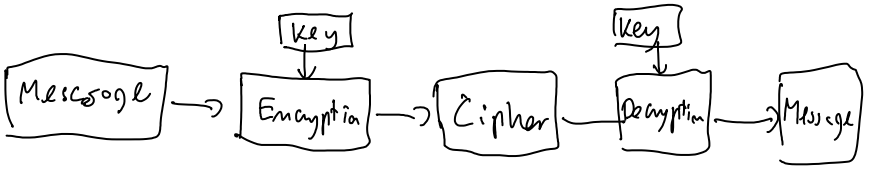
Wyklad4

8 marca 2011
15:56

Classical cryptography

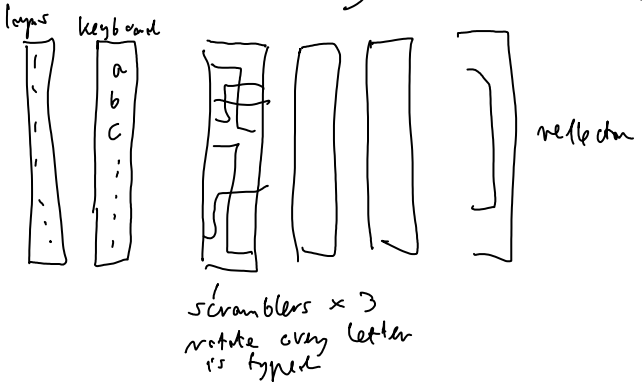
General scheme:



- CEASAR → DFBTBS
  only 26 keys easy to break
- general substitution cipher
  26! keys, but... frequency analysis
- ENIGMA
  1912 – opatentowana
  1926 – wprowadzona do użytku
  1931 – francuzi cyklocdają plany Enigmy
  budują repliki (ale to dopiero pierwszy krok)

Knowing encryption scheme ≠ breaking the encryption scheme

Being able to decrypt the cipher without a key ≡ breaking the encryption scheme



Initial setting of scrambling wheels – the key

26 × 26 × 26 a little to small

Initial setting of scrambling wheels – the key

$26 \times 26 \times 26$ a little to small

$\times 6$ permutations of scramblers

before scramblers additional plugboard swiping 6 pair of letters.

In total 10^{16} keys

(if only plugboard was used one could break using freq. analysis)

key = F (permutation) A G W (initial setting of scrambler wheels) B G ... (six pairs of letters to be swapped)

ENIGMA was used for radio communication

Germans had a different key for every day

To increase security, each message had its own key which was encoded using the day key.

Because of noise message key was repeated twice.

- Marian Rejewski 1934 broke the ENIGMA knowing that scramblers orientation is transmitted twice.

A G W 2 C D

We know that A and 2 encrypt the same symbol

He analyzed cycles $A \to 2 \to \dots \to A$

The form of the cycles depend (length) only on scrambler settings and not on plugboard (only ~ 100 000 keys)

He classified them and was able to learn scramblers orientation → then frequency analysis for plugboard

- unfortunately in 1939 germans modified the ENIGMA adding 2 more scramblers. His techniques were translated to the British (Turing, Bletchley Park)

- Is there a 100% secure cipher

yes: one-time pad.

key length = message length

If A and B have random bit sequence of the length of the message. A just adds mod 2 key to the message and B does the same for decoding.

Cipher is completely random.

Problem – key needs to be very long.

If ... distribute the key ...

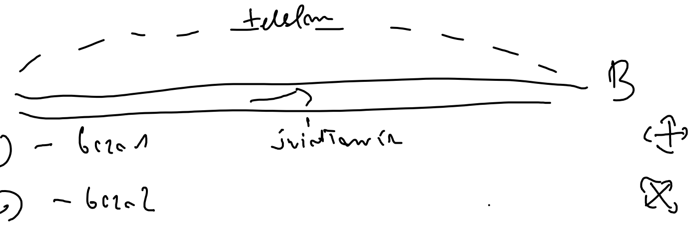
[illegible]
Problem – key needs to be very long.
How to distribute the key? Very impractical

- RSA (1977) classical way to circumvent the problem based on the assumption that factoring is a hard problem

Quantum key distribution (Q. cryptography)

Ideas: – You cannot learn anything about a quantum state without disturbing it
– nonorthogonal states cannot be distinguished

- BB84



1. |↔⟩, |↕⟩ – baza 1 (0, 1)
|↗⟩, |↘⟩ – baza 2

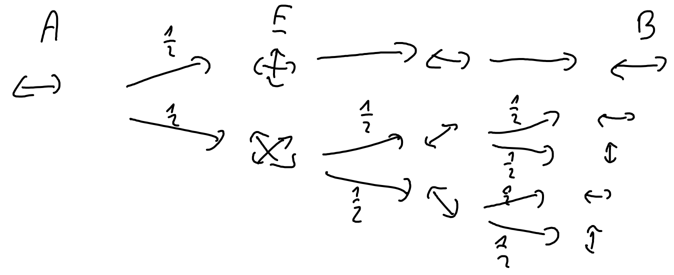
2. po komunikacji zostawiają tylko te bity które zmierzone były w tej samej bazie

	0	~~X~~	1	~~X~~	1	1	~~X~~	~~X~~
A	↔	↙	↕	↔	↘	↕	↔	↙
B	+	+	+	×	×	+	×	+
	0	~~0/1~~	1	~~0/1~~	1	1	~~0/1~~	~~0/1~~

3. następnie ujawniają małą część aby sprawdzić czy poziom błędów jest dostatecznie mały
4. wtedy mają pewność że nikt nie mógł wyciągnąć zbyt dużo informacji

W szczególności jeśli nie ma błędów mamy pewność że nikt nie mógł podsłuchać. Dlaczego?

- Intercept & Resend attack
– przypadkowo w jednej z baz QBER = 25%



Jeśli widzimy, że nie ma błędów QBER=0 mamy pewność że nikt nie podsłuchał. Ale ....

W praktyce jednak zawsze są błędy wynikające z szumu. Czy jak widzimy poziom błędów < 25% to jesteśmy bezpieczni? Nie. bo przecież mogą stanowić naturalne błędy. Jaki poziom błędów jest tolerowalny? Może jest inny wpływ na to? Trzeba dokładniej zbadać!

Im większy poziom błędów tym więcej informacji mógł zdobyć podsłuchiwacz. • Assume for simplicity individual attacks !

A	00110100
B	001[0]0100
E	0[1]11[0]10[1]

After basis reconciliation there is a probability distribution describing correlation between bit value of A, B, E : $p(a,b,e)$

$$p(a,b) = \sum_e p(a,b,e) \qquad p(a,e) = \sum_b p(a,b,e)$$

$a=0 \Rightarrow b=0 \quad p = 1-QBER$ $\qquad a=0 \Rightarrow e=0 \quad p=1-\varepsilon$
$\qquad\quad\; b=1 \quad p = QBER$ $\qquad\qquad\quad\; e=1 \quad p=\varepsilon$

$a=1 \Rightarrow b=1 \quad p=1-QBER$ $\qquad a=1 \Rightarrow e=1 \quad p=1-\varepsilon$
$\qquad\quad\; b=0 \quad p = QBER$ $\qquad\qquad\quad\; e=0 \quad p=\varepsilon$

QBER – poziom błędów u B , ε – poziom błędów u E

Intuition if correlations between A and B are stronger (they share more information) then correlations between A and E :

$$\sim \quad QBER < \varepsilon$$

it is possible to extract some secure key by classical procedures of error-correction + privacy amplification. Im mniej QBER tym dłuższy może być kwantowy klucz że E nie wie wiele czyli ma duży ε.

Dla danego QBER musimy znaleźć optymalny atak (dający minimalne ε) i jeśli ...

ataku (dający mniejsze q) i jeśli wiemy
QBER < ε to możemy wysłać klucz

Error-Correction

- Interactive error correction protocol (1992, Bennett et al)

Iteration:

– A and B apply random permutation

– A and B divide their N bits in subblocks of length m

$$N = k \cdot m$$

(the length of the block should be such that it is not very probable that there are more than 1 error)

– They check parities of bits in each subblock
if it does not agree → bisection

– If all parity errors were corrected they repeat the iteration with larger block size ..

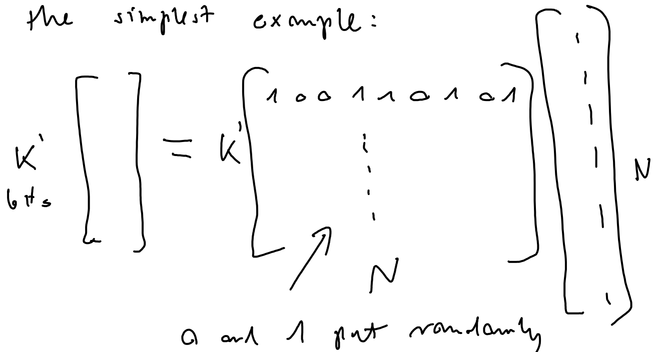
Privacy amplification – Idea

A and B share N perfectly correlated bits
while E knows effectively N − K bits

{ after error-correction $K = N(I(A{:}B) - I(A{:}E))$]

$K \approx 2N(\varepsilon - QBER)$ ~
bardzo uproszczone

A and B apply a random hashing function
the simplest example:



It will spread any error of E to all bits of the final key provided
$K' \leq K$

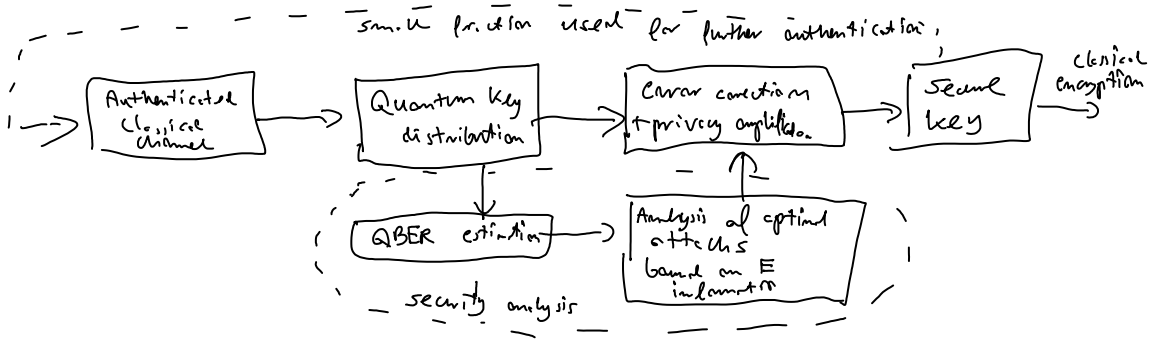
Jest jeszcze jeden brakujący element:
Autentykacja A i B muszą wiedzieć

Autentykacja A i B muszą wiedzieć
że do siebie mówią.

m - message. Using key K we generate MAC
(message authentication code)
with some block cipher encryption and transmit:
(m, MAC) MAC = $f_K(m)$
Someone possessing K can verify that indeed MAC
is obtained from m
Wcina żeby funkcja f_K generowała
mało kiedy równe MAC dla różnych m

Na szczęście istnieją protokoły gdzie
można wybrać K ~ log m
Więc jeśli klucz do autentykacji można
wziąć mały kawałek klucza z
wcześniej Kwantowej dystrybucji kluczy

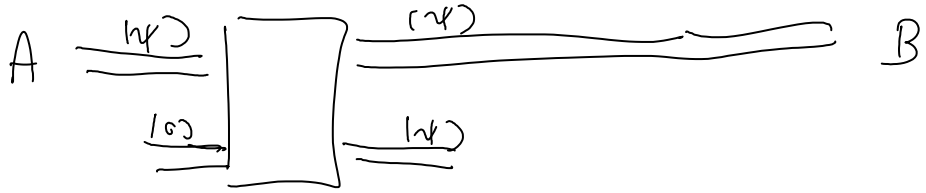
Poglądowy obrazek:



Quantum Key Growing Protocol

Klonowanie

Wydaje się że najprostszym sposobem atak jest sklonowanie stanu kwantowego



E

Podsłuchać na oddzielnie bez i zmierzyć swoją kopię w dobrej bazie

Tw. Nie istnieje operacja zgodna z mech kwantową klonująca wszelkie dwa nieortogonalne stany kwantowe

Dowód

Niech $|\psi_1\rangle, |\psi_2\rangle$ – dwa różne nieortogonalne stany kw

$0 < \langle\psi_1|\psi_2\rangle < 1$

Dygresja:

Jak matematycznie opisujemy stan dwóch układów

$$|\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \\ b_1 \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 a_2 \\ a_1 b_2 \\ b_1 a_2 \\ b_1 b_2 \end{bmatrix} =$$

(il. tensorowy)

$|\psi_1\rangle = a_1|0\rangle + b_1|1\rangle$

$|\psi_2\rangle = a_2|0\rangle + b_2|1\rangle$

$= a_1 a_2 |0\rangle\otimes|0\rangle + a_1 b_2 |0\rangle\otimes|1\rangle + b_1 a_2 |1\rangle\otimes|0\rangle + b_1 b_2 |1\rangle\otimes|1\rangle$

Jeżeli mamy $|\psi_1\rangle\otimes|\psi_2\rangle$ i $|\psi_1'\rangle\otimes|\psi_2'\rangle$

to ich il. skalarny

$$\langle\psi_1|\otimes\langle\psi_2| \cdot |\psi_1'\rangle\otimes|\psi_2'\rangle = \langle\psi_1|\psi_1'\rangle \cdot \langle\psi_2|\psi_2'\rangle$$

Załóżmy, że klonowanie jest możliwe: istnieje op

Unitarne t. że:

$|\psi_1\rangle \otimes |0\rangle \xrightarrow{U} |\psi_1\rangle \otimes |\psi_1\rangle$

$|\psi_2\rangle \otimes |0\rangle \longrightarrow |\psi_2\rangle \otimes |\psi_2\rangle$

Wiemy że U zachowuje il. skalarne:

$\langle\psi_1|\psi_2\rangle \cdot \langle 0|0\rangle = \langle\psi_1|\psi_2\rangle \cdot \langle\psi_1|\psi_2\rangle$

$\langle\psi_1|\psi_2\rangle = \langle\psi_1|\psi_2\rangle^2$

to możliwe tylko gdy $\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$ v 1 spełnione

Mamy tu bliski związek z niemożliwością stanów: gdyby klonowanie było możliwe moglibyśmy wypróbkować wiele kopii i rozróżnić bez problemu.
To że mamy fundamentalne ograniczenie na rozróżnialność implikuje zakaz klonowania.