**II kolokwium z Analizy I**
**12 stycznia 2015**

**Uwagi organizacyjne:** każde zadanie rozwiązujemy na osobnej kartce. Każde zadanie należy podpisać imieniem i nazwiskiem własnym oraz prowadzącego ćwiczenia. Na wszelki wypadek prosimy też o podanie numeru grupy. Prosimy o sprawdzenie, czy telefon komórkowy jest wyłączony a kalkulator i inne pomoce naukowe (np. tablice matematyczne) schowane. W razie wątpliwości prosimy o kontakt z asystentem.

**Zadanie 1.**
Obliczyć następujące granice:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{(1+x)^{1/x}-e}{x},\quad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{2-\cos x}e^{\sin^2 x}-\cos x}{1-\sqrt{1+2x^2}},\quad c)\ \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x^{10}}{x^{10}\sin x^{10}}$$

**Zadanie 2.**
Wykazać, że funkcja: $f(x)=x+\sin x$ jest jednostajnie ciągła na $\mathbb{R}$.
*Wsk.* $\sin a-\sin b=2\sin\frac{a-b}{2}\cos\frac{a+b}{2}$
**Zadanie 3.**
Udowodnij, że dla $x>0$ zachodzi nierówność:

$$\ln(1+x)>\frac{\operatorname{arc\,tg} x}{1+x}$$

**Zadanie 4.**
Zbadać w zależności od parametru $a$ ciągłość i różniczkowalność funcji:

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}-\frac{1}{e^x-1} & x<0\\ a & x\geqslant 0\end{cases} \tag{1}$$