Informacja Kwantowa 1/2

Seria 8

do oddania na 20.04.2012

Rozważmy klasę operatorów gęstości dwóch qubitów daną wzorem

$$\hat{\varrho} = p|\Phi_+\rangle\langle\Phi_+| + (1-p)|\Phi_-\rangle\langle\Phi_-|,$$

gdzie $0 \leq p \leq 1$ oraz $|\Phi_\pm\rangle = (|00\rangle \pm |11\rangle)/\sqrt{2}$.

a) Znaleźć zakres parametru p, dla którego $\hat{\varrho}$ jest stanem splątanym, tj. częściowa transpozycja $\hat{\varrho}^\Gamma$ nie jest dodatnio określonym operatorem.

b) Obliczyć funkcję korelacji $C(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathrm{Tr}[\hat{\varrho}(\hat{\sigma}_\mathbf{a} \otimes \hat{\sigma}_\mathbf{b})]$.

c) Dla jakich wartości parametru p łamana jest nierówność CHSH? *Wskazówka:* kombinację funkcji korelacji wygodnie jest zapisać w postaci:

$$C(\mathbf{a}, \mathbf{b}) + C(\mathbf{a}, \mathbf{b}') + C(\mathbf{a}', \mathbf{b}) - C(\mathbf{a}', \mathbf{b}') = \mathbf{a}^T \mathbf{\Xi}(\mathbf{b} + \mathbf{b}') + (\mathbf{a}')^T \mathbf{\Xi}(\mathbf{b} - \mathbf{b}')$$

gdzie $\mathbf{\Xi}$ jest pewną macierzą 3×3. Wektory $\mathbf{b} + \mathbf{b}'$ oraz $\mathbf{b} - \mathbf{b}'$ są wzajemnie ortogonalne i można je przestawić jako $\mathbf{b} + \mathbf{b}' = 2\cos\theta \mathbf{e}_+$ oraz $\mathbf{b} - \mathbf{b}' = 2\sin\theta \mathbf{e}_-$, gdzie $\mathbf{b} \cdot \mathbf{b}' = \cos(2\theta)$, zaś wektory $\mathbf{e}_+$ oraz $\mathbf{e}_-$ są względem siebie ortogonalne i mają długość 1. W pierwszym kroku wykonać optymalizację po θ.