



Ekstremum i twierdzenie Rolle'a

Javier de Lucas

Zadanie 1. Wykaż, że równanie $x^3 - kx + 1 = 0$, $k < 0$ nie może mieć dwóch różnych pierwiastków rzeczywistych.

Zadanie 2. Niech $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4)$. Wykaż, że równanie $f'(x) = 0$ ma dokładnie trzy różne pierwiastki.

Zadanie 3. Zbadaj liczbę rozwiązań równania $x^x = a^a$, $x > 0$, $a > 0$.

Zadanie 4. Ćwiczenie na definicję minimum: dane są funkcje:

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \sin x, & x > 0 \\ |x| - 1, & x \leq 0 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 + \sin x, & x \geq 0 \\ |x| - 1, & x < 0 \end{cases}$$

Zbadać, czy f i g posiadają ekstremum w punkcie $x = 0$.

Zadanie 5. W jakim punkcie funkcja $f(x) = 2 + \operatorname{tg} x \cos x$ osiąga ekstremum?

Zadanie 6. Promień świetlny wybiega z punktu A z prędkością v_1 , pada na prostą p , załamuje się i biegnie z prędkością v_2 do punktu B po drugiej stronie prostej p . Jaki musi być stosunek sinusów kąta padania α i kąta załamania β , by czas potrzebny na przejście z A do B był jak najkrótszy?