

# Informacja Kwantowa 1/2

## Seria 9

do oddania na 21.04.2011

**Zadanie 1** Na ćwiczeniach przeanalizowaliśmy transformację klonującą, dokonującą optymalnego klonowania stanów qubitu znajdujących się na równiku sfery Blocha. Rozważ nieco ogólniejszą transformację klonującą  $U$  sparametryzowaną przez  $\gamma \in [0, 1]$ :

$$U|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \otimes |0\rangle_A = \sqrt{\gamma}|0\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \otimes |0\rangle_A + \sqrt{1-\gamma}|\Psi_+\rangle_{12} \otimes |1\rangle \quad (1)$$

$$U|1\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 \otimes |0\rangle_A = \sqrt{\gamma}|1\rangle_1 \otimes |1\rangle_2 \otimes |1\rangle_A + \sqrt{1-\gamma}|\Psi_+\rangle_{12} \otimes |0\rangle \quad (2)$$

gdzie  $|\Psi_+\rangle = (|0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |0\rangle)/\sqrt{2}$ , a podukłady pisane są w kolejności: klon 1, klon 2, „maszyna klonująca”. Przypadek rozważany na ćwiczeniach odpowiadał sytuacji  $\gamma = 1/2$ .

- Jeśli wziąć parametr tak jak na ćwiczeniach, czyli  $\gamma = 1/2$ , to z jaką wiernością klonowane byłyby stany położone na biegunach, czyli  $|0\rangle$ ,  $|1\rangle$ . Czy w takim razie taka operacja nadaje się do klonowania wszystkich stanów qubitu?
- Postaraj się znaleźć taką wartość parametru  $\gamma$  dla którego powyższa operacja dokonywałaby klonowania *wszystkich* stanów czystych qubitu z jednakową wiernością. Okazuje się, że transformacja jaką uzyskasz jest istotnie optymalnym sposobem klonowania qubitu (Oczekuje tutaj pełnego rozumowania, a nie zgadnięcia wartości  $\gamma$ ). Ile wynosi wierność takiego klonowania?
- Zastosuj tę optymalną operację klonującą aby przeanalizować bezpieczeństwo protokołu kryptografii kwantowej używającej 6 stanów (patrz seria 4). Powyżej jakiego QBER, A i B nie mogą się czuć bezpieczni? Na ile ten wynik jest silniejszy od wyników jakie uzyskiwaliśmy używając bardziej prymitywnych ataków typu zmierz-odeślij?
- Wiemy, że stan mieszany qubitu możemy przestawić za pomocą wektora  $\vec{s}$  w kuli Blocha

$$\rho = \frac{1}{2} (\mathbb{1} + \vec{s} \cdot \vec{\sigma})$$

(jeśli  $|\vec{s}| = 1$ , czyli jesteśmy na sferze Blocha to mamy stany czyste, a im bardziej do środka tym bardziej mamy stany mieszane). Jeśli by patrzeć na czysty stan wejściowy  $|\psi\rangle$  a następnie na któryś z klonów tego stanu, który oczywiście będzie stanem mieszanym, to jak to by wyglądało w języku wektora Blocha. — podaj geometryczny opis co się dzieje z wektorem Blocha w wyniku optymalnego klonowania qubitu, które znalazł(a)ś w podpunkcie b).