Zadania domowe z Informatyki kwantowej

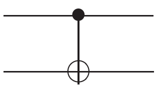
Seria 5

14 XII 2005

Zadanie 1 Jednoqubitowa bramka Hadamarda ma postać

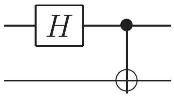
$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Dwuqubitowa bramka CNOT (controlled not), gdzie pierwszy qubit jest qubitem kontrolnym (na schemacie qubit kontrolny ma czarną kropkę qubit kontrolowany puste kółko), w działaniu na bazę produktową zachowuje się następująco:



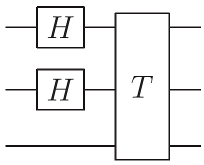
$$\begin{array}{ccc} |0\rangle \otimes |0\rangle & \rightarrow & |0\rangle \otimes |0\rangle \\ |0\rangle \otimes |1\rangle & \rightarrow & |0\rangle \otimes |1\rangle \\ |1\rangle \otimes |0\rangle & \rightarrow & |1\rangle \otimes |1\rangle \\ |1\rangle \otimes |1\rangle & \rightarrow & |1\rangle \otimes |0\rangle \end{array}$$

Na ćwiczeniach rozważaliśmy układ złożony z bramki Hadamarda i bramki CNOT:



Jak wygląda operacja odwrotna do powyższej? Podaj macierz unitarną odpowiadającą operacji odwrotnej oraz narysuj schemat obwodu.

Zadanie 2 Zapisz macierz unitarną odpowiadającą poniższemu obwodowi kwantowemu:

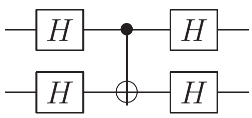


gdzie T oznacza trzyqubitową bramkę Toffoliego, która działa w następujący sposób:

$$\begin{array}{ccc} |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle & \rightarrow & |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1\rangle \\ |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |1\rangle & \rightarrow & |1\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \end{array}$$

a pozostałe wektory bazowe pozostawia bez zmian.

Zadanie 3 Jakiemu prostszemu obwodowi kwantowemu równoważny jest poniższy obwód kwantowy:



Zadanie 4 Czy istnieje jednoqubitowa bramka kwantowa (czyli operacja unitarna) dokonująca operacji:

$$|0\rangle \rightarrow \tfrac{1}{\sqrt{2}}\left(|0\rangle + |1\rangle\right)$$

$$|1\rangle \rightarrow |0\rangle$$

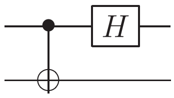
Jeśli istnieje to ją napisz a jeśli nie to udowodnij, że nie istnieje.

Powodzenia!

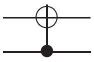
Marek Kuś
Rafał Demkowicz-Dobrzański[1]

[1] zadania są dostępne pod adresem: www.cft.edu.pl/~demko/zadania.html

Odpowiedzi

1. $1/\sqrt{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$ 

2. $\frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

3. 

4. nie istnieje - operacja unitarna nie może zmieniać iloczynu skalarnego dwóch wektorów