażeniami, zostaną następnie nałożone więzy, w reżimie których chcemy pracować. Omówienie tych więzów zawiera rozdział 3.8. Przede wszystkim dążymy do znalezienia minimów policzonych wcześniej pochodnych, a następnie zinterpretowania odpowiednich pochodnych jako masy oraz sprzężenia wieloliniowe. Więzy, o których mowa wyżej, to warunki które tłumaczy się na fizyczne modele, i tak minimum potencjału odpowiada oczywisty warunek:

$$\partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0$$

Znikanie stałej kosmologicznej tłumaczy się jako $V = 0$ itd. Za każdym razem będziemy rozpatrywali dwa rodzaje nałożonych więzów, które nazwiemy przypadkami.

- Pierwszy przypadek, podrozdział 3.8.1 ,zawiera warunki które prowadzą do przyjęcia w dalszych obliczeniach przez parametr Fayeta–Ilipoulosa ξ wartości stałej.

- Natomiast drugi przypadek, podrozdział 3.8.2, zawiera oprócz więzów narzuconych w pierwszym przypadku jeszcze jednen wiąz, mianowicie $V = 0$ co interpretujemy jako znikanie stałej kosmologicznej który to wiąz prowadzi do relacji $2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2$

Lecz zanim to nastąpi przedstawimy w rozdziale 3.7 szereg istotnych własności, które będą pomocne przy analizie więzów

W następnym rozdziale — 3.9, przyjrzymy się D –termowi w obliczu więzów nałożonych w rozdziale 3.8. Tam też znajdziemy wyprowadzenia wraz z dowodami faktów użytecznych w kolejnych rozdziałach, między innymi pokażemy, dlaczego po nałożeniu więzów, parametr Fayeta–Iliopoulosa ξ jest stałą przy jednoczesnym zerowaniu się pól ϕ^i , oraz rozpiszemy D –term i jego pochodne tłumacząc dlaczego są one równe zero w obliczu więzów.

Kolejne rozdziały, 3.10 , 3.11 , 3.12 oraz 3.13, poświęcone zostaną przedstawieniu drugich i trzecich pochodnych w obliczu więzów. Tutaj policzone zostaną wyrazy masowe m^2 , oraz sprzężenia wieloliniowe A.

Na tym zakończymy ogólną część rachunków, a materiał z wyżej wymienionych rozdziałów posłuży nam do analizy modelu Modelu I i II.

Jak już wyżej wspomniano dalszą część pracy poświęcimy analizie dwu modeli, nazwanych odpowiednio Model I oraz Model II, zawartych w rozdziałach 4 oraz 5.

Rozdział 4 zawiera Model I.

Przystąpimy do omawiania wyników uzyskanych w poprzednich rozdziałach to znaczy mas i sprzężeń wieloliniowych obliczonych w minimum potencjału. Teraz jednak do ogólnej postaci funkcji Kählerowskiej, $G = K + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}$, którą stosowaliśmy we wcześniejszych rachunkach bez konieczności rozpisywania na składowe, podstawimy konkretną postać potencjału Kählerowskiego K oraz holomorficznego superpotencjału W . Przez konkretną postać będziemy rozumieli rozwinięcie owego potencjału K oraz superpotencjału holomorficznego W w szereg potęgowy, którego pierwsze wyrazy użyjemy w tymże modelu. Dokładny opis do których wyrazów włącznie będziemy rozwijali potencjał Kählerowski oraz holomorficzny superpotencjał znajdziemy właśnie w tym rozdziale.

W rozdziale 5 ograniczymy się do szczególnej postaci warunków narzuconych w rozdziale 4. Model II omawiany w rozdziale 5 jest bowiem szczególnym przypadkiem Modelu I. Mianowicie naszym celem stanie się skasowanie, występującego w D –termie, parametru Fayeta–Iliopoulosa ξ przez pole $|E|^2$. Owe pole uzyskujemy wyłączając z sumy $G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \phi^i$ pole $|E|^2$ o ładunku Q . Procedurę uzyskania pola $|E|^2$ zamieścimy w owym rozdziale.

W rozdziałach które opisałem zamieszczono końcowe wyniki policzonych mas i sprzężeń wieloliniowych pomijając bardziej precyzyjne obliczenia, jednakże do każdego z powyższych rozdziałów dołączono DODATEK zawierający szczegółowe wyprowadzenie kolejnych wzorów. Odniesiena do poszczególnych części DODATKU znajdują się we właściwych rozdziałach.

3.4 Pierwsza pochodna: $\partial_m V$ oraz $\partial_{\bar{n}} V$

Poniżej przedstawiono obliczenia dotyczące pierwszej pochodnej potencjału danego wzorem (3.1). Jest to najbardziej ogólna postać pierwszej pochodnej liczonej po zmiennych holomorficznych Podczas obliczeń nie uwzględniano żadnych więzów, dlatego też stanowią one punkt wyjścia dla rachunków przeprowadzanych w następnych rozdziałach. Potencjał zgodnie ze wzorem (3.1) wynosi:

$$V = M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3\right) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \tag{3.11}$$

Przystępując do różniczkowania potencjału (3.1) należy pamiętać o występujących zmiennych holomorficznych – m oraz antyholomorficznych – $\bar{n}$. Różniczkowanie przeprowadza się wzgędem obydwu rodzajów zmiennych.
Licząc pierwszą pochodną powyższego potencjału względem zmiennych holomorficznych ∂_m otrzymujemy następujące wyrażenie:

$$\begin{aligned} V_m &= \frac{1}{M_p^2} G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) \\ &+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\ &+ g^2 D D_m \end{aligned} \tag{3.12}$$

Bardziej szczegółowe rachunki zawiera Dodatek(B.1) W wyniku sprzężenia hermitowskiego otrzymujemy:

$$V_{\bar{n}} = \overline{(V_n)} \tag{3.13}$$

3.5 Druga pochodna

Przystępując do liczania drugiej pochodnej korzysta się z wcześniej obliczonych wzorów (3.12) oraz (3.13).

3.5.1 $\partial_{\bar{n}} \partial_m V$

Mieszana druga pochodna po zmiennych holomorficznych i antyholomorficznych, $\partial_{\bar{n}} \partial_m$ wynosi

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}m} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + g_{\bar{n}m}\right) \\ &+ G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\ &+ \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar{n}} V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ &+ g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n}m} \end{aligned} \tag{3.14}$$

3.5.2 $\partial_n \partial_m V$

Podobnie jak poprzednio obliczając tę pochodną korzystam z wcześniej policzonych wzorów, w tym przypadku jest to wzór (3.12)

$$\begin{aligned} V_{nm} &= + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_n G_m\right) \\ &+ G_n e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\ &+ \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_n V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_n \\ &+ g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{3.15}$$

Pochodną

$$\partial_{\bar{n}} \partial_{\bar{m}} V \tag{3.16}$$

uzyskujemy przez sprzężenie zespolone wzoru 3.15

3.6 Trzecia pochodna

Szczegółowe obliczenia dotyczące trzeciej pochodnej zawiera Dodatek (B.3).

3.6.1 $\partial_q\partial_m\partial_n V$

Stosując wzór (3.15) obliczamy trzecią pochodną po zmiennych holomorficznych, która wynosi:

$$\begin{aligned}
V_{qnm} &= G_q e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_n G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_n G_m\right)\\
&+M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l\right.\\
&\qquad\left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l + G^l \partial_n \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q \partial_n G_m\right]\\
&+\partial_q G_n e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2} G_n G_q e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right)\\
&+G_n e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_q G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_q \partial_n G_m\left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2}\partial_n G_m V_q - \frac{1}{M_p^2}\partial_n G_m g^2 D D_q\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_q G_m V_n + \frac{1}{M_p^2} G_m V_{qn}\\
&-\frac{1}{M_p^2}\partial_q G_m g^2 D D_n - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D_q D_n - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{nq}\\
&+g^2 D_{qn} D_m + g^2 D_n D_{qm} + g^2 D_q D_{nm} + g^2 D D_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.17}$$

3.6.2 $\partial_{\bar q}\partial_m\partial_{\bar n} V$

Natomiast w celu obliczenia $V_{\bar q \bar n m}$ rożniczkujemy wzór (3.14), po zmiennej antyholomorficznej, mianowicie $\partial_{\bar q}$

$$\begin{aligned}
V_{\bar q \bar n m} &= G_{\bar q} e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar n} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar n} \nabla_m G_l + g_{\bar n m}\right)\\
&M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_{\bar q} \nabla_{\bar n} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar n} G^l \partial_{\bar q} \nabla_m G_l\right.\\
&\qquad\left. +\nabla_{\bar q} G^l \partial_{\bar n} \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar q} \partial_{\bar n} \nabla_m G_l + \partial_{\bar q} g_{\bar n m}\right]\\
&+\partial_{\bar q} G_{\bar n} e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2} G_{\bar n} G_{\bar q} e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right)\\
&+G_{\bar n} e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar q} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar q} \nabla_m G_l + g_{\bar q_m}\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q} g_{\bar n m}\left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} g_{\bar n m} \partial_{\bar q} V - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar n m} \frac{1}{2} g^2 D D_q\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q} G_m V_{\bar n} + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar q} V_{\bar n}\\
&-\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q} G_m g^2 D D_{\bar n} - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D_{\bar q} D_{\bar n} - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{\bar n \bar q}\\
&+g^2 D_{\bar n \bar q} D_m + g^2 D_{\bar n} D_{m \bar q} + g^2 D_{\bar q} D_{\bar n m} + g^2 D D_{\bar q \bar n m}
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Pochodną $V_{\bar q \bar n \bar m}$ otrzymuje się sprzęgając hermitowsko V_{qnm} –wzór (3.17), zaś pochodną $V_{q \bar m n}$ otrzymujemy przez sprzężenie hermitowskie wzoru (3.18).

3.7 Własności

Przy omawianiu kolejnych własności wyżej wymienionych pochodnych potencjału (3.1) przydatne okazują się poniższe wyprowadzenia. Potencjał oraz funkcja Kählera, które tu występują zostały już zdefiniowane w (3.3) oraz (3.2).
W rachunkach została przyjęta następująca postać tensora metrycznego:

$$g_{i\bar{j}} = \frac{\partial^2 K}{\partial \phi^i \partial \overline{\phi^j}} \quad (3.19)$$

$$g_{i\bar{j}} = g_{\bar{j}i} \qquad g_{\bar{i}j} = \overline{g_{i\bar{j}}} \quad (3.20)$$

Łatwo zauważyć, że korzystając ze wzoru (3.19), oraz przyjętej definicji funkcji Kählera (3.2) otrzymujemy:

$$\partial_{\bar{q}} G_m = g_{\bar{q}m} \quad (3.21)$$

W obliczeniach zastosowano ogólnie przyjęte definicje kowariantnych operatorów różniczkowych $\nabla_{\bar{n}}$ oraz ∇_n postaci:

$$\nabla_{\bar{n}} G_{\bar{k}} = \partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} - \Gamma^{\bar{m}}_{\bar{n}\bar{k}} G_{\bar{m}} \quad (3.22)$$

$$\nabla_n G_k = \partial_n G_k - \Gamma^m_{nk} G_m \quad (3.23)$$

Przydatne własności tensora metrycznego i symboli Christoffela Γ^m_{nk} zastosowanych w obliczeniach do których znajdują się odnośniki w podstawowej części pracy jak również w dodatkach:

$$g^{l\bar{k}} g_{\bar{k}i} = \delta^l_i \quad (3.24)$$

$$\partial_n g^{l\bar{k}} = 0 \quad (3.25)$$

oraz:

$$\nabla_{\bar{n}} g^{l\bar{k}} = 0 \quad (3.26)$$

Dowód równości $\nabla_{\bar{n}} g^{l\bar{k}} = 0$
Wektor $\nabla_{\bar{n}} A_l$ powinien spełniać warunek:

$$\nabla_{\bar{n}} A_l = g_{l\bar{k}} \nabla_{\bar{n}} A^{\bar{k}}$$

lecz również: $A_l = g_{l\bar{k}} A^{\bar{k}}$ stąd

$$\nabla_{\bar{n}} A_l = g_{l\bar{k}} \nabla_{\bar{n}} A^{\bar{k}} + \left(\nabla_{\bar{n}} g_{l\bar{k}}\right) A^{\bar{k}}$$

porównując to z $\nabla_{\bar{n}} A_l = g_{l\bar{k}} \nabla_{\bar{n}} A^{\bar{k}}$ otrzymujemy
(korzystam również z dowolności wektora A_l) :

$$\nabla_{\bar{n}} g_{l\bar{k}} = 0$$

□

Symbole Christoffela Γ^m_{nk} zdefiniowane są następująco

$$\Gamma^m_{nk} = g^{m\bar{j}} \partial_n g_{k\bar{j}} \quad (3.27)$$

$$(3.28)$$

zaś tensor Riemanna $R_{n\bar{j}k\bar{l}}$

$$R_{n\bar{j}k\bar{l}} = g_{m\bar{l}} \partial_{\bar{j}} \Gamma^m_{nk} \quad (3.29)$$

$$(3.30)$$

Korzystając z wzoru (3.24) można pokazać, że:

$$\begin{aligned}
g^{m\bar{j}} g_{\bar{j}k} &= \delta^m_k \\
\partial_n \left(g^{m\bar{j}} g_{\bar{j}k}\right) &= \partial_n \delta^m_k \\
\left(\partial_n g^{m\bar{j}}\right) g_{\bar{j}k} + g^{m\bar{j}} \partial_n g_{\bar{j}k} &= 0 \\
g^{m\bar{j}} \partial_n g_{\bar{j}k} &= -\left(\partial_n g^{m\bar{j}}\right) g_{\bar{j}k} \\
\Gamma^m_{nk} &= -g_{\bar{j}k} \left(\partial_n g^{m\bar{j}}\right) \\
\Gamma^m_{nk} &= -g_{\bar{j}k} \partial_n g^{m\bar{j}}
\end{aligned} \quad (3.31)$$

Analogiczny związek zachodzi dla $\Gamma^{\bar{m}}_{\bar{n}\bar{k}}$
Przydatny w rachunkach jest dowód: $\left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} = \nabla_{\bar{n}} G^l$.
Korzystając z wzoru (3.27), (3.22), (3.24), (3.25), (3.31) udowodniono że:

$$
\begin{aligned}
\partial_{\bar{n}} G^l &= \nabla_{\bar{n}} G^l \\
\partial_{\bar{n}} \left(g^{l\bar{k}} G_{\bar{k}}\right) &= \nabla_{\bar{n}} \left(g^{l\bar{k}} G_{\bar{k}}\right) \\
\left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{k}}\right) G_{\bar{k}} + g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} &= \left(\nabla_{\bar{n}} g^{l\bar{k}}\right) G_{\bar{k}} + g^{l\bar{k}} \left(\nabla_{\bar{n}} G_{\bar{k}}\right) \\
&= g^{l\bar{k}} \left(\partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} - \Gamma^{\bar{m}}_{\bar{n}\bar{k}} G_{\bar{m}}\right) \\
&= g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} - g^{l\bar{k}} \left(-g_{\bar{k}i} \partial_{\bar{n}} g^{i\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} \\
&= g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} + \delta^l_i \left(\partial_{\bar{n}} g^{i\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} \\
\left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{k}}\right) G_{\bar{k}} + g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} &= g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} G_{\bar{k}} + \left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} \\
\left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{k}}\right) G_{\bar{k}} &= \left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} \\
&\left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} \longrightarrow \left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{k}}\right) G_{\bar{k}} \\
\left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} &= \left(\partial_{\bar{n}} g^{l\bar{m}}\right) G_{\bar{m}} \\
&\qquad \square
\end{aligned}
\tag{3.32}
$$

Dowiedźmy jeszcze następujące fakty: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$ oraz $\nabla_{\bar{m}} G_{\bar{l}} = \partial_{\bar{m}} G_{\bar{l}}$.

Okazuje się , że przy założeniach:

$$
\begin{cases} \partial_q V = \partial_m V = \partial_n V = 0 \\ \partial_q G = \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{cases}
\tag{3.33}
$$

$\nabla_m G_l = \partial_m G_l$ oraz $\nabla_{\bar{m}} G_{\bar{l}} = \partial_{\bar{m}} G_{\bar{l}}$.
mianowicie rozpisując $\nabla_m G_l$ wzór (3.23), oraz uwzględniając powyższy warunek:

$$
\begin{aligned}
\nabla_m G_l &= \partial_m G_l - \Gamma^q_{mk} G_q \\
&= \partial_m G_l
\end{aligned}
\tag{3.34}
$$

podobnie :

$$
\begin{aligned}
\nabla_{\bar{m}} G_{\bar{l}} &= \partial_{\bar{m}} G_{\bar{l}} - \Gamma^{\bar{q}}_{\bar{m}\bar{l}} G_{\bar{q}} \\
&= \partial_{\bar{m}} G_{\bar{l}}
\end{aligned}
\tag{3.35}
$$

3.8 Rozpatrywane przypadki

W następnych dwóch rozdziałach omówione zostaną: druga pochodna potencjału V –rozdział 3.10 oraz trzecia pochodna tegoż potencjału – w rozdziale 3.12. Oba rozdziały zawierają analizę pochodnych potencjału w obecności więzów, które nałożyliśmy. Żądamy:

1. W pierwszym przypadku znikania wszystkich pierwszych pochodnych potencjału V, ponieważ chcemy aby znalezione masy m^2 (drugie pochodne) oraz sprzężenia wieloliniowe A (trzecie pochodne) wzięte zostały w minimum potencjału, oraz znikania pochodnych funkcji Kählera G . To drugie żądanie jest równoważne założeniu, że wszystkie F –termy są zaniedbywalne (w porównaniu z D –termami).

2. W drugim przypadku znikania wszystkich pierwszych pochodnych potencjału V, podobnie jak w pierwszym przypadku – znalezione przez nas masy i sprzężenia wieloliniowe mają być obliczone w minimum potencjału, oraz znikania pierwszych pochodnych funkcji Kählera i zerowania stałej kosmologicznej. Przy czym ten ostatni warunek sprowadza się do nałożenia więzów postaci: $V = 0$.

3.8.1 1. przypadek $V \neq 0$

Teoria ze stałą kosmologiczna różną od zera. Ten przypadek zdefiniowany jest przez warunek:

$$\left\{ \begin{array}{c} \partial_q V = \partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \\ \partial_q G = \partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\ \xi = const. \end{array} \right. \tag{3.36}$$

Szczegółowe wyprowadzenie warunków dla pól ξ oraz ϕ^i znajduje się w rozdziale 3.9.

3.8.2 2. przypadek $V = 0$

Teoria ze stałą kosmologiczną równą zero. Położenie stałej kosmologicznej równej zero sprowadza się do warunku $V = 0$. Ponownie pojawiają się więzy związane z minimum potencjału (pochodne potencjału równe zero) oraz dominującym wkładem do łamania supersymetrii pochodzącym od D –termów (żądamy również znikania pochodnych funcji Kählera G). Powyższe więzy możemy ująć w definicję drugiego przypadku.

$$\left\{ \begin{array}{c} \partial_q V = \partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \\ \partial_q G = \partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\ \xi = const. \\ V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{array} \right. \tag{3.37}$$

gdzie założenie $V = 0$ prowadzi do równości $2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2$,
Dowód zamieszczono poniżej:

$$\begin{aligned} V &= 0 \\ 0 &= M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3\right) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \\ 0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 D^2 \end{aligned}$$

A znając jawną postać D -termów, wzór (3.39), z warunkami powyżej, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} 0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 \xi^2 \\ 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} &= \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{aligned} \tag{3.38}$$

□

3.9 D –term

Rozpisując na składowe D –term występujący w potencjale (3.1) otrzymamy wyrażenie postaci:

$$D = \frac{\partial G}{\partial \phi^{\bar{l}}} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \xi = G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \xi \tag{3.39}$$

Przez zapisny powyżej D –term następuje miękkie łamanie supersymetrii, gdyż jest on różny od zera. Przy obliczaniu kolejnych pochodnych potencjału występowały wyrazy $\partial_m D$, $\partial_{\bar{n}} D$, $D_{\bar{n}m}$ które po rozpisaniu mają postać:

$$\partial_m D = D_m = (\partial_m G_{\bar{l}}) T_i^{\bar{l}} \phi^i + G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \partial_m \phi^i + \partial_m \xi \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned} \partial_m \partial_{\bar{n}} D = D_{\bar{n}m} \quad = \quad & \\ & (\partial_m \partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}}) T_i^{\bar{l}} \phi^i + (\partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}}) T_i^{\bar{l}} \partial_m \phi^i \\ & + (\partial_m G_{\bar{l}}) T_i^{\bar{l}} \partial_{\bar{n}} \phi^i + G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \partial_{\bar{n}} \partial_m \phi^i \\ & + \partial_m \partial_{\bar{n}} \xi \end{aligned} \tag{3.41}$$

Po obliczeniu pochodnych potencjału (3.1) przystąpimy do analizowania ich własności w obecności więzów omówionych w rozdziałach: 3.8.1 oraz 3.8.2. W obu omawianych przypadkach, (3.8.1) oraz (3.8.2), następuje znikanie pierwszych pochodnych D–termów: D_n , $D_{\bar{n}} = 0$, wynikające z faktu nałożenia powtarzających się w obu przypadkach warunków.

$$\left\{ \begin{array}{c} \partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \\ \partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\ \xi = const. \end{array} \right. \tag{3.42}$$

Na przykład startując z wzoru (3.12), otrzymujemy

$$\begin{aligned} 0 = \partial_m V &= \frac{1}{M_p^2} G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) \\ &\quad + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\ &\quad + g^2 D D_m \\ &= g^2 D D_m \\ &\quad \Downarrow \end{aligned}$$

$$D = 0 \ \text{lub} \ D_m = 0 \tag{3.43}$$

Ale ponieważ jesteśmy zainteresowani przypadkiem gdy $D \neq 0$ wybieramy rozwiązanie $D_m = 0$. Pociąga to zawsze za sobą pewne konsekwencje. Pamiętając postać D wzorów (3.39) i D_m wzór (3.40) otrzymujemy:

$$g^2 D D_m = 0$$

$$g^2 \left(G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \xi \right) \left(\left(\partial_m G_{\bar{l}} \right) T_i^{\bar{l}} \phi^i + G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \partial_m \phi^i + \partial_m \xi \right) = 0$$

Stąd:

$$g^2 \xi \left(G_{\bar{l}m} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \partial_m \xi \right) = 0$$

I w konsekwencji, ponieważ $\xi \neq 0$:

$$\left(G_{\bar{l}m} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \partial_m \xi \right) = 0 \tag{3.44}$$

Stąd widać, że:

$$\phi^i = 0$$

To znaczy wszystkie cząstki naładowane względem $U(1)$ mają w tym przypadku znikające wartości próżniowe.

Dysponując powyższym wyprowadzeniem łatwo pokazać, że (mamy na myśli wartości próżniowe odpowiednich D -termów):

$$\begin{aligned} D &= G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \xi \\ &= \xi \end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned} D_m &= \left(\partial_m G_{\bar{l}} \right) T_i^{\bar{l}} \phi^i + G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \partial_m \phi^i + \partial_m \xi \\ &= 0 \end{aligned} \tag{3.46}$$

oraz

$$\begin{aligned} D_{\bar{n}m} &= \\ &\quad \left(\partial_m \partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}} \right) T_i^{\bar{l}} \phi^i + \left(\partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}} \right) T_i^{\bar{l}} \partial_m \phi^i \\ &\quad + \left(\partial_m G_{\bar{l}} \right) T_i^{\bar{l}} \partial_{\bar{n}} \phi^i + G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \partial_{\bar{n}} \partial_m \phi^i \\ &\quad + \partial_m \partial_{\bar{n}} \xi \\ &= \left(\partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}} \right) T_i^{\bar{l}} \delta_m{}^i \qquad (3.47) \\ &= \left(\partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}} \right) T_m^{\bar{l}} \qquad (3.48) \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
D_{nm} &= \\
& (\partial_m \partial_n G_{\bar{l}})\, T_i^{\bar{l}} \phi^i + (\partial_n G_{\bar{l}})\, T_i^{\bar{l}} \partial_m \phi^i \\
& + (\partial_m G_{\bar{l}})\, T_i^{\bar{l}} \partial_n \phi^i + G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \partial_n \partial_m \phi^i \\
& + \partial_m \partial_n \xi \\
&= (\partial_n G_{\bar{l}})\, T_i^{\bar{l}} \delta_m{}^i + (\partial_m G_{\bar{l}})\, T_i^{\bar{l}} \delta_n{}^i \qquad (3.49) \\
&= (\partial_n G_{\bar{l}})\, T_m^{\bar{l}} + (\partial_m G_{\bar{l}})\, T_n^{\bar{l}} \qquad (3.50)
\end{aligned}
$$

3.10 Własności $V_{\bar{n}m}$

3.10.1 $V_{\bar{n}m}$ w 1. przypadku

Jeżeli na $V_{\bar{n}m}$ daną wzorem (3.14) nałożymy warunki odpowiadające pierwszemu rozpatrywanemu przypadkowi, rozdział 3.8.1. tzn. warunki dla nieznikającej stałej kosmologicznej to:

Korzystamy z wzoru (3.14)

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{n}m} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + g_{\bar{n}m} \right) \\
& + G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\
& + \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar{n}} V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\
& + g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n}m} \qquad (3.51)
\end{aligned}
$$

Teraz skorzystamy z warunków:

$$
\begin{cases} \partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \\ \partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \end{cases} \qquad (3.52)
$$

Otrzymujemy:

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{n}m} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + g_{\bar{n}m} \right) \\
& + \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) \\
& + g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n}m} \qquad (3.53)
\end{aligned}
$$

Korzystając z jawnej postaci potencjału, wzór: (3.1), rozpisując $\left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right)$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{n}m} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + g_{\bar{n}m} \right) \\
& + \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \left(M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3 \right) \right) \\
& + g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n}m} \qquad (3.54)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{n}m} &= -2 M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} g_{\bar{n}m} \\
& + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l \right) \\
& + g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n}m} \qquad (3.55)
\end{aligned}
$$

Pamiętając, że:

$$
\left. \begin{array}{c} \partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \\ \partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\ \xi = const. \end{array} \right\} \Rightarrow \phi^i = 0 \qquad (3.56)
$$

Otrzymujemy końcowy wzór. (Dokładniejsze wyprowadzenie zawiera rozdział 3.9 oraz wzór (3.44) podający dowód dlaczego pierwsze pochodne D -termów równają sie zero).

Tak więc w pierwszym przypadku, rozdział 3.8.1, otrzymujemy:

$$
V_{\bar{n}m} = -2 M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} g_{\bar{n}m} + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l \right) + g^2 \xi \left(\partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}} \right) T_m^{\bar{l}} \qquad (3.57)
$$

3.10.2 $V_{\bar{n}m}$ w 2. przypadku

Przystępujemy do omawiania drugiego przypadku, rodział 3.8.2, znikającej stałej kosmologicznej. Są to więzy z pierwszego przypadku uzupełnione o warunek znikania stałej kosmologicznej, co sprowadza się do warunku: $V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2$. Jako punkt wyjściowy przyjmujemy wzór (3.57). Znając jawną postać D –termu (3.38) modyfikujemy pierwszy wyraz we wzorze (3.57) otrzymując:

$$V_{\bar{n}m} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 g_{\bar{n}m} + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l\right) + g^2 \xi \left(\partial_{\bar{n}} G_{\bar{l}}\right) T_m^{\bar{l}} \tag{3.58}$$

3.10.3 Związek drugich pochodnych mieszanych z wyrazami masowymi

Drugie pochodne potencjału które przed chwilą policzyliśmy nie są jeszcze wyrazami rzeczywiście miękko łamiącymi supersymetrię. Jak zaznaczyliśmy w rozdziale 3.2, od obliczonych teraz mieszanych drugich pochodnych potencjału należy odjąć supersymetryczne wkłady do mas $\delta m_{m\bar{n}}^2$, wzór(3.10), pochodzące od zmodyfikowanego superpotencjału $\tilde{W}$, wzór (3.9).

Wyrazy miękko łamiące supersymetrię, dla pochodnych mieszanych, w pierwszym i drugim przypadku dane są wyrażeniem:

$$m_{s\,\bar{n}m}^2 \equiv V_{\bar{n}m} - \delta m_{\bar{n}m}^2 \tag{3.59}$$

3.11 Własności V_{nm}

Podobnie odczytuje się własności dla pozostałych drugich pochodnych V_{nm} (3.15), $V_{\bar{n}\bar{m}}$ (3.16) które wynoszą odpowiednio.

3.11.1 V_{nm} w 1. przypadku

Jeżeli nałożymy warunki odpowiadające pierwszemu przypadkowi, omówione w rozdziale 3.8.1 wówczas otrzymamy:

$$V_{nm} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) + g^2 \xi \left[\left(\partial_n G_{\bar{l}}\right) T_m^{\bar{l}} + \left(\partial_m G_{\bar{l}}\right) T_n^{\bar{l}}\right] \tag{3.60}$$

3.11.2 V_{nm} w 2.przypadku

Rozważając natomiast drugi przypadek, warunki zadane przez ten przypadek zostały omówione w rozdziale 3.8.2, uzyskamy:

$$V_{nm} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) + g^2 \xi \left[\left(\partial_n G_{\bar{l}}\right) T_m^{\bar{l}} + \left(\partial_m G_{\bar{l}}\right) T_n^{\bar{l}}\right] \tag{3.61}$$

Dokładniejsze obliczenia dotyczące wzoru V_{nm} (3.15) znajdują się w DODATKU (B.4). Dane dotyczące $V_{\bar{n}\bar{m}}$ uzyskujemy poprzez sprzężenia hermitowskie wyników odpowiednich dla V_{nm} , natomiast szczegóły datyczące wzoru $V_{\bar{n}\bar{m}}$ (3.16) w (B.5).

3.11.3 Związek drugich pochodnych jednorodnych z wyrazami masowymi

Uzyskane powyżej drugie pochodne V_{nm} są już wyrazami miękko łamiącymi supersymetrię. Uwagi wymaga fakt, że w przeciwieństwie do drugich pochodnych mieszanych omawianych w rozdziale 3.10.3, tutaj nie pojawiają się supersymetryczne wkłady do mas postaci δm_{mn}^2 . Różniczkując bowiem zmodyfikowany superpotencjał $\tilde{W}$, wzór (3.9), nie otrzymujemy wyrazu postaci δm_{mn}^2 .

Tak więc teraz wyrazy miekko łamiące supersymetrię, dla pochodnych jednorodnych, w pierwszym i drugim przypadku dane są wyrażeniem:

$$m_{s\,nm}^2 \equiv V_{nm} \tag{3.62}$$

3.12 Własności V_{qnm}

3.12.1 V_{qnm} w 1. przypadku

Podobnie jak poprzednio zaczniemy od omawiania pierwszego przypadku, czyli nieznikającej stałej kosmologicznej. Więzy które nałożyliśmy zostały omówione w rozdziale 3.8.1. Korzystamy ze wzoru (3.17)

$$\begin{aligned}
V_{qnm} &= G_q e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_n G_m\right) \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right.\\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l + G^l \partial_n \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q \partial_n G_m\right] \\
&+ \partial_q G_n e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\
&+ \frac{1}{M_p^2} G_n G_q e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\
&+ G_n e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_q G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q G_m\right) \\
&+ \frac{1}{M_p^2} \partial_q \partial_n G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m V_q - \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m g^2 D D_q \\
&+ \frac{1}{M_p^2} \partial_q G_m V_n + \frac{1}{M_p^2} G_m V_{qn} \\
&- \frac{1}{M_p^2} \partial_q G_m g^2 D D_n - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D_q D_n - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{nq} \\
&+ g^2 D_{qn} D_m + g^2 D_n D_{qm} + g^2 D_q D_{nm} + g^2 D D_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.63}$$

Pamiętając o warunku:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_q V = \partial_m V = \partial_n V = 0 \\ \partial_q G = \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{array} \right. \tag{3.64}$$

Otrzymujemy:

$$\begin{aligned}
V_{qnm} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right.\\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_q \partial_n G_m\right] \\
&+ \frac{1}{M_p^2} \partial_q \partial_n G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) - \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m g^2 D D_q \\
&- \frac{1}{M_p^2} \partial_q G_m g^2 D D_n \\
&+ g^2 D_{qn} D_m + g^2 D_n D_{qm} + g^2 D_q D_{nm} + g^2 D D_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.65}$$

A korzystajac z jawnej postaci potencjału, wzór (3.1), rozpisuję wyraz $\left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right)$

$$\begin{aligned}
V_{qnm} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right.\\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_q \partial_n G_m\right] \\
&+ \frac{1}{M_p^2} \partial_q \partial_n G_m \left(M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3\right)\right) - \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m g^2 D D_q \\
&- \frac{1}{M_p^2} \partial_q G_m g^2 D D_n \\
&+ g^2 D_{qn} D_m + g^2 D_n D_{qm} + g^2 D_q D_{nm} + g^2 D D_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.66}$$

Co daje następujące wyrażenie:

$$\begin{aligned}
V_{qnm} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right.\\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l\right] \\
&- 2 M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_q \partial_n G_m - \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m g^2 D D_q
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{1}{M_p^2}\partial_q G_m g^2 DD_n \\
&+g^2 D_{qn} D_m + g^2 D_n D_{qm} + g^2 D_q D_{nm} + g^2 DD_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.67}
$$

Przypomnijmy, że:

$$
\left.\begin{array}{c}
\partial_q V = \partial_m V = \partial_n V = 0 \\
\partial_q G = \partial_m G = \partial_n G = 0 \\
\xi = const.
\end{array}\right\} \Rightarrow \phi^i = 0 \tag{3.68}
$$

Ostatecznie w pierwszym przypadku, rozdział 3.8.1, otrzymujemy :

$$
\begin{aligned}
V_{qnm} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_q \partial_n G_m \\
&+M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right. \\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l \right] \\
&+g^2 DD_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.69}
$$

3.12.2 V_{qnm} w 2. przypadku

Przystępujemy do omawiania drugiego przypadku, rozdział (3.8.2), odpowiadającego znikającej stałej kosmologicznej.

$$
\begin{aligned}
V_{qnm} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_q \partial_n G_m \\
&+M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right. \\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l \right] \\
&+g^2 DD_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.70}
$$

Dzięki równości $2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2$ modyfikujemy pierwszy wyraz, w rezultacie czego otrzymujemy:

$$
\begin{aligned}
V_{qnm} &= -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_q \partial_n G_m \\
&+M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l \right. \\
&\qquad \left. + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l \right] \\
&+g^2 DD_{qnm}
\end{aligned} \tag{3.71}
$$

Wyrazy trójliniowe o jednorodnych indeksach nie mogą pochodzić z superpotencjału. Wnioskujemy więc, na mocy warunków przedstawionych w rozdziale 3.2, że łamią one SUSY , i jest to łamanie miękkie.

3.13 Własności $V_{\bar{q}\bar{n}m}$

Podobnie odczytuje się własności dla pozostałych trzecich pochodnych $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ (3.18), $V_{qn\bar{m}}$ które wynoszą.
$V_{\bar{q}\bar{n}m}$ dane jest wzorem (3.18):

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} &= G_{\bar{q}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + g_{\bar{n}m}\right) \\
&M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
&\qquad \left. +\nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m}\right] \\
&+\partial_{\bar{q}} G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\
&+\frac{1}{M_p^2} G_{\bar{n}} G_{\bar{q}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&+G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{q}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l + g_{\bar{q}_m}\right) \\
&+\frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \partial_{\bar{q}} V - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \frac{1}{2} g^2 D D_q \\
&+\frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m V_{\bar{n}} + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar{q}} V_{\bar{n}} \\
&-\frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\
&+g^2 D_{\bar{n}\bar{q}} D_m + g^2 D_{\bar{n}} D_{m\bar{q}} + g^2 D_{\bar{q}} D_{\bar{n}m} + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m}
\end{aligned}
\tag{3.72}
$$

3.13.1 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w 1. przypadku

Podsumowując, jeżeli nałożymy warunki odpowiadające pierwszemu przypadkowi,rozdział 3.8.1, wtedy otrzymamy:

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} \quad = \quad & -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
& \qquad \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right] \\
& + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m}
\end{aligned}
\tag{3.73}
$$

3.13.2 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w 2. przypadku

Rozważając natomiast drugi przypadek, rozdział 3.8.2, czyli dokładając wiąz związany ze znikającą stałą kosmologiczną uzyskamy proste wyrażenie:

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} \quad = \quad & -\frac{1}{3} \frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
& \qquad \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right] \\
& + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m}
\end{aligned}
\tag{3.74}
$$

Dokładniejsze obliczenia dotyczące wzoru $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ (3.18) znajdują się w DODATKU (B.6). Dane dotyczące $V_{qn\bar{m}}$ usyskujemy poprzez sprzężenia hermitowskie wynikow odpowiednich dla $V_{\bar{q}\bar{n}m}$,

Właśnie wyrazy trójliniowe o mieszanych indeksach łamią supersymetrię twardo. Wyrazy te muszą znikać w akceptowanej niskoenergetycznej teorii, jak wspomniano w rozdziale 3.2. W związku z tym powinniśmy położyć wartości próżniowe tych wyrazów równe zero, i traktować tak uzyskane równania jako uzupełnienie równań ruchu, albo przyjąć, że te kłopotliwe wyrazy nie pojawiają się w ogóle w lagranżjanie z powodu odpowiednich wewnętrznych symetrii narzuconych na model.

Rozdział 4

Model I

Przejdziemy teraz do dokładnego omawiania uzyskanych wcześniej rezultatów. Skupimy nasze zainteresowanie na dwóch modelach, nazwanych odpowiednio Model I w niniejszym rozdziale, oraz Model II w rozdziale 5.

Oba rozdziały opierają sie na wcześniej przeprowadzonych rachunkach , teraz jednak z ogólnej postaci funkcji Kählerowskiej G , danej ogólnym wzorem $G = K + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}$, gdzie potencjał Kählerowski K oraz holomorficzny superpotencjał W nie były rozpisywane na składowe, przejdziemy do analizy konkretnej postaci obu wyżej wymienionych funkcji. Tak więc :
W Modelu I funkcja Kählera zadana wzorem (3.2) przybiera znaną postaci:

$$G = K + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \tag{4.1}$$

Potencjał Kählerowski (3.3) przedstawiamy w postaci nieskończonego szeregu potęgowego.

$$\begin{aligned} K &= \hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^{\alpha} \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} \bar{C}^{\bar{\beta}} C^{\gamma} \bar{C}^{\bar{\delta}} \\ &+ \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^{\alpha} C^{\beta} + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^{\alpha} C^{\beta} \bar{C}^{\bar{\gamma}} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma} \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \right] \\ &+ \ldots , \end{aligned} \tag{4.2}$$

Jednakże do dalszych obliczeń będziemy zastosowali rozwinięcie do wyrazu $Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma} \bar{C}^{\bar{\delta}}$. Za każdym razem kiedy następować będzie przejście od ogólnej postaci potencjału Kählera K do jego rozwinięcia w szereg potęgowy, zastosowaliśmy oznaczenie $\simeq$

Podobnie postępujemy z holomorficznym superpotencjałem który dotychczas oznaczaliśmy przez W . Teraz natomiast przybiera on następującą

$$W = \hat{W} + \frac{1}{2} \tilde{\mu}_{\alpha\beta} C^{\alpha} C^{\beta} + \frac{1}{6} \tilde{Y}_{\alpha\beta\gamma} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma} + \ldots , \tag{4.3}$$

Również i teraz zastosowaliśmy rozwinięcie, biorąc z całego szeregu pierwsze człony do wyrazu $\tilde{Y}_{\alpha\beta\gamma} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma}$ włącznie. Tak też należy rozumieć oznaczenie $\simeq$ które będzie sie odtąd pojawiać.

Po zastosowaniu przedstawionych powyżej przybliżeń funkcja Kählera przybierze postać stosowaną w I modelu oraz II modelu rozdzial 4.

$$\begin{aligned} G \simeq & \Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^{\alpha} \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} \bar{C}^{\bar{\beta}} C^{\gamma} \bar{C}^{\bar{\delta}} \\ &+ \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^{\alpha} C^{\beta} + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^{\alpha} C^{\beta} \bar{C}^{\bar{\gamma}} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma} \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \right] \\ &+ M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big) \end{aligned} \tag{4.4}$$

Pojawi się jednak potrzeba przedstawienia funkcji Kählera w najniższych potegach C. Takie rozwinięcie oznaczymy przez $\rightsquigarrow$

Za każdym razem kiedy stosujemy dane rozwinięcie w przedstawieniu funkcji Kählera, konsekwentnie stosujemy je również w zapisie poszczególnych, liczonych w danym miejscu, wyrazów.

W omawianym w tym rozdziale Modelu I zastosujemy D –term,wzór (3.9), postaci:

$$D = \frac{\partial G}{\partial \phi^{\bar{l}}} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \xi = G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \phi^i + \xi \tag{4.5}$$

Jak łatwo zauważyć zawiera on parametr Fayeta–Iliopoulosa ξ jawnie łamiący supersymetrię. Natomiast przechodząc do następnego rozdziału (rozdział 5) będziemy próbowali skasować parametr ξ . W tym celu z sumy $G_{\bar{l}} T_i^{\bar{l}} \phi^i$ występującej w D –termie wyłączymy pole $|E|^2$ o ładunku Q mającym przeciwny znak do ładunku parametru Fayeta–Iliopoulosa ξ . W tej pracy interesują nas przypadki łamania supersymetrii przez D –termy, pomijamy policzone we wcześniejszych pracach F –termy. Stąd też żądanie jednoczesnego znikania F –termu pola E .

Należy tu zaznaczyć że rozdział 5 jest szczególnym przypadkiem modelu omawianego w tym miejscu.

4.1 V_{qnm} w Modelu I

4.1.1 V_{qnm} w 1. przypadku

Ponownie rozpatrujemy V_{qnm} wraz z więzami omówionymi w rozdziale 3.8.1. Korzystamy ze wzoru (3.69) oraz z interpretacji poszczególnych wyrazów przeprowadzonej w DODATKU C.1

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_q V = \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_q G = \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{array} \right. \tag{4.6}$$

$$V_{qnm} = M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(-2\partial_q \partial_n G_m + \partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l \right) \tag{4.7}$$

$$\begin{aligned} \rightsquigarrow \quad & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \Big(\\ & -2 Z_{qnm\bar{\delta}} C^q C^n C^m \bar{C}^{\bar{\delta}} - 2 M_p^2 \partial_q \partial_n \partial_m \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \\ & + Z_{qn}{}^l Z_{ml} + Z_{qn}{}^l \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \\ & + \tilde{K}_n^l + Z_{qml\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + \tilde{K}_n^l \partial_q \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \\ & + \tilde{K}_q^l Z_{nml\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + \tilde{K}_q^l \partial_n \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big) \end{aligned} \tag{4.8}$$

4.1.2 V_{qnm} w 2. przypadku

Przechodząc do omawiania 2. przypadku , rozdział 3.8.2 przypomnijmy więzy które on nakłada. Korzystam ze wzoru (3.71) oraz z interpretacji poszczególnych członów przeprowadzonej w DODATKU C.1

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_q V = \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_q V = \partial_m G = \partial_n G = 0 \\ V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2 M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3} \frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{array} \right. \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned} V_{qnm} = & -\frac{1}{3} \frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_q \partial_n G_m \\ & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l \right) \end{aligned} \tag{4.10}$$

$$
\begin{aligned}
\rightsquigarrow\quad & -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2\left(Z_{qnm\bar{\delta}}C^qC^nC^m\bar{C}^{\bar{\delta}} - M_p^2\partial_q\partial_n\partial_m\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right)\\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\Big(\\
& +Z_{qn}{}^{l}Z_{ml} + Z_{qn}{}^{l}\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\\
& +\tilde{K}_n^l + Z_{qml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}} + \tilde{K}_n^l\partial_q\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\\
& +\tilde{K}_q^l Z_{nml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}} + \tilde{K}_q^l\partial_n\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)
\end{aligned}
\tag{4.11}
$$

4.2 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w Modelu I

4.2.1 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w 1. przypadku

Ponownie rozpatrujemy $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ wraz z więzami omówionymi w rozdziale 3.8.2. Korzystam ze wzoru (B.63) oraz z interpretacji poszczególnych wyrazów przeprowadzonej w DODATKU C.1

$$
\left\{\begin{array}{l}
\partial_{\bar{q}}V = \partial_{\bar{n}}V = \partial_m V = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\xi = const.\\ \phi^i = 0\end{array}\right.\\
\partial_{\bar{q}}V = \partial_{\bar{n}}G = \partial_m G = 0
\end{array}\right.
\tag{4.12}
$$

$$
V_{\bar{q}\bar{n}m} = M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(-2\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m} + \partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l + \nabla_{\bar{q}}G^l\partial_{\bar{n}}\nabla_m G_l\right)
\tag{4.13}
$$

$$
\begin{aligned}
\rightsquigarrow\quad & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\Big(\\
& -2\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m}\\
& \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^{l}{}_{\delta}C^{\delta}Z_{ml} + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^{l}{}_{\delta}C^{\delta}\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\\
& \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}}Z_m{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}} + Z_m{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\\
& \bar{Z}_{\bar{q}}^l Z_{ml\bar{n}} + Z_{ml\bar{n}}g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)
\end{aligned}
\tag{4.14}
$$

4.2.2 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w 2. przypadku

Korzystam ze wzoru (B.70) oraz z interpretacji poszczególnych członow przeprowadzonej powyżej:

$$
\left\{\begin{array}{l}
\partial_{\bar{q}}V = \partial_{\bar{n}}V = \partial_m V = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\xi = const.\\ \phi^i = 0\end{array}\right.\\
\partial_{\bar{q}}V = \partial_{\bar{n}}G = \partial_m G = 0\\
V = 0 \quad\Rightarrow\quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2
\end{array}\right.
\tag{4.15}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} = & -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m}\\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l + \nabla_{\bar{q}}G^l\partial_{\bar{n}}\nabla_m G_l\right)
\end{aligned}
\tag{4.16}
$$

$$
\begin{aligned}
\rightsquigarrow\quad & -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m}\\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\Big(
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^{l}{}_{\delta}C^{\delta}Z_{ml} + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^{l}{}_{\delta}C^{\delta}\partial_m\partial_l M_p^2 \log\frac{|W|^2}{M_p^6} \\
&\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}}Z_m{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}} + Z_m{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6} \\
&\bar{Z}^l_{\bar{q}}Z_{ml\bar{n}} + Z_{ml\bar{n}}g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)
\end{aligned}
\tag{4.17}
$$

4.3 Podsumowanie $V_{\bar{n}m}$ w Modelu I

$V_{\bar{n}m}$ z warunkami:

Korzystam ze wzoru 3.57 oraz z interpretacji poszczególnych członów przeprowadzonej powyżej :

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\
\partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0
\end{array}
\right.
\tag{4.18}
$$

$$
V_{\bar{n}m} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} g_{\bar{n}m} + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l\right)
\tag{4.19}
$$

$$
\begin{aligned}
\rightsquigarrow\quad & -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} g_{\bar{n}m} \\
& + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\Big(\bar{Z}^l_{\bar{n}}Z_{ml} \\
& + \bar{Z}^l_{\bar{n}}\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6} + Z_{ml}g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)
\end{aligned}
\tag{4.20}
$$

4.3.1 $V_{\bar{n}m}$ z warunkami:

Korzystam ze wzoru 3.57 oraz z interpretacji poszczególnych członów przeprowadzonej powyżej :

$$
\left\{
\begin{array}{l}
\partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\
\partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\
V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2
\end{array}
\right.
\tag{4.21}
$$

$$
V_{\bar{n}m} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2 g_{\bar{n}m} + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l\right)
\tag{4.22}
$$

$$
\begin{aligned}
\rightsquigarrow\quad & -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2 g_{\bar{n}m} \\
& + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\Big(\bar{Z}^l_{\bar{n}}Z_{ml} \\
& + \bar{Z}^l_{\bar{n}}\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6} + Z_{ml}g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)
\end{aligned}
\tag{4.23}
$$

4.4 V_{nm} w Modelu I

4.4.1 V_{nm} z warunkami:

Korzystając ze wzoru B.27 oraz z interpretacji poszczególnych członów przeprowadzonej powyżej:

$$\begin{cases} \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{cases} \tag{4.24}$$

$$V_{nm} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{4.25}$$

$$\begin{aligned} \rightsquigarrow \quad & -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} Z_{nm} + \partial_n \partial_m M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \\ & + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\tilde{K}_n^l Z_{ml} + \tilde{K}_n^l \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \end{aligned} \tag{4.26}$$

4.4.2 V_{nm} z warunkami:

Korzystając ze wzoru B.34 oraz z interpretacji poszczególnych członów przeprowadzonej powyżej:

$$\begin{cases} \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \\ V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{cases} \tag{4.27}$$

$$V_{nm} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned} \rightsquigarrow \quad & -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 Z_{nm} + \partial_n \partial_m M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \\ & + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\tilde{K}_n^l Z_{ml} + \tilde{K}_n^l \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \end{aligned} \tag{4.29}$$

4.5 Podsumowanie $V_{\bar{n}\bar{m}}$ w Modelu 1

Wzory na $V_{\bar{n}\bar{m}}$ z odpowiednimi warunkani otrzymujemy sprzegając odpowiednio wzory 4.26 oraz 4.29.

Rozdział 5

Model II

Teraz przejdziemy do przedstawienia szczególnego przypadku Modelu I . Naszym celem jest usunięcie parametru Fayeta–Iliopoulosa ξ występującego w D –termie, a w jawny sposób łamiącego supersymetrię.

Aby tego dokonać przyjmieny następujący sposób postępowania: W ogólnej postaci D –termu, zdefiniowanego wzorem[1] (3.39), jednym z wyrazów jest suma $G_{\bar{l}}T_i^{\bar{l}}\phi^i$. Wyłączmy z niej pole $|E|^2$ którego ładunek Q na przeciwny znak niż parametr ξ . Zakładamy, że pole E nie ma żadnych sprzężeń w superpotencjale. W tej sytuacji chcemy sprawdzić jaki otrzymamy wzór wyrazów łamiących SUSY gdy spróbujemy za pomocą pola $|E|^2$ skompensować parametr ξ , lub wyzerować cały D –term.

5.1 Nowy D –term

Wyodrębnieniamy pole $|E|^2$ s sumy $G_{\bar{l}}T_i^{\bar{l}}\phi^i$. Wówczas D –term przybiera postać:

$$D = Q|E|^2 + \frac{\partial G}{\partial\bar{\phi^{l}}}T_i^{\bar{l}}\phi^i + \xi = Q|E|^2 + G_{\bar{l}}T_i^{\bar{l}}\phi^i + \xi \tag{5.1}$$

5.2 Równania ruchu

Tak zdefiniowany D –term wstawiamy do potencjału V , wzór(3.1), i przystępujemy do liczenia równań ruchu.

$$\frac{\partial V}{\partial E} = 0 \tag{5.2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \bar{E}} = 0 \tag{5.3}$$

Założenia, które do tej pory czyniliśmy, wraz z równaniami ruchu, prowadziły nas do konkluzji, że wartości próżniowe wszystkich pól skalarnych są równe zero. To oczywiście wyklucza również $< E >\neq 0$. Aby dopuścić taką możliwość, powinniśmy nasze więzy nieco osłabić. Dopuśćmy zatem, żeby jeden z F –termów, tzn. F_E , był różny od zera. Jest to równoważne dopuszczeniu, że $G_E \neq 0$. Sprawdzmy co to oznacza.

Zakładamy, że E ma kanoniczny wyraz kinetyczny i nie miesza się z innymi polami. Pozostałe równania ruchu pozostają niezmienione.

$$G_E = \frac{\partial K}{\partial E} + M_P^2\frac{1}{W}\frac{\partial W}{\partial E} = \frac{\partial K}{\partial E} = \bar{E} \tag{5.4}$$

Stąd równanie

$$\frac{\partial V}{\partial E} = 0 \tag{5.5}$$

daje związek:

$$\begin{aligned} 0 = & \ \tfrac{1}{M_P^2}G_E\left(V - \tfrac{1}{2}g^2D^2\right) + G_E m_{3/2}^2 + g^2DQ_E\bar{E} \quad = \\ = & \ \tfrac{G_E}{M_P^2}\left[M^2m_{3/2}^2 + V - \tfrac{1}{2}g^2D^2 + M_P^2g^2DQ_E\right] \quad = 0 \end{aligned} \tag{5.6}$$

To równanie nie wpływa na sposób rozwiązania pozostałych równań.

[1] *patrz rozdział 3.9*

W próżni warunek $\frac{\partial V}{\partial E} = 0$, wraz z pozostałymi warunkami, daje, $D = \xi + Q_E|E|^2$

$$\begin{aligned} m_{3/2}^2 + \frac{V}{M_P^2} - \frac{g^2 D}{2M_P^2}\left[D - 2Q_E M_P^2\right] &= \\ &= m_{3/2}^2 + \frac{g^2 D}{2M_P^2}\left(\xi + Q_E|E|^2\right)\left(\xi + Q_E|E|^2 - 2M_P^2\right) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Rozważmy dwie możliwości:

5.2.1 Pierwsza możliwość.

Załóżmy, że $\xi + Q_E|E|^2 = 0$. Wtedy

$$m_{3/2}^2 + \frac{V}{M_P^2} = 0 \tag{5.8}$$

i otrzymujemy model ze stałą kosmologiczną[2]

$$V_0 = -M_P^2 m_{3/2}^2 \tag{5.9}$$

Supersymetria jest złamana wyłącznie przez

$$F_E \sim G_E \neq 0 \tag{5.10}$$

zaś stała kosmologiczna nie może znikać.

Aby zilustrować w jaki sposób $m_{3/2}^2$, tj. skala masowa wyrazów łamiących supersymetrię, zależy w tym przypadku od ξ , przyjmijmy, że superpotencjał zawiera stały (nieistotny z punktu widzenia globalnej supersymetrii) wkład $\delta W = \Delta$. Wtedy:

$$m_{3/2}^2 = \frac{\Delta^2}{M_P^4} e^{\xi/Q_E M_P^2} \tag{5.11}$$

Model ten nie wydaje się naturalny, kłopotliwe jest także to, że skala $m_{3/2}^2$ wyrazów łamiących supersymetrię jest kontrolowana przez parametr Λ , którego naturalną wielkością wydaje się być M_P^3 (co oznaczałoby powrót problemu hierarchii).

Przejdźmy zatem do ciekawszego przypadku, gdy $D \neq 0$, ale stała kosmologiczna równa się zeru.

5.2.2 Druga możliwość.

Stała kosmologiczna równa zeru $V = 0$. Otrzymujemy

$$0 = M_P^2 m_{3/2}^2 - \frac{1}{2} g^2 D^2 + g^2 D M_P^2 Q \tag{5.12}$$

oraz

$$0 = m_{3/2}^2 M_P^2 \left(\frac{|E|^2}{M_P^2}\right) - \frac{1}{2} g^2 D^2 \tag{5.13}$$

Jeżeli przyjmiemy, że ξ , $|E|^2 \ll M_P^2$, to drugi warunek przyjmie postać,

$$M_P^2 m_{3/2}^2 \;=\; \frac{1}{6} g^2 D^2 \tag{5.14}$$

Stąd otrzymujemy

$$|G_E|^2 \;= |E|^2 = \frac{2m_{3/2}^2}{q^2 Q_E^2} - \frac{\xi}{Q} \tag{5.15}$$

Widać, że ten scenariusz, w którym zarówno D –term jak i F –term współuczestniczą w łamaniu supersymetrii jest dużo bardziej prawdopodobny, i w szczególności pozwala na znikanie stałej kosmologicznej.

[2] *Aby te wyrażenia miały sens, należy wprowadzić stały, nieistotny z punktu widzenia globalnej SUSY, superpotencjał* $\delta W = \Delta$.

Rozdział 6

Podsumowanie

Na przestrzeni ostatnich trzydziestu lat dokonał się ogromny postęp na drodze ku unifikacji wszystkich oddziaływań. Wiodącą rolę we współczesnych teoriach unifikujących odgrywa idea supersymetrii, która pozwala konstruowac konsystentne na poziomie kwantowym teorie pola, oraz unifikować oddziaływania silne i elektrosłabe z grawitacyjnymi w ramach teorii supergrawitacji i superstrun. Teorie supersymetryczne sa bardzo atrakcyjne pod wzgledem techniczno-teoretycznym, ale w konfrontacji z doświadczeniem, napotykają na pewną dość zasadniczą trudność. Otóż dokładna supersymetria przewiduje, że cząstki wystepują w parach fermion-bozon, gdzie obie cząstki w parze mają dokładnie tę samą masę i wewnętrzne liczby kwantowe (za wyjątkiem ładunków tak zwanych R-symetrii). Jest to przewidywanie w oczywisty sposob niezgodne z obserwacjami, skąd płynie wniosek, ze niskoenergetyczna supersymetria musi być naruszona.

Przedmiotem tej pracy były rozważania nad łamaniem supersymetrii przez nieznikającą wartość próżniową pola pomocniczego z abelowego multipletu wektorowego, zwane łamaniem Fayeta-Iliopoulosa lub łamaniem przez D-term.

Pierwsza część pracy poświęcona została dość szczegółowemu przedstawieniu globalnej supersymetrii i sposobów jej naruszania. Mimo, że globalna supersymetria nie jest raczej źródłem realistycznych modeli, to z teoretycznego punktu widzenia jest ona niezbędnym etapem dla zrozumienia i opisu zjawisk zachodzących w supergrawitacji. Następnie przeszliśmy do teorii lokalnie supersymetrycznych. W rozdziałach **3.**, **4.** i **5.** przedstawiono obliczenia wyrazów miękko naruszających globalną supersymetrię przy niskich energiach w modelach supergrawitacyjnych inspirowanych teorią strun, w których występuje lokalna grupa cechowania $U(1)$ z nieznikającym parametrem Fayeta-Iliopoulosa. Najpierw, w rozdziale **3.** otrzymaliśmy najbardziej ogólne wyrażenie na miękkie wyrazy w modelach z nieznikającymi D –termami, stosowalne w dowolnych modelach tego rodzaju. Nie zajmujemy się jedynie masami gaugin, ponieważ masy gaugin obserwowalne w rozważanych modelach czułe są tylko na wartości próżniowe F –termów stowarzyszonych z polami skalarnymi występującymi w funkcji kinetycznej dla widzialnych pól cechowania, te zaś F -termy wszędzie w pracy przyjęto równe zeru. W kontekście takiego modelu badamy hipotezę, że posiada on próżnię, w której wszystkie F –termy są dużo mniejsze niż D –term związany ze wspomnianą wyżej grupą $U(1)$ (później zmodyfikujemy to założenie pozwalając jednemu z F –termów na nieznikającą wartość próżniową). Obliczamy wyrazy miękko łamiące niskoenergetyczną globalną supersymetrię, narzucając warunki wynikające z założenia o istnieniu minimów potencjału ze znikającą, bądź nie, stała kosmologiczną. Część naszej analizy przedstawiona w niniejszej pracy dotyczy tylko drzewowego lagranżjanu supersymetrycznego.

W drugiej części rozdziału **3** począwszy od **3.10** , skoncentrowaliśmy się na sytuacji kiedy D –term abelowej grupy $U(1)$ jest różny od zera i dominuje w łamaniu supersymetrii. Warunki te sprowadzają się do położenia wszystkich F –termów równych zeru, co z kolei jest równoważne warunkowi $G_m = 0$ dla wszystkich pól ϕ^m . Oprócz tego, żądamy aby parametry łamiące SUSY były policzone w punkcie stacjonarnym potencjału (najlepiej w lokalnym minimum), oraz aby stała kosmologiczna w tym punkcie była równa zeru. Przede wszystkim trzeba zauważyć, że narzucenie wszystkich tych warunków dramatycznie upraszcza strukturę stanu podstawowego modelu. Okazuje się, że wartości próżniowe wszystkich obserwowalnych skalarów powinny znikać, a oczekiwana wartość D –termu równa jest po prostu ξ . Nie jest to sytuacja realistyczna ponieważ skalary są z reguły naładowane względem innych lokalnych grup symetrii. Grupy te w realistycznych modelach muszą być przymnajmniej częściowo łamane spontanicznie przez nieznikające wartości próżniowe przynajmniej niektórych skalarów.

Przejdźmy jednak do porządku nad tym zastrzeżeniem, i przyjrzyjmy się, dla ustalenia uwagi, strukturze miękkich mas fluktuacji pól skalarnych wokoło takiej próżni. Jak widać ze wzoru (3.58) miękkie masy $m^2_{m\bar{n}}$ zawierają dwa wkłady proporcjonalne do $< D >= \xi$. Jeden z nich jest proporcjonalny do metryki w przestrzeni pól skalarnych $g_{m\bar{n}}$, ale nie zawiera elementów macierzy T^l_m , która jest po prostu macierzą ładunków pól względem grupy $U(1)$. Drugi wyraz natomiast jest modulowany przez macierz ładunków T^l_m . Żeby prawidłowo zinterpretować te wyrazy, przypomnijmy jeszcze, że wyrazy kinetyczne pól skalarnych nie są kanoniczne, i zawierają również metrykę Kählera $g_{m\bar{n}}$. Jeśli przejdziemy do pól fizycznych, z kanoniczną energią kinetyczną, to pierwszy ze wspomnianych wyżej wyrazów staje się wyrazem uniwersalnym, jednakowym dla wszystkich pól. Natomiast drugi wyraz jest nieuniwersalną poprawką, ale ta nieuniwersalność jest mierzona wielkością ładunków względem $U(1)$ poszczególnych pól. Jest to sytuacja korzystna, ponieważ budując modele fenomenologiczne jesteśmy często w stanie dobrać stosowne do potrzeb ładunki różnych pól, a zatem kontrolować ich masy. Pozostałe wyrazy miękko łamiące supersymetrię a więc sprzężenia dwu- i trójliniowe mają podobną strukturę.

W rozdziale **4.** jawnie wypisaliśmy wszystkie parametry łamiące supersymetrię jawnie w typowej parametryzacji funkcji Kählera i superpotencjału, używanej przy badaniu modeli pochodzących z superstrun. Według naszej wiedzy, podane w tej pracy zestawienie wyrazów jawnie łamiących supersymetrię pochodzących z mechanizmu Fayeta–Iiopoulosa jest najbardziej kompletnym istniejącym zestawieniem tego rodzaju.

W rozdziale **5.** dokonaliśmy prostej próby rozszerzenia naszej analizy z końcowej części rozdziału **3.** i z rozdziału **4.** na bardziej realistyczną sytuację, w której dopuszczamy istnienie naładowanego względem $U(1)$ pola, E , którego wartość próżniowa jest różna od zera. Prosta analiza tego przypadku prowadzi do wniosku, że w takich przypadkach również F –term związany z takim polem musi być różny od zera. Co więcej, narzucenie warunku znikania stałej kosmologicznej w takiej sytuacji implikuje, że oba rodzaje łamiących supersymetrię parametrów, zarówno $< D >$ jak i $< F >$, powinny być różne od zera, i oba mechanizmy łamania supersymetri będą w ogólnym wypadku współistnieć.

Podsumowujac ogólnie zaprezentowane tu wyniki, powiedzieć należy, że modele w których łamanie supersymetrii jest zdominowane wyłącznie przez D-term abelowej grupy $U(1)$ nie wydają się przesadnie atrakcyjne z punktu widzenia budowy realistycznych modeli, natomiast interesujące wydaje się dalsze studiowanie modeli, w ktorych F-termy i D-termy uczestniczą w łamaniu supersymetrii z mniej wiecej równymi wkładami.

Obszerne DODATKI zawierają podstawowe definicje i konwencje używane w tej pracy (a także w wiekszości prac poświeconych supersymetrii), oraz szczegóły rachunków wykonanych dla potrzeb tej pracy.

Dodatek A

A.1 Formalizm spinorów Weyla

Przedstawimy[1] dwukomponentową notację spinorową. Dwukomponentowe spinory są niezwykle przydatne kiedy pracujemy w reżimie spinorowej reprezentacji grupy Lorentza w teorii z chiralnymi fermionami.

Zacznimy od zdefiniowania dwuwymiarowej macierzy $M \in SL(2,C)$. Macierz M , jej sprzężenie zespolone M^*, odwrotność wraz z transpozycja $(M^T)^{-1}$, oraz sprzężenie hermitowskie i odwrotność $(M^\dagger)^{-1}$, też należą do grupy $SL(2,C)$.

Dwukomponentowe spinory z górnymi i dolnymi "kropkowanymi" wskaźnikami są definiowane przez transformację względem grupy $SL(2,C)$

$$\begin{aligned} \psi'_\alpha &= M_\alpha{}^\beta\,\psi_\beta & \qquad \bar\psi'_{\dot\alpha} &= M^*{}_{\dot\alpha}{}^{\dot\beta}\,\bar\psi_{\dot\beta} \\ \psi'^\alpha &= M^{-1}{}_\beta{}^\alpha\,\psi^\beta & \qquad \bar\psi'^{\dot\alpha} &= (M^*)^{-1}{}_{\dot\beta}{}^{\dot\alpha}\,\bar\psi^{\dot\beta}. \end{aligned} \tag{A.1}$$

Greckie wskaźniki odnoszą się do spinorów. Spinory z kropkowanymi wskażnikami transformują się jak $(0,\frac{1}{2})$reprezentacja grupy Lotentza, podczas gdy niekropkowane – zwykłe wskaźniki transformują się jak $(\frac{1}{2},0)$ – sprzężona reprezentacja.
Macierze–σ, to dwuwymiarowe zespolone macierze:

$$\begin{aligned} \sigma^0 &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} & \qquad \sigma^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \sigma^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} & \qquad \sigma^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{A.2}$$

Każda macierz hermitowska może być przedstawiona w postaci:

$$P \equiv (p_m\sigma^m) = \begin{pmatrix} -p_0+p_3 & p_1-ip_2 \\ p_1+ip_2 & -p_0-p_3 \end{pmatrix} . \tag{A.3}$$

gdzie p_m jest rzeczywiste. Z dowolnej macierzy hermitowskiej możemy otrzymać inną macierz hermitowską dzięki transformacji

$$P' = MPM^\dagger . \tag{A.4}$$

obie macierze P i P' można przedstawić poprzez macierze σ,

$$(\sigma^m p'_m) = M\,(\sigma^m p_m)\,M^\dagger , \tag{A.5}$$

przy czym p_m i p'_m są rzeczywiste.

Dopóki macierz M jest unimodularna ($\det M = 1$), dopóty p_m p'_m są powiązane z transformacją Lorentza:

$$\det(\sigma^m p'_m) = \det(\sigma^m p_m) = p_0'^2 - \vec p\,'^2 = p_0^2 - \vec p^{\,2} . \tag{A.6}$$

Z wzorów (A.1) oraz (A.4), łatwo dostrzec, że σ^m ma następująca strukturę wskaźników

$$\sigma^m_{\alpha\dot\alpha} . \tag{A.7}$$

[1] *opieram się na artykule J.Baggera [6]*
bardziej szczegółowy zapis reprezentacji Weyla znajduje się w książce J.Wess i J.Bagger[4]

W tej konwencji, $\psi^\alpha\psi_\alpha$, $\bar\psi_{\dot\alpha}\bar\psi^{\dot\alpha}$ oraz $\psi^\alpha\sigma^m_{\alpha\dot\alpha}\partial_m\bar\psi^{\dot\alpha}$ są skalarami Lorentzowskimi.

Ponieważ M jest macierzą unimodularną, to całkowicie antysymetryczne tensory $\epsilon^{\alpha\beta}$ oraz $\epsilon_{\alpha\beta}$ ($\epsilon_{21} = \epsilon^{12} = 1, \epsilon_{12} = \epsilon^{21} = -1, \epsilon_{11} = \epsilon_{22} = 0$) są niezmiennicze względem transformacji Lorentza:

$$\begin{aligned} \epsilon_{\alpha\beta} &= M_\alpha{}^\gamma M_\beta{}^\delta \epsilon_{\gamma\delta} \\ \epsilon^{\alpha\beta} &= \epsilon^{\gamma\delta} M_\gamma{}^\alpha M_\delta{}^\beta \,. \end{aligned} \tag{A.8}$$

Dzięki temu spinory z górnymi i dolnymi indeksami możemy wyrazić poprzez tensor ϵ,

$$\psi^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta}\psi_\beta, \qquad \psi_\alpha = \epsilon_{\alpha\beta}\psi^\beta \,. \tag{A.9}$$

gdzie mamy zdefiniowane $\epsilon_{\alpha\beta}$ oraz $\epsilon^{\alpha\beta}$ poprzez: $\epsilon_{\alpha\beta}\epsilon^{\beta\gamma} = \delta_\alpha{}^\gamma$. Analogicznie postępujemy dla kropkowanych wskaźników.

Tensor ϵ używamy również do zapisu wskaźników macierzy σ

$$\bar\sigma^{m\dot\alpha\alpha} = \epsilon^{\dot\alpha\dot\beta}\epsilon^{\alpha\beta}\sigma^m_{\beta\dot\beta} \,. \tag{A.10}$$

Korzystając z definicji macierzy σ, znajdujemy

$$\begin{aligned} (\sigma^m\bar\sigma^n + \sigma^n\bar\sigma^m)_\alpha{}^\beta &= -2g^{mn}\delta_\alpha{}^\beta \\ (\bar\sigma^m\sigma^n + \bar\sigma^n\sigma^m)^{\dot\alpha}{}_{\dot\beta} &= -2g^{mn}\delta^{\dot\alpha}{}_{\dot\beta} \,, \end{aligned} \tag{A.11}$$

oraz

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}\,\sigma^m\bar\sigma^n &= -2g^{mn} \\ \sigma^m_{\alpha\dot\alpha}\bar\sigma_m{}^{\dot\beta\beta} &= -2\delta_\alpha{}^\beta\delta_{\dot\alpha}{}^{\dot\beta} \,, \end{aligned} \tag{A.12}$$

gdzie $g_{mn} = \mathrm{diag}(-1,1,1,1)$. Powyższa relacja może być zastosowana do konwencji wektorów i spinorów i odwrotnie.

$$v_{\alpha\dot\alpha} = \sigma^m_{\alpha\dot\alpha}v_m \,, \qquad v^m = -\frac{1}{2}\bar\sigma^{m\dot\alpha\alpha}v_{\alpha\dot\alpha} \,. \tag{A.13}$$

Generatory grupy Lorentza w reprezentacji spinorowej są dane przez:

$$\begin{aligned} \sigma^{nm}{}_\alpha{}^\beta &= \frac{1}{4}(\sigma^n_{\alpha\dot\alpha}\bar\sigma^{m\dot\alpha\beta} - \sigma^m_{\alpha\dot\alpha}\bar\sigma^{n\dot\alpha\beta}) \\ \bar\sigma^{nm\dot\alpha}{}_{\dot\beta} &= \frac{1}{4}(\bar\sigma^{n\dot\alpha\alpha}\sigma^m_{\alpha\dot\beta} - \bar\sigma^{m\dot\alpha\alpha}\sigma^n_{\alpha\dot\beta}) \,. \end{aligned} \tag{A.14}$$

Następnymi użytecznymi relacjami zawierającymi macierze σ są

$$\begin{aligned} \bar\sigma^a\sigma^b\bar\sigma^c - \bar\sigma^c\sigma^b\bar\sigma^a &= -2i\,\epsilon^{abcd}\bar\sigma_d \\ \sigma^a\bar\sigma^b\sigma^c - \sigma^c\bar\sigma^b\sigma^a &= 2i\epsilon^{abcd}\sigma_d \,, \end{aligned} \tag{A.15}$$

gdzie $\epsilon_{0123} = -1$, a także

$$\begin{aligned} \sigma^a\bar\sigma^b\sigma^c + \sigma^c\bar\sigma^b\sigma^a &= 2(g^{ac}\sigma^b - g^{bc}\sigma^a - g^{ab}\sigma^c) \\ \bar\sigma^a\sigma^b\bar\sigma^c + \bar\sigma^c\sigma^b\bar\sigma^a &= 2(g^{ac}\bar\sigma^b - g^{bc}\bar\sigma^a - g^{ab}\bar\sigma^c) \end{aligned} \tag{A.16}$$

oraz

$$\begin{aligned} \sigma^n_{\alpha\dot\alpha}\sigma^m_{\beta\dot\beta} - \sigma^m_{\alpha\dot\alpha}\sigma^n_{\beta\dot\beta} &= 2[(\sigma^{nm}\epsilon)_{\alpha\beta}\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta} + (\epsilon\bar\sigma^{nm})_{\dot\alpha\dot\beta}\epsilon_{\alpha\beta}] \\ \sigma^n_{\alpha\dot\alpha}\sigma^m_{\beta\dot\beta} + \sigma^m_{\alpha\dot\alpha}\sigma^n_{\beta\dot\beta} &= -g^{nm}\epsilon_{\alpha\beta}\epsilon_{\dot\alpha\dot\beta} + 4(\sigma^{\ell n}\epsilon)_{\alpha\beta}(\epsilon\bar\sigma^{\ell m})_{\dot\alpha\dot\beta} \,. \end{aligned} \tag{A.17}$$

Z równania (A.11) możemy łatwo otrzymać relacje pomiędzy dwukomponentowymi a czterokomponentowymi spinorami. Możemy je zapisać przez macierze Diraca γ.

$$\gamma^m = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^m \\ \bar\sigma^m & 0 \end{pmatrix} \,. \tag{A.18}$$

Nazywamy ją bazową reprezentacją Weyla. Jeżeli zapiszemy w tej reprezentacji spinory Diraca, otrzymujemy dwa spinory Weya:

$$\Psi_D = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \bar\psi^{\dot\alpha} \end{pmatrix} \,, \tag{A.19}$$

Podczas gdy reprezentacja Majorany zawiera tylko jeden spinor Weya:

$$\Psi_M = \begin{pmatrix} \chi_\alpha \\ \bar{\chi}^{\dot{\alpha}} \end{pmatrix} . \tag{A.20}$$

W pracy stosowaliśmy konwencję sumacyjną:

$$\begin{aligned} \psi\chi &= \psi^\alpha\chi_\alpha = -\psi_\alpha\chi^\alpha = \chi^\alpha\psi_\alpha = \chi\psi \\ \bar{\psi}\bar{\chi} &= \bar{\psi}_{\dot{\alpha}}\bar{\chi}^{\dot{\alpha}} = -\bar{\psi}^{\dot{\alpha}}\bar{\chi}_{\dot{\alpha}} = \bar{\chi}_{\dot{\alpha}}\bar{\psi}^{\dot{\alpha}} = \bar{\chi}\bar{\psi} . \end{aligned} \tag{A.21}$$

gdzie należy pamiętać, że spinory antykomutują. Definicja $\bar{\psi}\bar{\chi}$ jest dana przez:

$$(\chi\psi)^\dagger = (\chi^\alpha\psi_\alpha)^\dagger = \bar{\psi}_{\dot{\alpha}}\bar{\chi}^{\dot{\alpha}} = \bar{\chi}\bar{\psi} . \tag{A.22}$$

A.2 Grupa Poincaré

Genaratorami grupy Poincaré są :

- P_μ , 4 generatory – wektory
- $M_{\mu\nu}$, 6 antysymetryczne generatory – tensory

Algebra generatorów:

$$\begin{aligned} [P_\mu, P_\nu] &= 0 \\ [P_\mu, M_{\rho\sigma}] &= (-i)\,(\eta_{\mu\rho}P_\sigma - \eta_{\mu\sigma}P_\rho) \\ [M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] &= (-i)\,(\eta_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - \eta_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} - \eta_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} + \eta_{\mu\sigma}M_{\nu\rho}) \end{aligned} \tag{A.23}$$

Operatory Casimira dla grupy Poincaré:

1. $P_\mu P^\mu =: P^2$
2. $W_\mu W^\mu =: W^2$, gdzie W^μ jest wektorem Pauli–Lubańskiego (relatywistyczne uogólnienie wektora spinu): $W^\mu := \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}P_\nu M_{\rho\sigma}$

gdzie $m^2 = -P^2 \neq 0$
w układzie spoczynkowym:

$$\begin{aligned} P_\mu &= (m, \vec{0}) \\ W^2 = -m^2\vec{J}^2 \quad &, \quad \vec{J} = (M_{23}, M_{31}, M_{12}) \\ & \quad\;\; \vec{J}^2 = s(s+1) \end{aligned} \tag{A.24}$$

A.3 Transformacja Poincaré

Jest sumą półprostą grupy Lorentza i grupy translacji:

$$x^\mu \;\rightarrow\; x^{'\mu} = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu + a^\nu \tag{A.25}$$

Gdzie $\Lambda^\mu{}_\nu$ daje nam Transformację Lorentza , a^ν to translacja (*speace–time translation*)

A.4 Superprzestrzeń

Ruch jest generowany przez operatory różniczkowe Q , $\bar{Q}$:

$$\xi Q + \bar{\xi}\bar{Q} = \xi^\alpha \left(\frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}{}^m\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_m \right) + \bar{\xi}_{\dot{\alpha}} \left(\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot{\beta}}{}^m\epsilon^{\dot{\beta}\dot{\alpha}}\partial_m \right) \tag{A.26}$$

zastosowano tutaj zapis Q oraz $\bar{Q}$ dla operatorów różniczkowych, utożsamiający je z genaratorami grupy, ponieważ operatory te rzeczywiście reprezentują infintyzymalne działanie grupowe w przestrzeni parametrów:

$$\begin{aligned} \{Q_\alpha, \bar{Q}_{\dot\alpha}\} &= 2i\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m \partial_m \\ \{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot\alpha}, \bar{Q}_{\dot\beta}\} &= 0 \end{aligned} \tag{A.27}$$

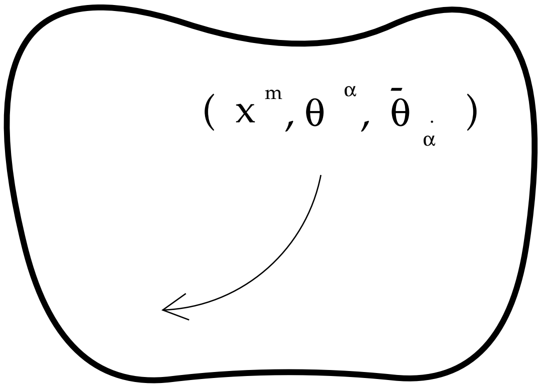
Powyższa obserwacja nasuwa pomysł rozszerzenia zwykłej przestrzenii konfiguracyjnej do superprzestrzeni gdzie supersymetria jest translacją wspołrzędnych:

$$x^m \longmapsto z = (x^m, \theta, \bar\theta) \tag{A.28}$$

W szczegółach wygląda to następująco: Pomnóżmy dwa elementy grupowe

$$\begin{array}{lll} G(0,\xi,\bar\xi) & G(x,\theta,\bar\theta) = & e^{i[P_m(x^m + i\theta\sigma^m\bar\xi - i\xi\sigma^m\bar\theta)]} \\ & & e^{i[(\theta+\xi)Q + (\bar\theta+\bar\xi)\bar Q]} \\ \Uparrow & \Uparrow & \Uparrow \\ \text{SUSY} & \text{SUSY} + & \text{SUSY z inną} \\ & \text{translacja} & \text{z translacją} \end{array}$$

gdzie bazą (elementami paramertyzującymi) są: zwykła przestrzeń konfiguracyjna + 2 elementy antykomutujące. i stąd mamy naturalną drogę do superprzestrzeni: $(x^m, \theta_\alpha, \bar\theta^{\dot\alpha})$



$$SUSY \Rightarrow \begin{cases} x^m \to x^m + i(\theta\sigma^m\bar\xi - \xi\sigma^m\bar\theta) \\ \theta \to \theta + \xi \\ \bar\theta \to \bar\theta + \bar\xi \end{cases} \tag{A.29}$$

Szukamy generatorow translacji – jawnej reprezentacji operatorów Q , $\bar{Q}$ oraz P_m to :

$$\begin{aligned} e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} x^m &= x^m + i(\theta\sigma^m\bar\xi - \xi\sigma^m\bar\theta) \\ e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \theta_\alpha &= Q_\alpha + \xi_\alpha \\ e^{\xi Q + \bar\xi\bar Q} \bar\theta_{\dot\alpha} &= \bar Q_{\dot\alpha} + \bar\xi_{\dot\alpha} \end{aligned} \tag{A.30}$$

Lewe mnożenie

$$\begin{cases} Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m \bar\theta^{\dot\alpha}\partial_m \\ \bar Q^{\dot\alpha} = \frac{\partial}{\partial\bar\theta_{\dot\alpha}} + i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot\beta}{}^m \epsilon^{\dot\beta\dot\alpha}\partial_m \\ P_m = i\partial_m \end{cases} \tag{A.31}$$

Należy tu zwrócić uwagę na fakt, że $P_m = i\partial_m$ ma zmieniony znak w stosunku do standardowo stosowanego. Przy czym:

$$\{Q_\alpha, \bar Q_{\dot\alpha}\} = 2\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m (i\partial_m) \tag{A.32}$$

Prawe mnożenie

Działając z prawej strony :

$$x^m e^{\overleftarrow{\xi Q + \bar\xi \bar Q}} = \ldots \tag{A.33}$$

jest realizowane poprzez generatory:

$$\begin{cases} D_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m\bar\theta^{\dot\alpha}\partial_m \\ \bar D_{\dot\alpha} = -\frac{\partial}{\partial\bar\theta_{\dot\alpha}} - i\theta^\alpha\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m\partial_m \\ P_m = -i\partial_m \end{cases} \tag{A.34}$$

Przy takiej definicji D and $\bar D$ spełniają antykomutacyjne relacje:

$$\begin{aligned} \{D_\alpha, \bar D_{\dot\alpha}\} &= -2i\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m\partial_m \\ \{D_\alpha, D_\beta\} = \{\bar D_{\dot\alpha}, \bar D_{\dot\beta}\} &= 0 \end{aligned} \tag{A.35}$$

gdzie D oraz Q antykomutują

$$\{D_\alpha, Q_\beta\} = \{D_\alpha, \bar Q_{\dot\beta}\} = \{\bar D_{\dot\alpha}, Q_\beta\} = \{\bar D_{\dot\alpha}, \bar Q_{\dot\beta}\} = 0 \tag{A.36}$$

Obiekty D_α , $\bar D_{\dot\alpha}$ nazywamy supersymetrycznymi pochodnymi kowariantnymi.

A.5 Własności superpól

A.5.1 Superpole skalarne – zwane superpolami chiralnymi

Skalarne superpole, jest zdefiniowane warunkiem:

Definicja: superpole skalarne

$$\bar D_{\dot\alpha}\Phi = 0 \tag{A.37}$$

To równanie można w miarę prosto rozwiązać, stosując: $y^m = x^m + i\theta\sigma^m\bar\theta$ oraz θ

$$\bar D_{\dot\alpha}\left(x^m + i\theta\sigma^m\bar\theta\right) = 0 \quad , \quad \bar D_{\dot\alpha}\theta = 0 \tag{A.38}$$

To funkcja od tych zmiennych spełniająca warunek (1.29) , będąca jednocześnie najbardziej ogólnym rozwiązaniem (1.29) ma postać

$$\begin{aligned} \Phi &= A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta\theta F(y) \\ &= A(x) + i\theta\sigma^m\bar\theta\partial_m A(x) + \frac{1}{4}\theta\theta\bar\theta\bar\theta\Box A(x) \\ &\quad + \sqrt{2}\theta\psi(x) - \frac{i}{\sqrt{2}}\theta\theta\partial_m\psi(x)\sigma^m\bar\theta + \theta\theta F(x) \end{aligned} \tag{A.39}$$

A.5.2 Chiralne superpola

Zdefiniujmy superpole chiralne , lecz zanim do tego dojdziemy , zatrzymamy sie na chwilę i omówimy "rzutowne" , gdyż to doprowadzi nas do definicji superpola chiralnego.

Rzutowanie : nakładanie więzów na superpole, będziemy wyrzutowywali część pól z multipletu. W ogólnym multiplecie znajdują się mniejsze multiplety które znajdujemy przez wyrzutowanie ogólnego multipletu. Rzutowanie uzyskujemy poprzez nakładanie więzów. A wiemy, że w przypadku lewego mnożenia (A.31)

$$\{Q_\alpha, \bar Q_{\dot\alpha}\} = 2\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m(i\partial_m) \tag{A.40}$$

oraz dla prawego mnożenia zgodnie ze wzorem A.35 otrzymujemy:

$$\begin{aligned} \{D_\alpha, \bar D_{\dot\alpha}\} &= -2i\sigma_{\alpha\dot\alpha}{}^m\partial_m \\ \{D_\alpha, D_\beta\} = \{\bar D_{\dot\alpha}, \bar D_{\dot\beta}\} &= 0 \end{aligned} \tag{A.41}$$

a $\{D_\alpha, D_\beta\}$... anihilują jak pochodne , to mamy superpochodne , a one się bardzo dobrze nadają do rzutowania. A superpole chiralne definiujemy właśnie poprzez rzutowanie.

Definicja: superpole chiralne

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}F = 0 \tag{A.42}$$

Co definiuje nam 3 pola - skalarne i fermionowe , nie narzucając innych wiezów, są to **superpola chiralne**

Definicja: superpole antychiralne

Analogicznie definiujemy superpole antychiralne:

$$D_{\alpha}F = 0 \tag{A.43}$$

Powracamy do superpola chiralnego. Zobaczymy to to przykładzie:
Możemy zauważyć, że :

$$\bar{D}_{\dot{\alpha}}\theta^{\alpha} = 0 \tag{A.44}$$

to jesli zdefiniujemy

$$y^m := x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta} \tag{A.45}$$

to wówczas:

$$\begin{aligned} \bar{D}_{\dot{\alpha}}y^m &= -i\theta^{\alpha}\sigma^n{}_{\alpha\dot{\alpha}}\partial_n x^m - \bar{\partial}_{\dot{\alpha}}\left(i\theta^{\beta}\sigma^m{}_{\beta\dot{\beta}}\bar{\theta}^{\dot{\beta}}\right) \\ &= -i\theta^{\alpha}\sigma^m{}_{\alpha\dot{\alpha}} + i\theta^{\beta}\sigma^m{}_{\beta\dot{\beta}}\delta_{\dot{\alpha}}{}^{\dot{\beta}} \\ &= -i\theta^{\alpha}\sigma^m{}_{\alpha\dot{\alpha}} + i\theta^{\beta}\sigma^m{}_{\beta\dot{\alpha}} \\ &= 0 \end{aligned} \tag{A.46}$$

A to oznacza, że dowolna funcja zależna od y^m , θ jest chiralna.
Chcemy uzyskać pełny zbiór superpól chiralnych . Twierdzimy, iż można pokazać, że rozkładając w szereg względem θ funkcję:

$$\phi(y,\theta) = A(y) + \sqrt{2}\theta\phi + \theta^2 F(y) \tag{A.47}$$

otrzymujemy wyczerpujący zbiór superpól chiralnych. Przy czym:

$$\delta_{\xi}A =: \sqrt{2}\xi\phi \tag{A.48}$$

to pole ϕ transformuje się do pól tensorowych o wiekszym wymiarze, poprzez różniczkowanie pola A.

$$\delta_{\xi}\phi =: i\sqrt{2}\sigma_m\bar{\xi}\partial_m A + \sqrt{2}\xi F \tag{A.49}$$

$$\delta_{\xi}F =: i\sqrt{2}\bar{\xi}\bar{\sigma}^m\partial_m\phi \tag{A.50}$$

Uwaga: najwyższa składowa przekształca się w pochodną.
Transformujemy ładunki i pochodne : to skoro:

$$y^m := x^m + i\theta\sigma^m\bar{\theta} \tag{A.51}$$

to :

$$\frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}} \longrightarrow \frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}} + \frac{\partial y^m}{\partial\theta^{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^m} \tag{A.52}$$

$$\frac{\partial y^m}{\partial \theta^\alpha} = i\sigma^m{}_{\alpha\dot\beta}\bar\theta^{\dot\beta} \tag{A.53}$$

$$\begin{aligned} Q_\alpha &\longrightarrow \partial_\alpha \\ \bar Q_{\dot\alpha} &\longrightarrow -\bar\partial_{\dot\alpha} + 2i\sigma^m{}_{\alpha\dot\alpha}\theta^\alpha \frac{\partial}{\partial y^m} \\ D_\alpha &\longrightarrow \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + 2i\sigma^m{}_{\alpha\dot\alpha}\bar\theta^{\dot\alpha}\frac{\partial}{\partial y^m} \\ \bar D_{\dot\alpha} &\longrightarrow -\frac{\partial}{\partial\bar\theta^{\dot\alpha}} \end{aligned} \tag{A.54}$$

Dodatek B

B.1 Pierwsza pochodna: $\partial_m V$ oraz $\partial_{\bar{n}} V$

Korzystam ze wzoru (3.1):

$$V = M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} (\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \tag{B.1}$$

B.1.1 Pochodna – $\partial_m V$

$$\begin{aligned}
\partial_m V = V_m &= M_p^2 G_m e^{\frac{G}{M_p^2}} (\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3) \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} [\partial_m g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} + g^{i\bar{j}} \partial_m G_i G_{\bar{j}} + g^{i\bar{j}} G_i \partial_m G_{\bar{j}}] \\
&+ g^2 D D_m
\end{aligned} \tag{B.2}$$

$$\begin{aligned}
V_m &= \frac{1}{M_p^2} G_m \left(M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} (\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) - \frac{1}{M_p^2} G_m \frac{1}{2} g^2 D^2 \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} [g_{l\bar{j}} \partial_m g^{i\bar{j}} G_i G^l + G^i \partial_m G_i + g^{i\bar{j}} g_{m\bar{j}} G_i] \\
&+ g^2 D D_m
\end{aligned} \tag{B.3}$$

Zmieniając wskaźniki z $G^i \partial_m G_i \longrightarrow G^l \partial_m G_l$, dążymy do uproszczenia wzoru.

$$\begin{aligned}
V_m &= \frac{1}{M_p^2} G_m V - \frac{1}{M_p^2} G_m \frac{1}{2} g^2 D^2 \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} [(\partial_m G_l - \Gamma^i_{ml} G_i) G^l + \delta^i_m G_i] \\
&+ g^2 D D_m
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
V_m &= \frac{1}{M_p^2} G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} [(\nabla_m G_l) G^l + G_m] \\
&+ g^2 D D_m
\end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
V_m &= \frac{1}{M_p^2} G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\
&+ g^2 D D_m
\end{aligned} \tag{B.6}$$

B.1.2 Pochodna – $\partial_{\bar{n}} V$

Podobnie jak $\partial_m V$ otrzymujemy $\partial_{\bar{n}} V$

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}} &= \frac{1}{M_p^2} G_{\bar{n}} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) \\ &+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} + G_{\bar{n}} \right) \\ &+ g^2 D D_{\bar{n}} \end{aligned} \tag{B.7}$$

Aby nie powtarzać powyższych rachunków dokonujemy sprzężenia zespolonego V_m i otrzymujemy $V_{\bar{n}}$.

B.2 Druga pochodna

B.2.1 $\partial_{\bar{n}} \partial_m V$

Krzystamy ze wzoru 3.12

$$\begin{aligned} \partial_{\bar{n}} V_m &= \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{n}} G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar{n}} V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ &+ G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\ &+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left((\partial_{\bar{n}} G^l) \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + \partial_{\bar{n}} G_m \right) \\ &+ g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n} m} \end{aligned} \tag{B.8}$$

stosując 3.32

$$\begin{aligned} V_{\bar{n} m} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + g_{\bar{n} m} \right) \\ &+ G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\ &+ \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n} m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar{n}} V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ &+ g^2 D_{\bar{n}} D_m + g^2 D D_{\bar{n} m} \end{aligned} \tag{B.9}$$

B.2.2 $\partial_n \partial_m V$

Korzystam ze wzoru 3.12:

$$\begin{aligned} \partial_n V_m &= \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_n V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_n \\ &+ G_n e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\ &+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left((\partial_n G^l) \nabla_m G_l + G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_n G_m \right) \\ &+ g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{B.10}$$

$$\begin{aligned} V_{nm} &= + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_n \nabla_m G_l + \partial_n G_m \right) \\ &+ G_n e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m \right) \\ &+ \frac{1}{M_p^2} \partial_n G_m \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_n V - \frac{1}{M_p^2} G_m g^2 D D_n \\ &+ g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{B.11}$$

B.2.3 $\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{m}}V$

Korzystam ze wzoru 3.13:

$$\begin{aligned}
\partial_{\bar{m}}V_{\bar{n}} \quad = \quad & \frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar{m}}G_{\bar{n}}\left(V-\frac{1}{2}g^2D^2\right)+\frac{1}{M_p^2}G_{\bar{n}}\partial_{\bar{m}}V-\frac{1}{M_p^2}G_{\bar{n}}g^2DD_{\bar{m}} \\
& +G_{\bar{m}}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^{\bar{l}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{l}}+G_{\bar{n}}\right) \\
& +M_p^2e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_{\bar{m}}G^{\bar{l}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{l}}+G^{\bar{l}}\partial_{\bar{m}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{l}}+\partial_{\bar{m}}G_{\bar{n}}\right) \\
& +g^2DD_{\bar{n}\bar{m}}+g^2D_{\bar{m}}D_{\bar{n}}
\end{aligned} \tag{B.12}$$

$$\begin{aligned}
V_{\bar{n}\bar{m}} \quad = \quad & M_p^2e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_{\bar{m}}G^{\bar{l}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{l}}+G^{\bar{l}}\partial_{\bar{m}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{l}}+\partial_{\bar{m}}G_{\bar{n}}\right) \\
& +G_{\bar{m}}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^{\bar{l}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{l}}+G_{\bar{n}}\right) \\
& \frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar{m}}G_{\bar{n}}\left(V-\frac{1}{2}g^2D^2\right)+\frac{1}{M_p^2}G_{\bar{n}}\partial_{\bar{m}}V-\frac{1}{M_p^2}G_{\bar{n}}g^2DD_{\bar{m}} \\
& +g^2DD_{\bar{n}\bar{m}}+g^2D_{\bar{m}}D_{\bar{n}}
\end{aligned} \tag{B.13}$$

B.3 Trzecia pochodna:

B.3.1 $\partial_q\partial_m\partial_nV$

Korzystam z wzoru 3.15:

$$\begin{aligned}
\partial_qV_{nm} \quad = \quad & G_qe^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_nG^l\nabla_mG_l+G^l\partial_n\nabla_mG_l+\partial_nG_m\right) \\
& +M_p^2e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_q\partial_nG^l\nabla_mG_l+\partial_nG^l\partial_q\nabla_mG_l\right. \\
& \qquad \left.+\ \partial_qG^l\partial_n\nabla_mG_l+G^l\partial_n\partial_q\nabla_mG_l+\partial_q\partial_nG_m\right] \\
& +\partial_qG_ne^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_mG_l+G_m\right) \\
& +\frac{1}{M_p^2}G_nG_qe^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_mG_l+G_m\right) \\
& +G_ne^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_qG^l\nabla_mG_l+G^l\partial_q\nabla_mG_l+\partial_qG_m\right) \\
& +\frac{1}{M_p^2}\partial_q\partial_nG_m\left(V-\frac{1}{2}g^2D^2\right)+\frac{1}{M_p^2}\partial_nG_m\partial_qV-\frac{1}{M_p^2}\partial_nG_mg^2DD_q \\
& +\frac{1}{M_p^2}\partial_qG_mV_n+\frac{1}{M_p^2}G_m\partial_qV_n \\
& -\frac{1}{M_p^2}\partial_qG_mg^2DD_n-\frac{1}{M_p^2}G_mg^2D_qD_n-\frac{1}{M_p^2}G_mg^2DD_{nq} \\
& +g^2D_{qn}D_m+g^2D_nD_{qm}+g^2D_qD_{nm}+g^2DD_{qnm}
\end{aligned} \tag{B.14}$$

B.3.2 $\partial_{\bar{q}}\partial_m\partial_{\bar{n}}V$

Korzystam ze wzoru 3.14:

$$\begin{aligned}
\partial_{\bar{q}}V_{\bar{n}m} \quad = \quad & G_{\bar{q}}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_mG_l+G^l\partial_{\bar{n}}\nabla_mG_l+g_{\bar{n}m}\right) \\
& M_p^2e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_mG_l+\nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_mG_l\right. \\
& \qquad \left.+\partial_{\bar{q}}G^l\partial_{\bar{n}}\nabla_mG_l+G^l\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\nabla_mG_l+\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m}\right]
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+\partial_{\bar q}G_{\bar n}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_m G_l+G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}G_{\bar n}G_{\bar q}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_m G_l+G_m\right)\\
&+G_{\bar n}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_{\bar q}G^l\nabla_m G_l+G^l\partial_{\bar q}\nabla_m G_l+\partial_{\bar q}G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q}g_{\bar n m}\left(V-\frac{1}{2}g^2D^2\right)+\frac{1}{M_p^2}g_{\bar n m}\partial_{\bar q}V-\frac{1}{M_p^2}g_{\bar n m}\frac{1}{2}g^2DD_q\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q}G_m V_{\bar n}+\frac{1}{M_p^2}G_m\partial_{\bar q}V_{\bar n}\\
&-\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q}G_m g^2DD_{\bar n}-\frac{1}{M_p^2}G_m g^2D_{\bar q}D_{\bar n}-\frac{1}{M_p^2}G_m g^2DD_{\bar n\bar q}\\
&+g^2D_{\bar n\bar q}D_m+g^2D_{\bar n}D_{m\bar q}+g^2D_{\bar q}D_{\bar n m}+g^2DD_{\bar q\bar n m}
\end{aligned}
\tag{B.15}
$$

Stosując 3.32 $\partial_{\bar q}G^l\nabla_m G_l \longrightarrow \nabla_{\bar q}G^l\nabla_m G_l$ oraz 3.21 $\partial_{\bar q}G_m \longrightarrow g_{\bar q m}$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar q\bar n m} \;=\;& G_{\bar q}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar n}G^l\nabla_m G_l+G^l\partial_{\bar n}\nabla_m G_l+g_{\bar n m}\right)\\
& M_p^2e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_{\bar q}\nabla_{\bar n}G^l\nabla_m G_l+\nabla_{\bar n}G^l\partial_{\bar q}\nabla_m G_l\right.\\
&\qquad\left.+\nabla_{\bar q}G^l\partial_{\bar n}\nabla_m G_l+G^l\partial_{\bar q}\partial_{\bar n}\nabla_m G_l+\partial_{\bar q}g_{\bar n m}\right]\\
&+\partial_{\bar q}G_{\bar n}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_m G_l+G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}G_{\bar n}G_{\bar q}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_m G_l+G_m\right)\\
&+G_{\bar n}e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\nabla_{\bar q}G^l\nabla_m G_l+G^l\partial_{\bar q}\nabla_m G_l+g_{\bar q_m}\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q}g_{\bar n m}\left(V-\frac{1}{2}g^2D^2\right)+\frac{1}{M_p^2}g_{\bar n m}\partial_{\bar q}V-\frac{1}{M_p^2}g_{\bar n m}\frac{1}{2}g^2DD_q\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q}G_m V_{\bar n}+\frac{1}{M_p^2}G_m\partial_{\bar q}V_{\bar n}\\
&-\frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar q}G_m g^2DD_{\bar n}-\frac{1}{M_p^2}G_m g^2D_{\bar q}D_{\bar n}-\frac{1}{M_p^2}G_m g^2DD_{\bar n\bar q}\\
&+g^2D_{\bar n\bar q}D_m+g^2D_{\bar n}D_{m\bar q}+g^2D_{\bar q}D_{\bar n m}+g^2DD_{\bar q\bar n m}
\end{aligned}
\tag{B.16}
$$

B.4 Własności V_{nm}

Szczegółowe obliczenia warunków, omówionych w rozdziałach 3.8.1 oraz 3.8.2, narzuconych na V_{nm}.

B.4.1 V_{nm} w 1. przypadku

Przypadek przedstawiony w rozdziale 3.8.1

$$
\begin{cases}
\partial_m V=\partial_n V=0 \Rightarrow \begin{cases}\xi=const.\\ \phi^i=0\end{cases}\\
\partial_m G=\partial_n G=0
\end{cases}
\tag{B.17}
$$

Korzystamy ze wzoru (3.15):

$$
\begin{aligned}
V_{nm} \;=\;& +M_p^2e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_n G^l\nabla_m G_l+G^l\partial_n\nabla_m G_l+\partial_n G_m\right)\\
&+G_n e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(G^l\nabla_m G_l+G_m\right)\\
&+\frac{1}{M_p^2}\partial_n G_m\left(V-\frac{1}{2}g^2D^2\right)+\frac{1}{M_p^2}G_m\partial_n V-\frac{1}{M_p^2}G_m g^2DD_n\\
&+g^2D_nD_m+g^2DD_{nm}
\end{aligned}
\tag{B.18}
$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_m V = \partial_n V = 0 \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{array} \right. \tag{B.19}$$

$$\begin{aligned} V_{nm} &= +M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l + +\partial_n G_m\right) \\ &+\frac{1}{M_p^2}\partial_n G_m \left(V - \frac{1}{2}g^2 D^2\right) \\ &+g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{B.20}$$

Korzystając z jawnej postaci potencjału, wzór: (3.1), rozpisuję człon $\left(V - \frac{1}{2}g^2 D^2\right)$

$$\begin{aligned} V_{nm} &= +M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G_m\right) \\ &+\frac{1}{M_p^2}\partial_n G_m \left(M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3\right)\right) \\ &+g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{B.21}$$

$$\begin{aligned} V_{nm} &= +M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m \\ &-3M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m \\ &+g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{B.22}$$

$$\begin{aligned} V_{nm} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m \\ &+M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \\ &+g^2 D_n D_m + g^2 D D_{nm} \end{aligned} \tag{B.23}$$

pamiętając, że :

$$\partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \tag{B.24}$$

dokładniejsze wyprowadzenie zawierają wzory znajdujące się w rozdziale 3.9, udowadniające dlaczego pochodne D –termów zerują się w obecności w.w. warunków.
Więc otrzymujemy:

$$V_{nm} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{B.25}$$

Podsumowując, jeżeli nałożymy warunki:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{array} \right. \tag{B.26}$$

$$V_{nm} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{B.27}$$

B.4.2 V_{nm} w 2. przypadku

Obliczenia dotyczące 2. przypadku (który jest omówiony w rozdziale 3.8.2)

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \\ V = 0 \end{array} \right. \tag{B.28}$$

$$\begin{aligned} V &= 0 \\ 0 &= M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3\right) + \frac{1}{2}g^2 D^2 \\ 0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2}g^2 D^2 \end{aligned} \tag{B.29}$$

A znając jawną postać D –termów wzór (3.39) z warunkami powyżej, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} 0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 \xi^2 \\ 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} &= \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{aligned} \tag{B.30}$$

to:

$$V_{nm} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{B.31}$$

a warunek (3.38) prowadzi do rowności $2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2$ która pozwala na modyfikację pierwszego wyrazu prowadząca do następującej postaci końcowej wzoru:

$$V_{nm} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{B.32}$$

Podsumowując: jeżeli nałożymy warunki:

$$\begin{cases} \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \\ V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{cases} \tag{B.33}$$

$$V_{nm} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{B.34}$$

B.5 Własności $V_{\bar{n}\bar{m}}$

Szczegółowe obliczenia warunków, omówionych w rozdzialach 3.8.1 oraz 3.8.2, narzuconych na $V_{\bar{n}\bar{m}}$.

B.5.1 $V_{\bar{n}\bar{m}}$ w 1. przypadku

Przypadek przedstawiony w rozdziale 3.8.1

$$\begin{cases} \partial_{\bar{m}} V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_{\bar{m}} G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \end{cases} \tag{B.35}$$

Korzystając ze wzoru (3.16):

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}\bar{m}} = {} & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} + G^{\bar{l}} \partial_{\bar{m}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} + \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}}\right) \\ & + G_{\bar{m}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} + G_{\bar{n}}\right) \\ & \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} G_{\bar{n}} \partial_{\bar{m}} V - \frac{1}{M_p^2} G_{\bar{n}} g^2 D D_{\bar{m}} \\ & + g^2 D D_{\bar{n}\bar{m}} + g^2 D_{\bar{m}} D_{\bar{n}} \end{aligned} \tag{B.36}$$

$$\begin{cases} \partial_{\bar{m}} V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \\ \partial_{\bar{m}} G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \end{cases} \tag{B.37}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}\bar{m}} = {} & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} + + \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}}\right) \\ & \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) \\ & + g^2 D D_{\bar{n}\bar{m}} + g^2 D_{\bar{m}} D_{\bar{n}} \end{aligned} \tag{B.38}$$

Korzystając z jawnej postaci potencjału, wzór (3.1), rozpisujemy wyraz $\left(V - \frac{1}{2}g^2D^2\right)$

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}\bar{m}} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} + +\partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}}\right) \\ & \frac{1}{M_p^2}\partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} \left(M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} (\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3)\right) \\ & +g^2 D D_{\bar{n}\bar{m}} + g^2 D_{\bar{m}} D_{\bar{n}} \end{aligned} \tag{B.39}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}\bar{m}} &= M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} +\right) + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} \\ & -3M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} \\ & +g^2 D D_{\bar{n}\bar{m}} + g^2 D_{\bar{m}} D_{\bar{n}} \end{aligned} \tag{B.40}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{n}\bar{m}} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} \\ & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}} +\right) \\ & +g^2 D D_{\bar{n}\bar{m}} + g^2 D_{\bar{m}} D_{\bar{n}} \end{aligned} \tag{B.41}$$

pamietając, że :

$$\partial_{\bar{m}} V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \tag{B.42}$$

dokłdniejsze wyprowadzenie zawierają wzory znajdujące się w rozdziale 3.9, udowadniające dlaczego pochodne D -termów zerują się w obecności w.w. warunków.
Więc otrzymujemy:

$$V_{\bar{n}\bar{m}} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}}\right) \tag{B.43}$$

Podsumowując: jeśli nałożymy warunki:

$$\begin{cases} \partial_{\bar{m}} V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_{\bar{m}} G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \end{cases} \tag{B.44}$$

$$V_{\bar{n}\bar{m}} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}}\right) \tag{B.45}$$

B.5.2 $V_{\bar{n}\bar{m}}$ w 2. przypadku

Obliczenia dotyczące 2. przypadku (który jest omówiony w rozdziale 3.8.2)

$$\begin{cases} \partial_{\bar{m}} V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_{\bar{m}} G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\ V = 0 \end{cases} \tag{B.46}$$

$$\begin{aligned} V &= 0 \\ 0 &= M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} (\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \\ 0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 D^2 \end{aligned} \tag{B.47}$$

A znając jawną postać D-tremów, wzór (3.39), z warunkami powyżej, otrzymujemy:

$$\begin{aligned} 0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 \xi^2 \\ 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} &= \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{aligned} \tag{B.48}$$

to :

$$V_{\bar{n}\bar{m}} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}}\right) \tag{B.49}$$

a warunek (3.38) prowadzi do równości $2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2$ która pozwala na modyfikację pierwszego wyrazu prowadzącą do nastepującej postaci końcowej wzoru:

$$V_{\bar{n}\bar{m}} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}}\right) \tag{B.50}$$

Podsumowując: jeżeli nałożymy warunki

$$\begin{cases} \partial_{\bar{m}} V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_{\bar{m}} G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \\ V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \end{cases} \tag{B.51}$$

$$V_{\bar{n}\bar{m}} = -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_{\bar{m}} G_{\bar{n}} M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\partial_{\bar{m}} G^{\bar{l}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{l}}\right) \tag{B.52}$$

B.6 Własności $V_{\bar{q}\bar{n}m}$

Podobnie odczytuje się własności dla pozostałych trzecich pochodnych V_{qnm} (3.17), $V_{\bar{q}\bar{n}\bar{m}}$ które wynoszą.

B.6.1 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w 1. przypadku

$$\begin{cases} \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} V = \partial_m V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_{\bar{q}} G = \partial_{\bar{n}} G = \partial_m G = 0 \end{cases} \tag{B.53}$$

Korzystam ze wzoru 3.18:

$$\begin{aligned} V_{\bar{q}\bar{n}m} = {} & G_{\bar{q}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + g_{\bar{n}m}\right) \\ & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\ & \qquad \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m}\right] \\ & + \partial_{\bar{q}} G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\ & + \frac{1}{M_p^2} G_{\bar{n}} G_{\bar{q}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(G^l \nabla_m G_l + G_m\right) \\ & + G_{\bar{n}} e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{q}} G^l \nabla_m G_l + G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l + g_{\bar{q}_m}\right) \\ & + \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right) + \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \partial_{\bar{q}} V - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \frac{1}{2} g^2 D D_q \\ & + \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m V_{\bar{n}} + \frac{1}{M_p^2} G_m \partial_{\bar{q}} V_{\bar{n}} \\ & - \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ & + g^2 D_{\bar{n}\bar{q}} D_m + g^2 D_{\bar{n}} D_{m\bar{q}} + g^2 D_{\bar{q}} D_{\bar{n}m} + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m} \end{aligned} \tag{B.54}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} V = \partial_m V = 0 \\ \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} G = \partial_m G = 0 \end{array} \right. \tag{B.55}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{q}\bar{n}m} \;=\;& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\ & \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \right] \\ & + \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2 \right) - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \frac{1}{2} g^2 D D_q \\ & - \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ & + g^2 D_{\bar{n}\bar{q}} D_m + g^2 D_{\bar{n}} D_{m\bar{q}} + g^2 D_{\bar{q}} D_{\bar{n}m} + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m} \end{aligned} \tag{B.56}$$

Korzystając z jawnej postaci potencjału, wzór: 3.1, rozpisujemy wyraz $\left(V - \frac{1}{2} g^2 D^2\right)$

$$\begin{aligned} V_{\bar{q}\bar{n}m} \;=\;& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\ & \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l + \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \right] \\ & + \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \left(M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3 \right) \right) - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \frac{1}{2} g^2 D D_q \\ & - \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ & + g^2 D_{\bar{n}\bar{q}} D_m + g^2 D_{\bar{n}} D_{m\bar{q}} + g^2 D_{\bar{q}} D_{\bar{n}m} + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m} \end{aligned} \tag{B.57}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{q}\bar{n}m} \;=\;& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\ & \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right] + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\ & - 3 M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \frac{1}{2} g^2 D D_q \\ & - \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ & + g^2 D_{\bar{n}\bar{q}} D_m + g^2 D_{\bar{n}} D_{m\bar{q}} + g^2 D_{\bar{q}} D_{\bar{n}m} + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m} \end{aligned} \tag{B.58}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{q}\bar{n}m} \;=\;& -2 M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\ & + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\ & \left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right] \\ & - \frac{1}{M_p^2} g_{\bar{n}m} \frac{1}{2} g^2 D D_q \\ & - \frac{1}{M_p^2} \partial_{\bar{q}} G_m g^2 D D_{\bar{n}} \\ & + g^2 D_{\bar{n}\bar{q}} D_m + g^2 D_{\bar{n}} D_{m\bar{q}} + g^2 D_{\bar{q}} D_{\bar{n}m} + g^2 D D_{\bar{q}\bar{n}m} \end{aligned} \tag{B.59}$$

pamiętając, iż :

$$\partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} V = \partial_m V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \tag{B.60}$$

dokładniejsze wyprowadzenie zawiera rozdział 3.44 oraz rozdział 3.9 podający dowód dlaczego pochodne D -termów równają sie zero.
Tak więc otrzymujemy:

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\
&+ M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
&\left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right]
\end{aligned} \tag{B.61}
$$

Podsumowując: jeżeli nałożymy warunki:

$$
\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} V = \partial_m V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} G = \partial_m G = 0 \end{array} \right. \tag{B.62}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
&\left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right]
\end{aligned} \tag{B.63}
$$

B.6.2 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w 2. przypadku

Przystępując do omawiania drugiego przypadku (3.8.2), znikającej stałej kosmologicznej przypomnimy nałożone więzy:

$$
\left\{ \begin{array}{l} \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_{\bar{q}} V = \partial_{\bar{n}} G = \partial_n G = 0 \\ V = 0 \end{array} \right. \tag{B.64}
$$

$$
\begin{aligned}
V &= 0 \\
0 &= M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\frac{1}{M_p^2} g^{i\bar{j}} G_i G_{\bar{j}} - 3\right) + \frac{1}{2} g^2 D^2 \\
0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 D^2
\end{aligned} \tag{B.65}
$$

A znając jawną postać D-termów wzór (3.39) z warunkami powyżej, otrzymujemy:

$$
\begin{aligned}
0 &= -3M_p^4 e^{\frac{G}{M_p^2}} + \frac{1}{2} g^2 \xi^2 \\
2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} &= \frac{1}{3} \frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2
\end{aligned} \tag{B.66}
$$

to :

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
&\left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right]
\end{aligned} \tag{B.67}
$$

z warunkiem znikającej stałej kosmologicznej $V = 0$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} &= \frac{1}{3} \frac{1}{M_p^2} g^2 \xi^2 \partial_{\bar{q}} g_{\bar{n}m} \\
& M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_{\bar{q}} \nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}} G^l \partial_{\bar{q}} \nabla_m G_l \right. \\
&\left. + \nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \right]
\end{aligned} \tag{B.68}
$$

Podsumowując: jeżeli nałożymy warunki:

$$\left\{\begin{array}{l} \partial_{\bar{q}}V = \partial_{\bar{n}}V = \partial_m V = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array}\right. \\ \partial_{\bar{q}}V = \partial_{\bar{n}}G = \partial_m G = 0 \\ V = 0 \quad \Rightarrow \quad 2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} = \frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2 \end{array}\right. \tag{B.69}$$

$$\begin{aligned} V_{\bar{q}\bar{n}m} \quad = \quad & -\frac{1}{3}\frac{1}{M_p^2}g^2\xi^2\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m} \\ & M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l + \nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l \right. \\ & \left. +\nabla_{\bar{q}}G^l\partial_{\bar{n}}\nabla_m G_l\right] \end{aligned} \tag{B.70}$$

Dodatek C

Model I w szczegółach

Funkcja Kählera

$$G = K + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \tag{C.1}$$

Potencjał Kählera

$$\begin{aligned} K &= \hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\ &+ \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \right] \\ &+ \ldots , \end{aligned} \tag{C.2}$$

Holomorficzny superpotencjał

$$W = \hat{W} + \frac{1}{2} \tilde{\mu}_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{6} \tilde{Y}_{\alpha\beta\gamma} C^\alpha C^\beta C^\gamma + \ldots , \tag{C.3}$$

Zawsze kiedy występuje $\simeq$ będę stosował rozwinięcia :
w potencjale Kählerowskim do wyrazu $Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}}$
w superpotencjale $\tilde{Y}_{\alpha\beta\gamma} C^\alpha C^\beta C^\gamma$
pomijając człony wyższego rzędu tzn.:

$$\begin{aligned} G \simeq & \left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \right. \\ &+ \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \right. \\ &+ \left. \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \right] \\ &+ \left. M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \right) \end{aligned} \tag{C.4}$$

Zawsze kiedy występuje $\leadsto$ będziemy z całego rozwinięcia funkcji Kählera brali tylko rozwinięcia w najniższych potęgach C

C.1 V_{qnm} w Modelu I

Korzystam ze wzoru 3.69 :

$$\left\{ \begin{array}{c} \partial_q V = \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{array} \right. \\ \partial_q G = \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{array} \right. \tag{C.5}$$

$$
\begin{aligned}
V_{qnm} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \partial_q \partial_n G_m \\
&\quad + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left[\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l + \partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l + \partial_q G^l \partial_n \nabla_m G_l \right]
\end{aligned}
\tag{C.6}
$$

to interpretacja poszczególnych członów:

C.1.1 $\partial_q \partial_n G_m$

$$
\begin{aligned}
\partial_q \partial_n G_m &= \partial_q \partial_n \partial_m G \\
&\simeq \partial_q \partial_n \partial_m \left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \right. \\
&\quad + \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta C + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}}{}^{\bar{\gamma}} \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \right] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \right) \\
&\simeq \partial_q \partial_n \partial_m \left(\frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \right) \\
&\simeq Z_{qnm\bar{\delta}} C^q C^n C^m \bar{C}^{\bar{\delta}} + M_p^2 \partial_q \partial_n \partial_m \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.7}
$$

tzn.:

$$
\begin{aligned}
\partial_q \partial_n G_m \simeq & \\
& Z_{qnm\bar{\delta}} C^q C^n C^m \bar{C}^{\bar{\delta}} + M_p^2 \partial_q \partial_n \partial_m \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.8}
$$

C.1.2 $\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l$

$$
\begin{aligned}
\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l &= \partial_q \partial_n (g^{l\bar{k}} G_{\bar{k}}) \nabla_m G_l \\
&= \partial_q \left((\partial_n g^{l\bar{k}}) G_{\bar{k}} \right) \nabla_m G_l + \partial_q \left(g^{l\bar{k}} \partial_n G_{\bar{k}} \right) \nabla_m G_l \\
&= (\partial_q \partial_n g^{l\bar{k}}) G_{\bar{k}} \nabla_m G_l + \partial_n g^{l\bar{k}} \partial_q G_{\bar{k}} \nabla_m G_l \\
&\quad + (\partial_q g^{l\bar{k}}) \partial_n G_{\bar{k}} \nabla_m G_l + g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n G_{\bar{k}} \nabla_m G_l
\end{aligned}
\tag{C.9}
$$

Korzystam z warunku omówionego w DODATEK 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to :

$$
\begin{aligned}
\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n G_{\bar{k}} \partial_m G_l \\
&= g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G
\end{aligned}
\tag{C.10}
$$

$$
g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G
$$

$$
\begin{aligned}
\simeq \; & g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n \partial_{\bar{k}} \\
& \left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \right. \\
& + \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\Big] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
& \partial_m \partial_l \\
& \Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\Big] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\simeq\ & g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n \partial_{\bar{k}} \\
& \Big(\frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}}\Big) \\
& \partial_m \partial_l \\
& \Big(\frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\Big] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\simeq\ & g^{l\bar{k}} \Big(\frac{1}{2} \tilde{K}_{qn\bar{k}\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{qn\bar{k}} + Z_{\alpha qn\bar{k}} C^\alpha\Big) \\
& \Big(\frac{1}{2} \tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\beta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + \Big[Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}} \bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{\alpha ml\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\delta}}\Big] \\
& + \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\simeq\ & \Big(\frac{1}{2} \tilde{K}_{qn}{}^{l}{}_{\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{qn}{}^{l} + Z_{\alpha qn}{}^{l} C^\alpha\Big) \\
& \Big(\frac{1}{2} \tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\beta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}} \bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{\alpha ml\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\rightsquigarrow\ & Z_{qn}{}^{l} Z_{ml} + Z_{qn}{}^{l} \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.11}
$$

tzn:

$$
\begin{aligned}
\partial_q \partial_n G^l \nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}} \partial_q \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G \\
&\rightsquigarrow Z_{qn}{}^{l} Z_{ml} + Z_{qn}{}^{l} \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
$$

C.1.3 $\partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l$

Korzystam z warunku omówionego w DODATEK 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to:

$$
\begin{aligned}
\partial_n G^l \partial_q \nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}} \partial_n G_{\bar{k}} \partial_q \nabla_m G_l \\
&= g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_q \nabla_m \partial_l G \\
&= g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_q \partial_m \partial_l G
\end{aligned}
\tag{C.12}
$$

$$g^{l\bar{k}}\partial_n\partial_{\bar{k}}G\partial_q\partial_m\partial_l G$$

$$\begin{aligned}
&\simeq && g^{l\bar{k}}\partial_n\partial_{\bar{k}}\left(\hat{K}+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right.\\
& && +\left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta}+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right.\\
& && \left.\left.+\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+h.c.\right]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right)\\
& && \partial_q\partial_m\partial_l\left(\hat{K}+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right.\\
& && +\left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta}+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right.\\
& && \left.\left.+\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+h.c.\right]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right)\\
&\simeq && g^{l\bar{k}}\partial_n\partial_{\bar{k}}\left(\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right.\\
& && \left.+\left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}+\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right]\right)\\
& && \partial_q\partial_m\partial_l\left(\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right)\\
&\simeq && g^{l\bar{k}}\left(\tilde{K}_{n\bar{k}}+\tilde{K}_{n\bar{k}\gamma\bar{\delta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\left[Z_{\alpha n\bar{k}}C^{\alpha}+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta n\bar{k}}C^{\alpha}C^{\beta}\right]\right)\\
& && \left(Z_{qml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\partial_q\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right)\\
&\simeq && \left(\tilde{K}_n^l+\tilde{K}_n{}^l{}_{\gamma\bar{\delta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+Z_{\alpha n}{}^lC^{\alpha}+\frac{1}{2}Z^l_{\alpha\beta n}C^{\alpha}C^{\beta}\right)\\
& && \left(Z_{qml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\partial_q\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right)\\
&\rightsquigarrow && \tilde{K}_n^lZ_{qml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\tilde{K}_n^l\partial_q\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned} \tag{C.13}$$

tzn.:

$$\begin{aligned}
\partial_nG^l\partial_q\nabla_mG_l &= g^{l\bar{k}}\partial_n\partial_{\bar{k}}G\partial_q\partial_m\partial_l G\\
&\rightsquigarrow \tilde{K}_n^lZ_{qml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\tilde{K}_n^l\partial_q\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned} \tag{C.14}$$

C.1.4 $\partial_qG^l\partial_n\nabla_mG_l$

Korzystam z warunku omówionego w DODATEK 3.25 tzn.: $\partial_ng^{l\bar{k}}=0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_mG_l=\partial_mG_l$
to:

$$\begin{aligned}
\partial_qG^l\partial_n\nabla_mG_l &= g^{l\bar{k}}\partial_qG_{\bar{k}}\partial_n\nabla_mG_l\\
&= g^{l\bar{k}}\partial_q\partial_{\bar{k}}G\partial_n\partial_m\partial_l G
\end{aligned} \tag{C.15}$$

$$g^{l\bar{k}}\partial_q\partial_{\bar{k}}G\partial_n\partial_m\partial_l G$$

$$
\begin{aligned}
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_q\partial_{\bar{k}}\Big(\hat{K}+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Big[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^\alpha C^\beta+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^\alpha C^\beta\bar{C}^{\bar{\gamma}}\\
&+\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}+h.c.\Big]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)\\
&\partial_n\partial_m\partial_l\Big(\hat{K}+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Big[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^\alpha C^\beta+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^\alpha C^\beta\bar{C}^{\bar{\gamma}}\\
&+\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}+h.c.\Big]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)\\
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_q\partial_{\bar{k}}\Big(+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Big[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^\alpha C^\beta\bar{C}^{\bar{\gamma}}+\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\Big]\Big)\\
&\partial_n\partial_m\partial_l\Big(\frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)\\
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\Big(\tilde{K}_{q\bar{k}}+\tilde{K}_{q\bar{k}\gamma\bar{\delta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}+\Big[Z_{\alpha q\bar{k}}C^\alpha+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta q\bar{k}}C^\alpha C^\beta\Big]\Big)\\
&\Big(Z_{nml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\partial_n\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)\\
\simeq\quad & \Big(\tilde{K}_q^l+\tilde{K}_q{}^l{}_{\gamma\bar{\delta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}+Z^l_{\alpha q}C^\alpha+\frac{1}{2}Z^l_{\alpha\beta q}C^\alpha C^\beta\Big)\\
&\Big(Z_{nml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\partial_n\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big)\\
\rightsquigarrow\quad & \tilde{K}_q^l Z_{nml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\tilde{K}_q^l\partial_n\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.16}
$$

tzn.:

$$
\begin{aligned}
\partial_q G^l\partial_n\nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}}\partial_q\partial_{\bar{k}}G\partial_n\partial_m\partial_l G\\
\rightsquigarrow\quad & \tilde{K}_q^l Z_{nml\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\tilde{K}_q^l\partial_n\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.17}
$$

C.2 $V_{\bar{q}\bar{n}m}$ w Modelu I

Korzystam ze wzoru B.63

$$
\left\{\begin{array}{l}\partial_{\bar{q}}V=\partial_{\bar{n}}V=\partial_m V=0\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}\xi=const.\\ \phi^i=0\end{array}\right.\\ \partial_{\bar{q}}V=\partial_{\bar{n}}G=\partial_m G=0\end{array}\right.
\tag{C.18}
$$

$$
\begin{aligned}
V_{\bar{q}\bar{n}m} &= -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\partial_{\bar{q}}g_{\bar{n}m}\\
&+M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left[\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l+\nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l+\nabla_{\bar{q}}G^l\partial_{\bar{n}}\nabla_m G_l\right]
\end{aligned}
\tag{C.19}
$$

to interpretacja poszczególnych członów:

C.2.1 $\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l$

Korzystam z warunku omówinego w DODATEK B 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to:

$$\begin{aligned} \partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{k}}\nabla_m G_l \\ &= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\nabla_m\partial_l G \\ &= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_m\partial_l G \end{aligned} \tag{C.20}$$

$$g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_m\partial_l G$$

$$\begin{aligned} \simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}\left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\ & + \left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^\alpha C^\beta\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right. \\ & \left.\left. + \ \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\right] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ & \partial_m\partial_l\left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\ & + \left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^\alpha C^\beta\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right. \\ & \left.\left. + \ \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\right] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ \simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}\left(\frac{1}{6}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^\delta + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ & \partial_m\partial_l\left(+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^\alpha\bar{C}^{\bar{\beta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\ & + \left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^\alpha C^\beta\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right. \\ & \left.\left. + \ \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^\alpha C^\beta C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\right] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ \simeq\quad & g^{l\bar{k}}\left(\bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}\bar{k}\delta}C^\delta + \partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ & \left(\frac{1}{2}\tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\ & \left. + \left[Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}}\bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{ml\gamma\bar{\delta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}}\right] + \partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ \simeq\quad & \left(\bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^l{}_\delta C^\delta + g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ & \left(\frac{1}{2}\tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\ & \left. + Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}}\bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{ml\gamma\bar{\delta}}C^\gamma\bar{C}^{\bar{\delta}} + \partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\ \rightsquigarrow\quad & \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^l{}_\delta C^\delta Z_{ml} + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^l{}_\delta C^\delta\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6} \end{aligned} \tag{C.21}$$

tzn.:

$$
\begin{aligned}
\partial_{\bar{q}}\nabla_{\bar{n}}G^l\nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_m\partial_l G \\
\rightsquigarrow \quad & \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^{l}{}_{\delta}C^{\delta}Z_{ml} + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{n}}{}^{l}{}_{\delta}C^{\delta}\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.22}
$$

C.2.2 $\nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l$

Korzystam z warunku omówinego w DODATEK B 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to:

$$
\begin{aligned}
\nabla_{\bar{n}}G^l\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}}\nabla_{\bar{n}}G_{\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\nabla_m G_l \\
&= g^{l\bar{k}}\nabla_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{q}}\nabla_m\partial_l G \\
&= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{q}}\partial_m\partial_l G
\end{aligned}
\tag{C.23}
$$

$$
g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{q}}\partial_m\partial_l G
$$

$$
\begin{aligned}
\simeq \quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}\Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta} + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\Big] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
& \partial_{\bar{q}}\partial_m\partial_l\Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta} + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\Big] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\simeq \quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}\Big(\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{2}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\gamma}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma} \\
& + \frac{1}{6}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}\Big] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
& \partial_{\bar{q}}\partial_m\partial_l\Big(\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}} + \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\Big]\Big) \\
\simeq \quad & g^{l\bar{k}}\Big(\frac{1}{2}\tilde{K}_{\alpha\bar{n}\gamma\bar{k}}C^{\alpha}C^{\gamma} \\
& + \Big[\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}} + \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\gamma}C^{\gamma} + \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}\Big] + \partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
& \Big(\tilde{K}_{m\bar{q}l\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{ml\bar{q}} + Z_{\alpha ml\bar{q}}C^{\alpha}\Big)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\simeq\quad & \left(\frac{1}{2}\tilde{K}_{\alpha\bar{n}\gamma\bar{k}}C^{\alpha}C^{\gamma}\right. \\
& + \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}} + \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\gamma}C^{\gamma} + \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta} +) \\
& \left(\tilde{K}_{m\bar{q}}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{m}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}} + Z_{\alpha m}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}}C^{\alpha}\right) \\
\rightsquigarrow\quad & \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}}Z_{m}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}} + Z_{m}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.24}
$$

tzn.:

$$
\begin{aligned}
\nabla_{\bar{n}}G^{l}\partial_{\bar{q}}\nabla_{m}G_{l} &= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{q}}\partial_{m}\partial_{l}G \\
\rightsquigarrow\quad & \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}}Z_{m}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}} + Z_{m}{}^{\bar{k}}{}_{\bar{q}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.25}
$$

C.2.3 $\nabla_{\bar{q}}G^{l}\partial_{\bar{n}}\nabla_{m}G_{l}$

Korzystam z warunku omówinego w DODATEK B 3.25 tzn.: $\partial_{n}g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_{m}G_{l} = \partial_{m}G_{l}$
to:

$$
\begin{aligned}
\nabla_{\bar{q}}G^{l}\partial_{\bar{n}}\nabla_{m}G_{l} &= g^{l\bar{k}}\nabla_{\bar{q}}G_{\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\nabla_{m}G_{l} \\
&= g^{l\bar{k}}\nabla_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{n}}\nabla_{m}\partial_{l}G \\
&= g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{n}}\partial_{m}\partial_{l}G
\end{aligned}
\tag{C.26}
$$

$$
g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}G\partial_{\bar{n}}\partial_{m}\partial_{l}G
$$

$$
\begin{aligned}
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}\left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\
& + \left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta} + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right. \\
& \left.\left. + \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\right] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\
& \partial_{\bar{n}}\partial_{m}\partial_{l}\left(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\
& + \left[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta} + \frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\right. \\
& \left.\left. + \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\right] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{q}}\partial_{\bar{k}}\left(\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right. \\
& + \left[\frac{1}{2}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{2}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\gamma}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\right. \\
& \left.\left. + \frac{1}{6}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}\right] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\right) \\
& \partial_{\bar{n}}\partial_{m}\partial_{l}\left(\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\right.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& + \left[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \right] \Big) \\
\simeq \quad & g^{l\bar{k}} \left(\frac{1}{2} \tilde{K}_{\alpha\bar{q}\gamma\bar{k}} C^\alpha C^\gamma \right. \\
& \left. + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{k}} + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{k}\gamma} C^\gamma + \bar{Z}_{\bar{q}\bar{k}\bar{\gamma}\delta} \bar{C}^{\bar{\gamma}} C^\delta + \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{k}} M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \right) \\
& \left(\tilde{K}_{m\bar{n}l\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{ml\bar{n}} + Z_{\alpha ml\bar{n}} C^\alpha \right) \\
\simeq \quad & \left(\frac{1}{2} \tilde{K}^l_{\alpha\bar{q}\gamma} C^\alpha C^\gamma \right. \\
& \left. + \bar{Z}^l_{\bar{q}} + \bar{Z}_{\bar{q}}{}^l{}_\gamma C^\gamma + \bar{Z}_{\bar{q}}{}^l{}_{\bar{\gamma}\delta} \bar{C}^{\bar{\gamma}} C^\delta + g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{k}} M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \right) \\
& \left(\tilde{K}_{m\bar{n}l\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} + Z_{ml\bar{n}} + Z_{\alpha ml\bar{n}} C^\alpha \right) \\
\rightsquigarrow \quad & \bar{Z}^l_{\bar{q}} Z_{ml\bar{n}} + Z_{ml\bar{n}} g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{k}} M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.27}
$$

tzn.

$$
\begin{aligned}
\nabla_{\bar{q}} G^l \partial_{\bar{n}} \nabla_m G_l \quad &= \quad g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{k}} G \partial_{\bar{n}} \partial_m \partial_l G \\
\rightsquigarrow \quad & \bar{Z}^l_{\bar{q}} Z_{ml\bar{n}} + Z_{ml\bar{n}} g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{q}} \partial_{\bar{k}} M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.28}
$$

C.3 $V_{\bar{n}m}$ w Modelu I

Korzystam ze wzoru 3.57

$$
\begin{cases} \partial_m V = \partial_{\bar{n}} V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_m G = \partial_{\bar{n}} G = 0 \end{cases}
\tag{C.29}
$$

$$
V_{\bar{n}m} \quad = \quad -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} g_{\bar{n}m} + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}} \left(\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l \right)
\tag{C.30}
$$

To interpretacja poszczególnych członów:

C.3.1 $\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l$

Korzystam z warunku omówionego w DODATEK B 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to:

$$
\begin{aligned}
\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l \quad &= \quad g^{l\bar{k}} \nabla_{\bar{n}} G_{\bar{k}} \nabla_m G_l \\
&= \quad g^{l\bar{k}} \nabla_{\bar{n}} \partial_{\bar{k}} G \nabla_m \partial_l G \\
&= \quad g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G
\end{aligned}
\tag{C.31}
$$

$$
g^{l\bar{k}} \partial_{\bar{n}} \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G
$$

$$
\begin{aligned}
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}\Bigg(\hat{K}+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Bigg[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta}+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\\
&+\ \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+h.c.\Bigg]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
&\partial_m\partial_l\Bigg(\hat{K}+\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Bigg[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta}+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\\
&+\ \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+h.c.\Bigg]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}\Bigg(\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Bigg[\frac{1}{2}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}+\frac{1}{2}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\gamma}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\\
&+\ \frac{1}{6}\bar{Z}_{\bar{\alpha}\bar{\beta}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\alpha}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}\Bigg]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
&\partial_m\partial_l\Bigg(\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\Bigg[\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta}C^{\alpha}C^{\beta}+\frac{1}{2}Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}}C^{\alpha}C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\\
&+\ \frac{1}{6}Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}}C^{\alpha}C^{\beta}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\Bigg]+M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\Bigg(\frac{1}{2}\tilde{K}_{\alpha\bar{n}\gamma\bar{k}}C^{\alpha}C^{\gamma}\\
&+\big[\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}}+\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\gamma}C^{\gamma}\\
&+\ \bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}\big]+\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
&\Bigg(\frac{1}{2}\tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+\big[Z_{ml}+Z_{ml\bar{\gamma}}\bar{C}^{\bar{\gamma}}\\
&+\ Z_{ml\gamma\bar{\delta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\big]+\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
\simeq\quad & g^{l\bar{k}}\Bigg(\frac{1}{2}\tilde{K}_{\alpha\bar{n}\gamma\bar{k}}C^{\alpha}C^{\gamma}\\
&+\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}}+\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\gamma}C^{\gamma}+\bar{Z}_{\bar{n}\bar{k}\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}+\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
&\Bigg(\frac{1}{2}\tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}\\
&+Z_{ml}+Z_{ml\bar{\gamma}}\bar{C}^{\bar{\gamma}}Z_{ml\gamma\bar{\delta}}C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}+\partial_m\partial_l M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
\simeq\quad & \Bigg(\frac{1}{2}\tilde{K}^{l}_{\alpha\bar{n}\gamma}C^{\alpha}C^{\gamma}\\
&+\bar{Z}^{l}_{\bar{n}}+\bar{Z}_{\bar{n}}{}^{l}{}_{\gamma}C^{\gamma}+\bar{Z}_{\bar{n}}{}^{l}{}_{\bar{\gamma}\delta}\bar{C}^{\bar{\gamma}}C^{\delta}+g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}}M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Bigg)\\
&\Bigg(\frac{1}{2}\tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\delta}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& +Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}}\bar{C}^{\bar{\gamma}} Z_{ml\gamma\bar{\delta}} C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + \partial_m\partial_l M_p^2 \log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\rightsquigarrow\quad & \bar{Z}^l_{\bar{n}} Z_{ml} \\
& +\bar{Z}^l_{\bar{n}}\partial_m\partial_l M_p^2 \log\frac{|W|^2}{M_p^6} + Z_{ml} g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}} M_p^2 \log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned} \tag{C.32}
$$

tzn:

$$
\nabla_{\bar{n}} G^l \nabla_m G_l = g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}} G \partial_m\partial_l G
$$

$$
\begin{aligned}
\rightsquigarrow\quad & \bar{Z}^l_{\bar{n}} Z_{ml} \\
& +\bar{Z}^l_{\bar{n}}\partial_m\partial_l M_p^2 \log\frac{|W|^2}{M_p^6} + Z_{ml} g^{l\bar{k}}\partial_{\bar{n}}\partial_{\bar{k}} M_p^2 \log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned} \tag{C.33}
$$

C.4 V_{nm} w Modelu I

Korzystajac ze wzoru B.27:

$$
\begin{cases} \partial_m V = \partial_n V = 0 \Rightarrow \begin{cases} \xi = const. \\ \phi^i = 0 \end{cases} \\ \partial_m G = \partial_n G = 0 \end{cases} \tag{C.34}
$$

$$
V_{nm} = -2M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\partial_n G_m + M_p^2 e^{\frac{G}{M_p^2}}\left(\partial_n G^l \nabla_m G_l\right) \tag{C.35}
$$

to interpretacja poszczególnych członów:

C.4.1 $\partial_n G_m$

Korzystam z warunku omówionego w DODATEK B 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to:

$$
\partial_n G_m = \partial_n\partial_m G \tag{C.36}
$$

$$
\begin{aligned}
\simeq\quad & \partial_n\partial_m\Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^{\alpha} C^{\beta} + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^{\alpha} C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c.\Big] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\simeq\quad & \partial_n\partial_m\Big(+\frac{1}{4}\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha}\bar{C}^{\bar{\beta}} C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^{\alpha} C^{\beta} + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^{\alpha} C^{\beta}\bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^{\alpha} C^{\beta} C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}}\Big] + M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\simeq\quad & \Big(+\frac{1}{2}\tilde{K}_{n\bar{\beta}m\bar{\delta}}\bar{C}^{\bar{\beta}}\bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + Z_{nm} + Z_{nm\bar{\gamma}}\bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{nm\gamma\bar{\delta}} C^{\gamma}\bar{C}^{\bar{\delta}} + \partial_n\partial_m M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}\Big) \\
\rightsquigarrow\quad & Z_{nm} + \partial_n\partial_m M_p^2\log\frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned} \tag{C.37}
$$

tzn:

$$\partial_n G_m \quad \rightsquigarrow \quad Z_{nm} + \partial_n \partial_m M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \tag{C.38}$$

C.4.2 $\partial_n G^l \nabla_m G_l$

Korzystam z warunku omwinego w DODATEK B 3.25 tzn.: $\partial_n g^{l\bar{k}} = 0$
oraz 3.34 tzn.: $\nabla_m G_l = \partial_m G_l$
to:

$$\begin{aligned} \partial_n G^l \nabla_m G_l &= g^{l\bar{k}} \partial_n G_{\bar{k}} \nabla_m G_l \\ &= g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} G \nabla_m \partial_l G \\ &= g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G \end{aligned} \tag{C.39}$$

$$g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G$$

$$\begin{aligned}
\simeq \quad & g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} \Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \Big] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big) \\
& \partial_m \partial_l \Big(\hat{K} + \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + h.c. \Big] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big) \\
\simeq \quad & g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} \Big(\tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} + \frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + \mathbf{h.c.} \Big] \Big) \\
& \partial_m \partial_l \Big(\frac{1}{4} \tilde{K}_{\alpha\bar{\beta}\gamma\bar{\delta}} C^\alpha \bar{C}^{\bar{\beta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[\frac{1}{2} Z_{\alpha\beta} C^\alpha C^\beta + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta\bar{\gamma}} C^\alpha C^\beta \bar{C}^{\bar{\gamma}} \\
& + \frac{1}{6} Z_{\alpha\beta\gamma\bar{\delta}} C^\alpha C^\beta C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \Big] + M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big) \\
\simeq \quad & g^{l\bar{k}} \Big(\tilde{K}_{n\bar{k}} + \tilde{K}_{n\bar{k}\gamma\bar{\delta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + \Big[Z_{\alpha n\bar{k}} C^\alpha + \frac{1}{2} Z_{\alpha\beta n\bar{k}} C^\alpha C^\beta + h.c. \Big] \Big) \\
& \Big(\frac{1}{2} \tilde{K}_{m\bar{\beta}l\bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\beta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
& + Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}} \bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{ml\gamma\bar{\delta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\simeq \Big(\tilde{K}_n^l + \tilde{K}_n{}^l{}_{\gamma\bar{\delta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
&\quad + \Big[Z^l_{\alpha n} C^\alpha + \frac{1}{2} Z^l_{\alpha\beta n} C^\alpha C^\beta + h.c. \Big] \Big) \\
&\quad \Big(\frac{1}{2} \tilde{K}_{m\bar{\beta} l \bar{\delta}} \bar{C}^{\bar{\beta}} \bar{C}^{\bar{\delta}} \\
&\quad + Z_{ml} + Z_{ml\bar{\gamma}} \bar{C}^{\bar{\gamma}} + Z_{ml\gamma\bar{\delta}} C^\gamma \bar{C}^{\bar{\delta}} + \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \Big) \\
&\leadsto \tilde{K}_n^l Z_{ml} + \tilde{K}_n^l \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6}
\end{aligned}
\tag{C.40}
$$

to

$$
\partial_n G^l \nabla_m G_l = g^{l\bar{k}} \partial_n \partial_{\bar{k}} G \partial_m \partial_l G
$$

$$
\leadsto \tilde{K}_n^l Z_{ml} + \tilde{K}_n^l \partial_m \partial_l M_p^2 \log \frac{|W|^2}{M_p^6} \tag{C.41}
$$

Literatura

[1] S.Coleman i J.Mandula –" *All possible symmetries of the S matrix.* " ,
Phys. Rev. **159** , 1251-1256 (1967)

[2] R.Haag , M.Sohnius and J.Łopuszański –" *All possible generators of supersymmetries of the S matrix.* " ,
Nucl. Phys. B **88**, 257 (1975)

[3] Michael E. Peskin –"*Beyond the Standard Model* " ,
eprint hep-ph/9705479

[4] J.Wess , J.Bagger –"*Supersymmetry and Supergravity* " ,
Princeton University Press

[5] Hans Peter Nilles–"*Phenomenological aspects of supersymmetry*"
eprint hep-ph/9511313

[6] J. A. Bagger –"*Weak-Scale Supersymmetry: Theory and Practice* " ,
eprint: hep-ph/9604232

[7] L. O'Raifeartaigh – "*Spontaneous symmetry Breaking for chiral scalar superfields.*" ,
Nucl. Phys. B **96**, 331 (1975)

[8] P. Fayet , J. Iliopoulos – "*Spontaneously broken supergauge symmetry and goldstone spinors.*" ,
Phys. Lett. B **51** , 461-464, (1974)

[9] M.Kobayashi , M.Maskawa –"*CP violation in the renormalizable theory of weak interaction.* " ,
Progr. Theor. Phys. **49** , 652-657 , (1973)

[10] Superkamiokande – dane z eksperymentu ,
Masywne neutrina , oscylacja neutrin

[11] E. Cremmer , S. Ferrara, L. Girardello , A. Van Proeyen –"*Yang-Mills theories with local supersymmetry: Lagrangian , transformation laws and super-Higgs effect* " ,
Nucl. Phys. B **212**,413, (1983)

[12] H.P. Nilles –"*Gaugino condensation and supersymmetry breakdown.* " ,
Int. J. Mod. Phys. A **5**, 4199-4224, (1990)

[13] E. Witten –"*Dimensional reduction of superstring models* " ,
Phys. Lett. B **155** , 151 , (1985)

[14] K. Choi, J. S. Lee, C. Muñoz –"*Supergravity radiative effects on soft terms and the μ term* " ,
Phys. Rev. Lett. **80** , 3686-3689, (1998)
eprint: hep-ph/9709250

[15] P. Fayet –"*Supergauge invariant extension of the Higgs mechanism and a model for the electron and its neutrino* " ,
Nucl. Phys. B **90** , 104-124 , (1975) **oraz** A. Salam , J. Strathdee –"*Supersymmetry and fermion number conservation* " ,
Nucl. Phys. B **87** , 85 , (1975)

[16] Z.Lalak–"*Anomalous D-term, dynamical supersymmetry breaking and dynamical gauge couplings* "
Nucl. Phys. B **521** , 37-57 , (1998)
eprint hep-ph/9708410

[17] L. Girardello , M.T. Grisaru –"*Soft breaking of supersymmetry* " ,
Nucl. Phys. B **194** , 65 , (1982)