

# Informacja Kwantowa 1/2

## Seria 9

do oddania na 13.12.2017

**Zadanie 1** Udowodnij to czego prowadzący nie umiał udowodnić na ćwiczeniach a mianowicie silną subaddytywność entropii Shannona, czyli że:

$$H(X, Y, Z) + H(Y) \leq H(X, Y) + H(Y, Z).$$

*Wskazówka:* rozważ entropię względną pomiędzy łącznym rozkładem prawdopodobieństwa zmiennych  $X, Y, Z$ :  $p(x, y, z)$  oraz rozkładem  $q(x, y, z) = p(x, y)p(y, z)/p(y)$  (upewnij się, że tak zdefiniowane  $q$  jest legalnym rozkładem prawdopodobieństwa).

**Zadanie 2** Korzystając z parametryzacji ogólnego mieszanego stanu kwantowego na kuli Blocha

$$\rho = \frac{1}{2} (\mathbb{1} + \vec{s} \cdot \vec{\sigma}),$$

gdzie  $|\vec{s}| \leq 1$ ,

- zapisz entropię von Neumana tego stanu w funkcji wektora Blocha  $\vec{s}$
- następnie rozważ sytuację w której na qubicie wykonano pomiar w pewnej bazie  $|\vec{a}\rangle, |-\vec{a}\rangle$  (gdzie bazę parametryzujemy podając odpowiednie wektory Blocha stanów ortogonalnych  $\vec{a}, -\vec{a}$ ). Zapisz wyrażenie na entropię Shannona dla takiego pomiaru.
- Dla jakiego  $\vec{a}$  entropia ta będzie maksymalna a dla jakiego  $\vec{a}$  będzie minimalna i ile będzie wynosić w tych przypadkach. Jakie ogólne przypuszczenie mógł(a)byś sformułować na tej podstawie odnośnie relacji pomiędzy entropią von Neumana a entropią Shannona dla wyników pomiaru rzutowego na stanie.