

# Zadania domowe z Informatyki kwantowej

## Seria 1

04 X 2005

**Zadanie 1** Znajdź normę  $\| |v\rangle \|$ , jeśli  $|v\rangle = \begin{bmatrix} i \\ 2 \end{bmatrix}$ . Napisz przykładowy wektor ortogonalny do  $|v\rangle$ , o normie 1.

**Zadanie 2** Sprawdź że wektory:

$$|\tilde{e}_1\rangle = \begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}, |\tilde{e}_2\rangle = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

tworzą bazę ortonormalną (sprawdź warunek ortonormalności i zupełności). Zapisz wektor  $|v\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  w powyższej bazie.

**Zadanie 3** Sprawdź czy operator  $A = \begin{bmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{bmatrix}$  jest operatorem rzutowym i czy jest on hermitowski?

**Zadanie 4** Jak wygląda operator  $A$  z poprzedniego zadania zapisany w bazie

$$|\tilde{e}_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, |\tilde{e}_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

**Zadanie 5** Zapisz operator  $A$  jako macierz w standardowej bazie:  $A = 2 |v\rangle \langle w| + |w\rangle \langle w|$ , gdzie

$$|v\rangle = \begin{bmatrix} i \\ 1 \end{bmatrix}, |w\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 2i \end{bmatrix}.$$

**Powodzenia!**

Marek Kuś  
Rafał Demkowicz-Dobrzański<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>zadania są dostępne pod adresem: [www.cft.edu.pl/~demko/zadania.html](http://www.cft.edu.pl/~demko/zadania.html)

## Odpowiedzi

1.  $\| |v\rangle \| = \sqrt{5}, |w\rangle = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ i \end{bmatrix}$

2.  $|v\rangle = (1/2 + \sqrt{3}) |\tilde{e}_1\rangle + (\sqrt{3}/2 - 1) |\tilde{e}_2\rangle$

3. Jest operatorem rzutowy i hermitowskim

4.  $\tilde{A} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

5.  $A = \begin{bmatrix} 1 + 2i & 4 - 2i \\ 2 + 2i & 4 - 4i \end{bmatrix}$