



Całki

Javier de Lucas

Zadanie 1. Dla funkcji

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{dla } x \text{ wymiernych,} \\ 0, & \text{dla } x \text{ niewymiernych} \end{cases}$$

pokazać, że jest całkowna w sensie Riemanna.

Zadanie 2. Policzyc całki:

$$\int x^4(1+x)^3 dx, \quad \int x^4 e^{2x}, \quad \int x^2 \cos x dx, \quad \int x^n \ln x dx \quad (\text{dla } n \in \mathbb{N}).$$

Zadanie 3. Policzyc całki:

$$\int e^{3x^2} x dx, \quad \int \frac{\sin x}{\sqrt[4]{2 + \cos x}} dx, \quad \int \frac{\log x}{x} dx.$$

Zadanie 4. Policzyc całki:

$$\int \sin^2 x dx, \quad \int \sqrt{x^2 + 1} dx, \quad \int \arctg x dx, \quad \int e^{ax} \cos bx dx \quad (\text{dla } a, b \in \mathbb{R}).$$

Zadanie 5. Znalezc związki rekurencyjne: $I_n = \int x^n e^{ax} dx$, gdzie $a \in \mathbb{R}$.

Zadanie 6. Policzyc całki:

$$\int \frac{dx}{2x^2 + 9x - 5}, \quad \int \frac{11x - 1}{3x^2 - 5x - 2} dx, \quad \int \frac{9x - 5}{9x^2 - 6x + 1} dx.$$

Zadanie 7. Policzyc całkę:

$$\int \frac{3x^3 - 5x^2 + 8x}{(x^2 - 2x + 1)(x^2 - 1)} dx.$$