Wahadło

Pamiętaj, zadania domowe są po to żeby rozwiązywać je samodzielnie, a nie po to żeby uczyć się ich rozwiązań na pamięć. Do odpowiedzi zaglądaj dopiero wtedy gdy rozwiążesz zadanie.

Zadanie 1 Uczniowie pewnego liceum (wy) dokonali pomiaru zależności okresu wahadła od jego długości. Uzyskali następujące dane:

$l[cm]$	51.	72.	83.	94.	117.	127.	139.	160.	175.	181.	196.	211.	225.	234.	245.	254.
$T[s]$	1.399	1.624	1.789	1.933	2.15	2.196	2.32	2.5	2.64	2.69	2.824	2.89	2.98	3.08	3.12	3.172

Zbadaj czy uzyskane wyniki sa zgodne z hipotezą, że okres wahadła dla niedużych wychyleń wyraża się wzorem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

gdzie $g = 9.81m/s^2$ jest przyspieszeniem ziemskim.

Wskazówka. Wprowadź dane do programu Panda. Narysuj wykres zależności T^2 od l (lub T od $\sqrt{l}$). Porównaj uzyskany współczynnik kierunkowy z tym jaki wynika z wzoru teoretycznego. Czy ten ze wzoru teoretycznego mieści się w przedziale niepewności wyznaczonym z dopasowania prostej?

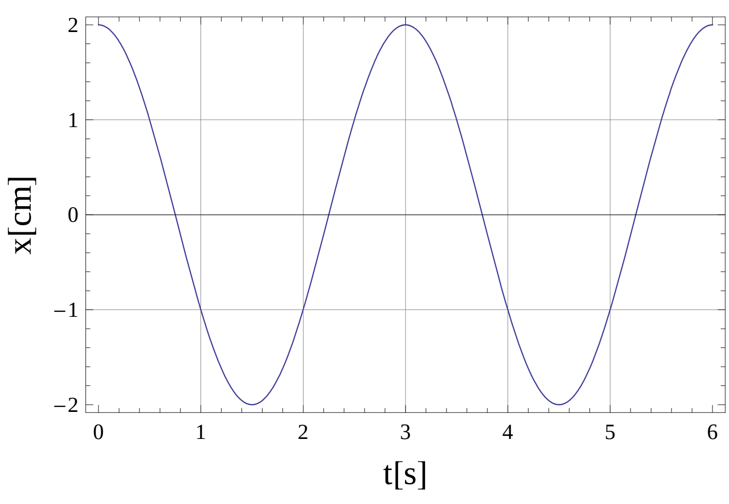
Zadanie 2 Korzystając z wzoru na okres wahadła:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

Wyznacz jaką długość powinno mieć wahadło aby okres jego drgań wynosił $T = 2s$. Przyjmij $g = 9.81m/s^2$. Jaki okres miałoby takie wahadło na Księżycu, gdzie $g_k = 1.62m/s^2$?

Zadanie 3 Wahadło o długości l odchylono od pionu o kąt $\alpha = 3°$. Drugie wahadło o długości $l/2$ odchylono od pionu o kąt $\beta = 6°$. Następnie oba wahadła puszczono swobodnie. Które z wahadeł pierwsze osiągnie położenie równowagi?

Zadanie 4 Zmierzono zależność położenia od czasu drgającego wahadła. Wyniki ilustruje wykres:



1. Odczytaj okres i amplitudę drgań

2. Korzystając ze swojej wiedzy o ruchu harmonicznym, narysuj wykres prędkości od czasu dla tego ruchu. Oznacz prędkość maksymalną przez v_{max}.

3. Narysuj wykres przyspieszenia od czasu dla tego ruchu. Oznacz przyspieszenie maksymalne przez a_{max}

4. Poprzez dopasowanie stycznej do wykresu $x(t)$ w odpowiednim miejscu postaraj sie obliczyć prędkość maksymalną ciała v_{max}

Zadanie 5 Poniżej podane są dane pomiarowe dla położenia pewnego ciała w zależności od czasu.

$t[s]$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
$x[m]$	0	0.42	0.81	1.2	1.5	1.7	1.9	2.0	2.0	1.9	1.7	1.5	1.2	0.81	0.42	0

$t[s]$	1.6	1.7	1.8	1.9	2.	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.
$x[m]$	-0.42	-0.81	-1.2	-1.5	-1.7	-1.9	-2.0	-2.0	-1.9	-1.7	-1.5	-1.2	-0.81	-0.42	0

$t[s]$	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	4.	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5
$x[m]$	0.42	0.81	1.2	1.5	1.7	1.9	2.0	2.0	1.9	1.7	1.5	1.2	0.81	0.42	0

Wprowadź poniższe dane do programu PANDA i następnie:

1. Narysuj zależność $x(t)$ – czy ruch można uznać za drgania harmoniczne?

2. Stosując polecenie *Przekształcenia*, *Różniczkowanie*, wygeneruj dane dotyczące prędkości ciała w różnych chwilach czasu

3. Ponownie używając tego polecenia wygeneruj dane dotyczące przyspieszenia ciała w różnych chwilach czasu

4. Korzystając z polecenia *Badanie zależności* narysuj wykresy zależności prędkości od czasu i przyspieszenia od czasu – porównaj z wykresami $v(t)$ $a(t)$ przedstawionymi na lekcji.

5. Zastanów się jak zmieniłyby się wykresy $v(t)$, $a(t)$, jeśli ruch odbywałby się z tą samą amplitudą ale trzy razy mniejszym okresem – w szczególności zastanów się czy zmienią się wartości v_{max} i a_{max}

Zadanie 6 Poniżej znajduje się cytat z książki Umberto Eco *Wahadło Foucaulta*:

> I wtedy zobaczyłem wahadło. Ruchoma kula na końcu długiego sznura zamocowanego do sklepienia chóru z izochronicznym majestatem i rozmachem przemierzała swój szlak. Wiedziałem – ale każdy wyczułby to z magii tego spokojnego oddechu – że okres zależy od iloczynu pierwiastka kwadratowego z długości sznura i owej liczby π, irracjonalnej dla przyziemnych umysłów, lecz z boskiego nakazu wiążącej nieuchronnie we wszystkich możliwych kołach obwód ze średnicą – tak że czas wędrówki tej kuli od jednego do drugiego skrajnego wychylenia był skutkiem tajemnej zmowy między najbardziej ponadczasową z miar, jedynością punktu zawieszenia, dualizmem abstrakcyjnego wymiaru, troistą naturą π, sekretnym tetragonem pierwiastka, doskonałością okręgu.

Doceń jak pięknie można opisać wzór $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Rozszyfruj znaczenie sformułowań: dualizm abstrakcyjnego wymiaru, troista natura π, sekretny tetragon pierwiastka.

Odpowiedzi

Zadanie 1 Dopasowanie prostej do zależności $T^2(l)$ powinno dać współczynnik kierunkowy: $a = 4.067 \pm 0.041 s^2/m$. Zgodnie z teorią ten współczynnik powinien wynosić: $4\pi^2/g = 4.024 s^2/m$. Więc jest tuż poza ale bardzo blisko przedziału niepewności.

Zadanie 2 $l = 0.99m$; $T = 4.94s$;

Zadanie 3 Wahadło krótsze osiągnie wcześniej położenie równowagi (kąt o jaki zostały odchylone nie ma znaczenia, gdyż dla małych wychyleń okres nie zależy od czasu);

Zadanie 4 1. $T = 3s$; $A = 2cm$ 4. $v_{max} \approx 4.2cm/s$

Zadanie 5 5. v_{max} wzrośnie 3 razy, a_{max} wzrośnie 9 razy.

Zadanie 6 A tak liczyłem na Ciebie. Ja się poddaje. ...no może sekretny tetragon pierwiastka: tetragon znaczy czworokąt, więc w szczególności kwadrat a w nim przekątna jest $\sqrt{2}$ razy dłuższa od boku, stąd magia pierwiastka. Ale co do pozostałych sformułowań to niestety nie wiem ...