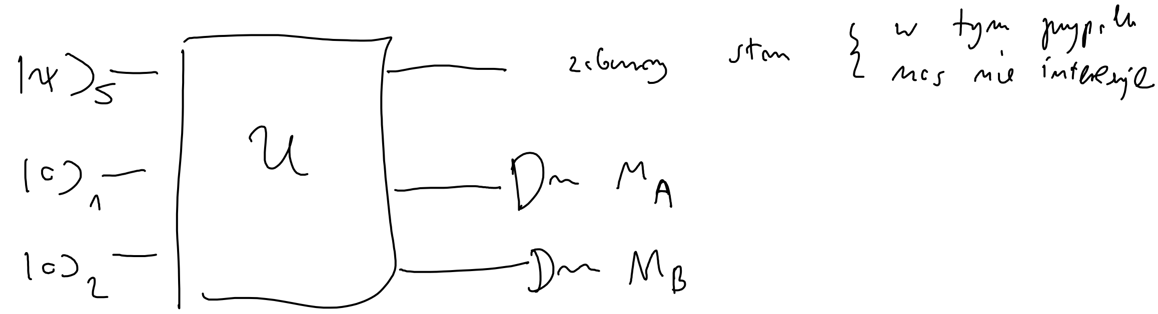
Wyklad4

25 października 2012
17:27

3.3 Pomiar jednoczesny dwóch niekomutujących obserwabli.

Zmodyfikujmy nieco nasze rozumowanie: Chcemy zmierzyć jednocześnie $\hat{A}$ i $\hat{B}$ na $|\psi\rangle$



$$\delta_A = \langle \underbrace{(M_A^{out} - A^{in})}_{N_A}{}^2 \rangle \qquad M_A^{out} = U^\dagger \, 1 \otimes M_A \otimes 1 \, U$$

$$A^{in} = A \otimes 1 \otimes 1$$

$$\delta_B = \langle \underbrace{(M_B^{out} - B^{in})}_{N_B}{}^2 \rangle \qquad B^{in} = B \otimes 1 \otimes 1$$

$$M_A^{out} = N_A + A^{in}$$
$$M_B^{out} = N_B + B^{in} \qquad [M_A^{out}, M_B^{out}] = 0$$

$\Downarrow$ analogicznie jak wcześniej

$$\boxed{\begin{gathered} \delta_A \delta_B + \frac{1}{2} \left| \langle [N_A, B^{in}] + [N_B, A^{in}] \rangle \right| \geq \frac{1}{2} |\langle [A,B] \rangle| \\ \Downarrow \text{ słabsza ale tylko przez } \sigma \\ \delta_A \delta_B + \delta_A \sigma_B + \delta_B \sigma_A \geq \frac{1}{2} |\langle A, B \rangle| \end{gathered}}$$

ale mamy $[N_A, B^{in}] = [N_B, A^{in}] = 0$

bo np $N_A = 1 \otimes N_A^{(12)}$ $\quad N_B = 1 \otimes N_B^{(12)}$

$$\delta_A \delta_B \geq \frac{1}{2} |\langle [A,B] \rangle|$$

Zwróćmy uwagę że w tej sytuacji i rozrzut wyników pomiaru

$$\sigma_{M_A}^2 = \langle (A^{in} + N_A)^2 - \langle A^{in} + N_A \rangle^2 \rangle = (\sigma_A^2 + \sigma_{N_A}^2) \geq 2\sigma_A \sigma_{N_A}$$

$$\sigma_{M_A} \sigma_{M_B} \geq 2\sqrt{\sigma_A \sigma_B \sigma_{N_A} \sigma_{N_B}} \geq |\langle [A,B] \rangle|$$

{ bo potem w wyprowadzeniu moglibyśmy równie dobrze mieć $\sigma_{N_A}, \sigma_{N_B}$ zamiast $\sqrt{\langle N_A^2 \rangle}$ $\sqrt{\langle N_B^2 \rangle}$

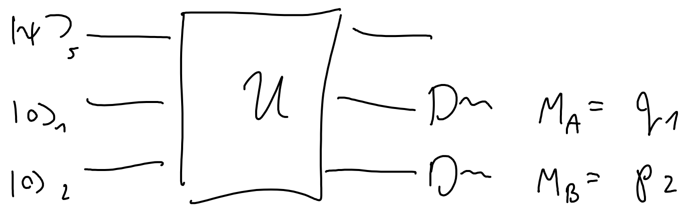
Czyli to co mierzymy ma większy rozrzut niż standardowa zasada Heisenberga.

<u>Przykład</u> Jednoczesny pomiar położenia i pędu

Trzy cząstki $\hat{q}_s, \hat{p}_s, \ \hat{q}_1 \hat{p}_1, \ \hat{q}_2 \hat{p}_2$

$$U = e^{-\frac{i}{\hbar}(\hat{q}_s \hat{p}_1 - \hat{p}_s \hat{q}_2)}$$

$A = q_s \quad B = p_s$



Potrzebujemy tylko $M_A^{out} = U^\dagger q_1 U = q_s + \overbrace{q_1 - \frac{1}{2} q_2}^{q_M}$

$$M_B^{out} = U^\dagger p_2 U = p_s + \overbrace{p_2 - \frac{1}{2} p_1}^{p_M}$$

{ $e^{\frac{i}{\hbar}(q_s p_1 - p_s q_2)} q_1 e^{-\frac{i}{\hbar}(q_s p_1 - p_s q_2)} = q_1 + q_s - \frac{1}{2} q_2$ OK

$N_A = q_M$, $N_B = p_M$ widać że $[N_A, B^{in}] = [N_B, A^{in}] = 0$

$N_A = q_M$, $N_B = p_M$ widać że $[N_A, B^{in}] = [N_B, A^{in}] = 0$

Czyli $\delta q \cdot \delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

Rozrzut wyników pomiaru np. Tomki i pędów; mierzonych jako

$$\sigma_q^{joint}\,\sigma_p^{joint} = \sigma_{M_A}\,\sigma_{M_B} = \sqrt{\sigma_{q_i}^2+\sigma_{q_s}^2}\,\sqrt{\sigma_{p_i}^2+\sigma_{p_s}^2}$$

$$\geq 2\sqrt{\sigma_{q_i}\sigma_{p_i}}\cdot\sqrt{\sigma_{q_s}\sigma_{p_s}} \geq \hbar$$

$$\boxed{\sigma_q^{joint}\,\sigma_p^{joint} \geq \hbar}$$

Żeby uzyskać dolny szum to muszę wziąć stan o minimalnych szumach q_M i p_M.