

Kwantowa Teoria Pomiaru i Estymacji

Seria 8

do oddania na 16.12.2016

Zadanie 1 Pomyślmy o qubicie jako prostym modelu atomu dwupoziomowego, gdzie $|0\rangle$, $|1\rangle$ są odpowiednio stanami podstawowym i wzbudzonym. Przyjmijmy, że chcemy wyestymować częstotliwość przejścia ω pomiędzy poziomami. W tym celu przygotowujemy atom w stanie $|\psi\rangle = (|0\rangle + |1\rangle)/\sqrt{2}$ a następnie ewoluujemy go przez ustalony i znany czas t . W efekcie otrzymujemy stan:

$$|\psi_\omega\rangle = e^{i\omega t\sigma_z/2}|\psi\rangle. \quad (1)$$

Załóżmy, że rozkład a priori opisujący naszą wiedzę o częstotliwości ma postać gaussowską:

$$p(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta^2\omega}} e^{-(\omega-\omega_0)^2/2\Delta^2\omega}, \quad (2)$$

gdzie ω_0 i $\Delta^2\omega$ są odpowiedni średnią i wariancją rozkładu.

- a) Znajdź wyrażenie na optymalny koszt Bayesowski w tym problemie w zależności od czasu ewolucji t . Zrób wykres $\overline{\Delta^2\tilde{\omega}}/\Delta^2\omega$ od t , który pokazuje względne zmniejszenie niepewności w wyniku estymacji. Wskazówka: Żeby się nie napracować postaraj się wykorzystać związek kosztu Bayesowskiego i Fishera oraz wyniki uzyskane w serii 7.
- b) Znajdź optymalny czas ewolucji, dla którego koszt Bayesowski będzie najmniejszy
- c) Dla optymalnego czasu, podaj pomiar i wartości estymowanych częstości, które zapewniają optymalną estymację
- d) Zastanów się co by było, gdyby ktoś po prostu obliczył informację Fishera dla stanu $|\psi_\omega\rangle$ z równania (1). Jakie wnioski mógłby ktoś wyciągnąć odnośnie optymalnego czasu ewolucji gdyby bazował jedynie na wyrażeniu na kwantową informację Fishera. Czy jego wnioski byłyby sensowne...