Kwantowa Teoria Pomiaru i Estymacji

Seria 12

do oddania na 26.01.2015 (Na początku wykładu!!! Tym razem nie przyjmuje prac po wykładzie.)

Zadanie 1 Rozważ zagadnienie znalezienia ograniczenia na precyzję estymacji fazy przy wykorzystaniu N atomów dwupoziomowych w obecność dekoherencji w postaci nieskorelowanego defazowania. Innymi słowy przyjmujemy, że na wejściowy stan N atomowy $|\psi\rangle$ (N qubitów) działa operacja $\Lambda_\varphi^{\otimes N}$, gdzie $\Lambda_\varphi(\cdot) = \Lambda(U_\varphi \cdot U_\varphi^\dagger)$, gdzie $U_\varphi = \exp(i\varphi/2)|0\rangle\langle 0| + \exp(-i\varphi/2)|1\rangle\langle 1|$ jest unitarnym nakręcaniem fazy, a Λ reprezentuje proces defazowania, który można zapisać za pomocą następujących dwóch operatorów Krausa: $K_0 = \mathbb{1}\sqrt{(1+\eta)/2}$, $K_1 = \sigma_z\sqrt{(1-\eta)/2}$. Obrazowo proces defazowania odpowiada kurczeniu sfery Blocha do elipsoidy o promieniu w płaszczyźnie xy równym η. Skorzystaj z wyprowadzonego na wykładzie ograniczenia na precyzję $F_Q \leq 4(N\|\alpha\| + N(N-1)\|\beta\|^2)$, gdzie $\alpha = \sum_i \dot{K}_{i,\varphi}^\dagger \dot{K}_{i,\varphi}$, $\beta = \sum_i \dot{K}_{i,\varphi}^\dagger K_{i,\varphi}$ i sprawdź jaki wynik otrzymasz dla przedstawionej powyżej reprezentacji Krausa. Rozważ teraz inną reprezentację Krausa:

$$\begin{aligned}\tilde{K}_0 &= \cos(\chi\varphi)K_0 - i\sin(\chi\varphi)K_1 \\ \tilde{K}_1 &= \cos(\chi\varphi)K_1 - i\sin(\chi\varphi)K_0\end{aligned}$$

gdzie χ jest pewny dowolnym parametrem rzeczywistym, i korzystając z niej postaraj się uzyskać jak najlepsze ograniczenie na precyzję estymacji w granicy asymptotycznej $N \to \infty$.