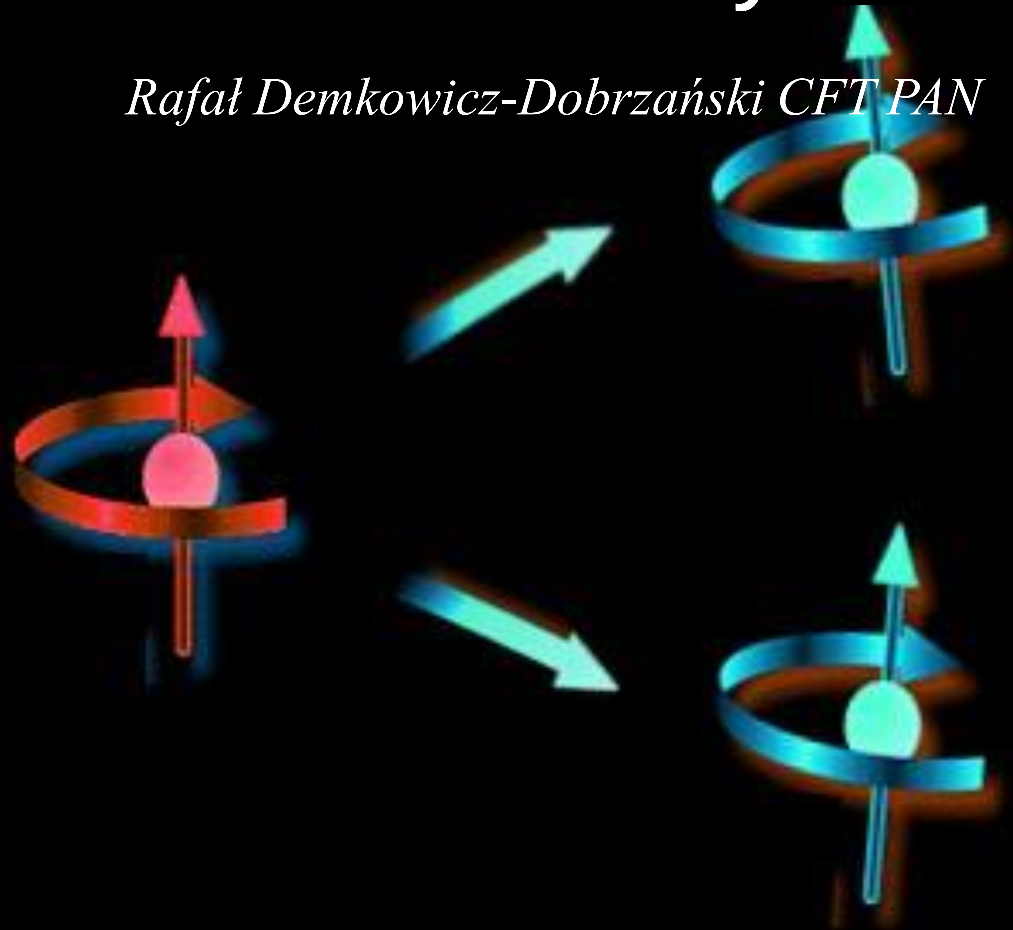
Klonowanie spinowych stanów koherentnych

Rafał Demkowicz-Dobrzański CFT PAN



Doskonałe klonowanie

- Idealne urządzenie klonujące:

  - produkuje doskonałe kopie stanu wejściowego
  - działa dla dowolnego stanu wejściowego

- Niezgodne z mechaniką kwantową!

Niedoskonałe urządzenia klonujące

- Różne niedoskonałe urządzenia klonujące:

  - wierne ale nieuniwersalne (ograniczony zbiór stanów)
  - uniwersalne ale niewierne (wierność mniejsza niż 100%)
  - niewierne i nie uniwersalne

- Wierność

$$|\Psi\rangle|0\rangle|A\rangle \xrightarrow{U} |\Psi^{out}\rangle \in \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2 \otimes \mathcal{H}_A \qquad \rho_{12A} = |\Psi^{out}\rangle\langle\Psi^{out}|$$

$\rho_1 = Tr_{2A}(\rho_{12A})$ – zredukowana macierz gęstości dla klonu 1

$\rho_2 = Tr_{1A}(\rho_{12A})$ – zredukowana macierz gęstości dla klonu2 $\qquad \rho_1 = \rho_2$

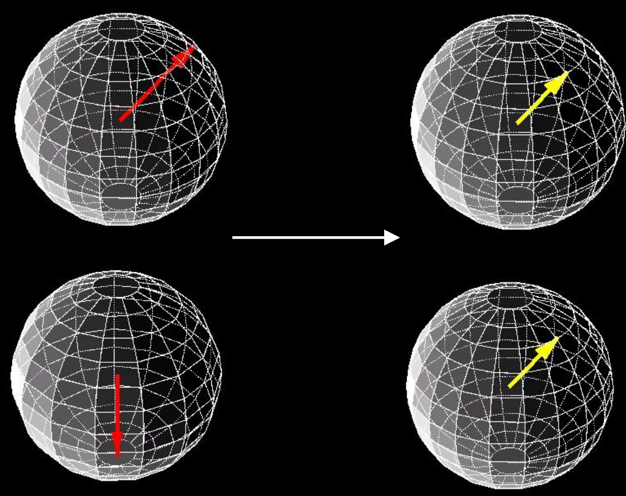
$$F = \langle\Psi|\,\rho_1|\Psi\rangle$$

Optymalne urządzenia klonujące

- Optymalne, uniwersalne urządzenie dla qubitów (Buzek,Hillery 1996)

Stan wejściowy
$|\Psi\rangle$

Stan pusty
$|0\rangle$



Klon 1

Klon 2

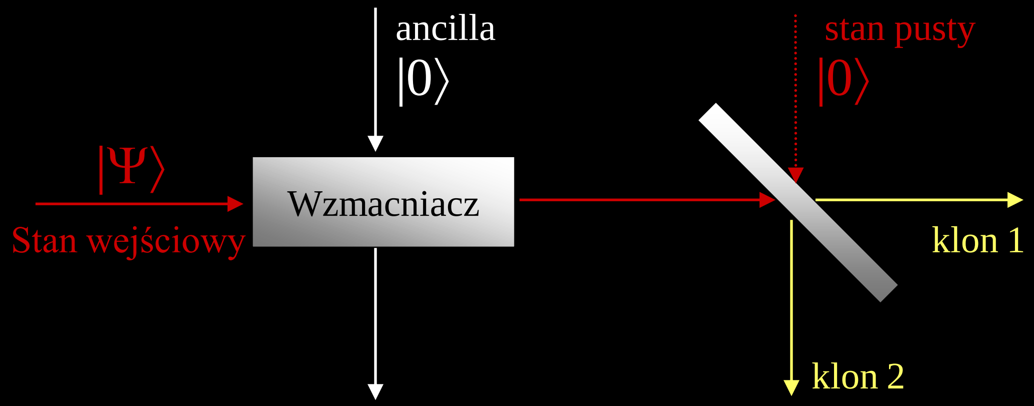
$$\rho_1 = \rho_2 = 1/2\,(I + 2/3\,\vec{\sigma}\cdot\vec{n})$$
$$= 2/3|\Psi\rangle\langle\Psi| + 1/6\, I$$

F=5/6 - wierność

- Dla quditu, optymalne uniwersalne urządzenie (Werner 1998): $F = \dfrac{d+3}{2d+2}$

Klonowanie stanów koherentnych

- Urządzenie do klonowania stanów koherentych (Braunstein et al. 2000):



F=2/3

Czy optymalne?

- Dowód optymalności tylko dla ograniczonej klasy transformacji (gausowskich)
Cerf, Iblisdir (2000)

Spinowe stany koherentne

• ☝ – skończenie wymiarowa przestrzeń Hilberat opisująca stany spinowe obiektu o całkowitym spinie j:

$$d = \dim ☝ = 2j+1 \qquad |{-j}\rangle, |{-j+1}\rangle, \ldots , |j-1\rangle, |j\rangle \text{ - basis in } ☝$$

• Spinowe stany koherentne otrzymuje się poprzez obroty stanu of $|{-j}\rangle$ (”stan podstawowy”)

$$|\theta, \phi\rangle = R(\theta, \phi)\, |{-j}\rangle \qquad R(\theta, \phi) = \exp[-i\theta\, (J_x \sin\phi - J_y \cos\phi)]$$

$R(\theta, \phi)$ – obrót wokół osi $\mathbf{n} = [\sin\phi, -\cos\phi, 0]$ o kąt θ.

• W przypadku d = 2 (qubit) wszystkie stany czyste są spinowymi koherentnymi. Dla d > 2 stany spinowe koherentne stanowią podzbiór w zbiorze wszystkich stanów czystych w ☝.

• Dla $d \to \infty$ spinowe stany koherentne przechodzą w zwykłe stany koherentne.

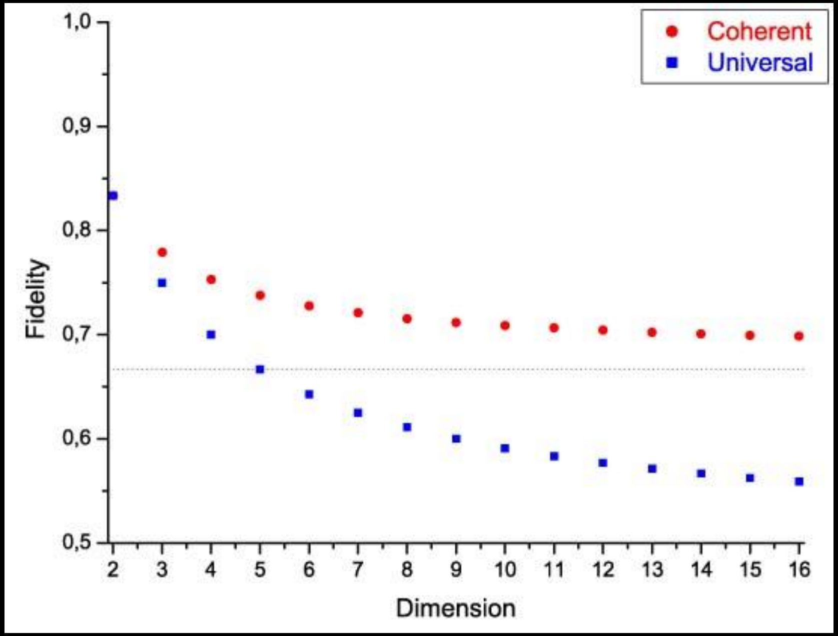
Klonowanie spinowych stanów koherentnych

• Uogólnienie metody zaproponowanej przez Gisin i Massar(1997) pozwoliło znaleźć optymalne transformacje klonujące spinowe stany koherentne.
(*Demkowicz-Dobrzanski, Kus, Wodkiewicz, arXiv:quant-ph/0307061*)

• Analityczne wartości wierności dla d=3, d=4:

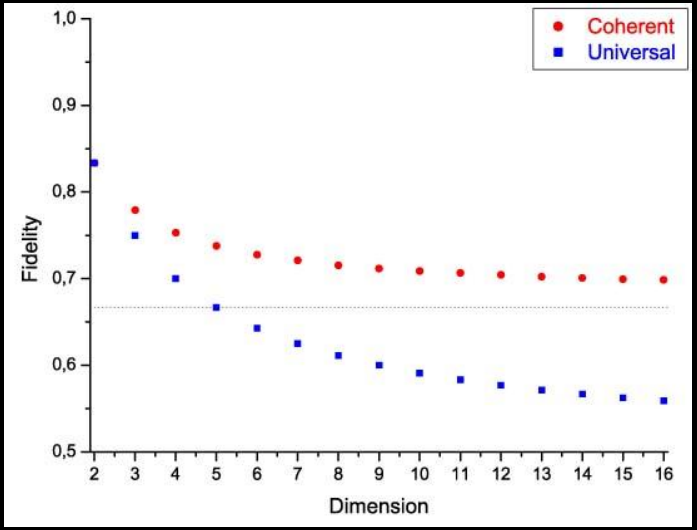
☞$_3 = \frac{11+\sqrt{21}}{20}$ ☞$_4 = \frac{79+\sqrt{697}}{140}$

• Numeryczne wartości wierności dla $d \leq 16$



Związek ze stanami koherentnymi

- Czy wierność klonowanie spinowych stanów koherentnych dąży do 2/3?



- Dopasowanie funkcji wymiernej:

$$F(d) = \frac{\alpha d + \beta}{d + \gamma}$$

$F \rightarrow 0.681$

Wierność klonowania stanów koherentnych > 2/3 !

- Navez i Cerf (nieopublikowane) – znaleźli urządzenie klonujące z $F=0.6824$

Klonowanie spinowych stanów koherentnych

Rafał Demkowicz-Dobrzański CFT PAN