13- Cwiczenia

wtorek, 19 stycznia 2016 15:03

1. Spradzic ze jeśli mamy okd korekcji bledu dzialajacy na blad \sigma_x to dziala tez na:

Pokazać że będzie też dobre dla

$U = e^{i \sigma_x \theta}$ dla dowolnego θ bo dowolny mogli

naprawić błąd $= \frac{1}{2}\begin{bmatrix} e^{i\theta} & e^{i\theta} \\ e^{i\theta} & e^{i\theta} \end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix} e^{-i\theta} & -e^{-i\theta} \\ \bar{e}^{i\theta} & e^{i\theta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & i\sin\theta \\ i\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

2. Decoherence free subspaces

idea ochrony przed dekoherencją gdy szum skorelowany:

Przykład Phase noise:

oba qubity ma oba działa ten sam „szum fazowy" $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\eta} \end{pmatrix}$ (np. fluktuacja drogi optycznej mierzalnie przy tej fazie)

$|00\rangle \to |00\rangle$

$|01\rangle \to e^{i\eta}|01\rangle$

$|10\rangle \to e^{i\eta}|10\rangle$

$|11\rangle \to e^{2i\eta}|11\rangle$

$|\psi\rangle = \alpha|01\rangle + \beta|10\rangle \to e^{i\eta}|\psi\rangle \equiv |\psi\rangle$

superpozycja przeżywa

Przykład

$U \otimes U\, |\psi\rangle$ — singlet

Wiemy że $U \otimes U = \begin{pmatrix} U^{(0)} = 1 & \\ & U^{(1)} \end{pmatrix}$ $|\psi_-\rangle$ $\{\psi_+, \phi_+, \phi_-\}$

triplet

Zrobic to na palcach:

$U = e^{i\eta \frac{\sigma_z}{2}} e^{i\theta \frac{\sigma_x}{2}} e^{i\varphi \frac{\sigma_z}{2}}$

$\begin{pmatrix} e^{\frac{i\eta}{2}} & \\ & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta & i\sin\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{\frac{i\varphi}{2}} & \\ & \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} e^{\frac{i\gamma}{2}} & \\ & e^{-\frac{i\gamma}{2}} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \cos\theta & i\sin\theta \\ i\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} e^{\frac{i\varphi}{2}} & \\ & e^{-\frac{i\varphi}{2}} \end{pmatrix}$$

Weźmy $e^{i\varphi\frac{\sigma_z^{(1)}}{2}} \otimes e^{i\varphi\frac{\sigma_z^{(2)}}{2}} = \begin{pmatrix} e^{i\varphi} & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}$

Zapiszmy w bazie $|\psi^-\rangle, |\psi^+\rangle, |\phi^-\rangle, |\phi^+\rangle$

$$U\otimes U = \begin{pmatrix} \langle\psi^-|U\otimes U|\psi^-\rangle & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{pmatrix} = (\quad)^\dagger (U\otimes U)(|\psi^-\rangle, |\psi^+\rangle, |\phi^-\rangle, |\phi^+\rangle) =$$

$$= \frac{1}{2}(\quad)^\dagger(\quad)\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} e^{i\varphi} & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ e^{i\varphi} & 0 & 0 & -e^{-i\varphi} \\ e^{i\varphi} & 0 & 0 & e^{-i\varphi} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\varphi & i\sin\varphi \\ 0 & 0 & i\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix}$$

...

$$|\psi\rangle \to \rho_{out} = p_0 P_0 + p_1 \frac{1}{3} P_1$$

Czyli możemy przesłać 1 bit klasycznej informacji

A co z koherentną superpozycją?

Jeśli mamy 4 fotony:

$$|\psi_1\rangle = |\psi_-\rangle_{12}|\psi_-\rangle_{34}$$

$$|\psi_2\rangle = -|\psi_-\rangle_{13}|\psi_-\rangle_{24}$$

$$|\psi_3\rangle = |\psi_-\rangle_{14}|\psi_-\rangle_{23}$$

sprawdźmy $|\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle + |\psi_3\rangle = 0$

Czyli mamy dwuwymiarową przestrzeń

wolna od dekoherencji – qubit logiczny

$$|\bar{0}\rangle = |\psi_1\rangle$$
$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\left(|\psi_2\rangle - |\psi_3\rangle\right)$$