

Zadania domowe z Informatyki kwantowej

Seria 4

16 XI 2005

Zadanie 1 Mamy dwa wektory:

$$|\psi_A\rangle = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad |\psi_B\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}.$$

Napisz wektor będący iloczynem tensorowym tych dwóch wektorów: $|\Psi\rangle = |\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$.

Zadanie 2 A teraz mamy dwie macierze:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$$

Napisz macierz będącą iloczynem tensorowym powyższych macierzy: $C = A \otimes B$.

Zadanie 3 Dwa qubity w chwili początkowej znajdowały się w stanie: $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$. Następnie na każdym z nich dokonano niezależnie tej samej operacji jednoqubitowej:

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

- Napisz macierz unitarną działającą na dwa qubity, która opisuje powyższą operację.
- W jakim stanie znajdują się qubity po dokonaniu operacji?
- A w jakim stanie by się znajdowały gdyby operację U zastosować tylko to pierwszego qubitu, a drugi pozostawić w spokoju?

Zadanie 4 Dwa qubity znajdują się w stanie $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle)$.

- Jakie jest prawdopodobieństwo zmierzenia układu w stanie $|v\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$?
- Jeśli będziemy mierzyć stan tylko pierwszego qubitu ignorując qubit drugi, to jakie jest prawdopodobieństwo zmierzenia qubitu pierwszego w stanie $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$?

Powodzenia!

Marek Kuś
Rafał Demkowicz-Dobrzański¹

¹zadania są dostępne pod adresem: www.cft.edu.pl/~demko/zadania.html

Odpowiedzi

$$1. |\Psi\rangle = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \\ \sqrt{3} \\ i\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$2. C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 0 & 4 & -4 \\ 3 & -3 & -1 & 1 \\ 6 & -6 & -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$3. \text{ a) } U \otimes U = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ b) } 1/\sqrt{2}(|00\rangle - |11\rangle)$$

$$\text{ c) } 1/2(|00\rangle + |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$$

$$4. \text{ a) } 1/6$$

$$\text{ b) } 5/6$$