

Kwantowa Teoria Pomiaru i Estymacji

Seria 7

do oddania na 14.12.2012

Zadanie 1 (10 pkt) Rozważ rodzinę stanów qubitu postaci:

$$|\psi_\varphi\rangle = \cos(\theta/2)|0\rangle + \sin(\theta/2)\exp(i\varphi)|1\rangle \quad (1)$$

przy czym θ traktujemy jako znany parametr a parametrem, który mamy za zadanie wyestymować jest φ .

- Co mówi nierówność Cramera-Rao (CR) o możliwej do uzyskania precyzji estymacji φ jeśli mielibyśmy do dyspozycji N kopii stanu czyli: $|\psi_\varphi\rangle^{\otimes N}$
- Jaki jest optymalny pomiar, który gwarantuje wysycanie nierówności CR dla dużych N - czy pomiar zależy od wartości estymowanego parametru φ ?
- Powtórz powyższe punkty w sytuacji gdy zamiast N kopii $|\psi_\varphi\rangle$ otrzymujemy N kopii zaszumionego stanu postaci $\rho_\varphi = p|\psi_\varphi\rangle\langle\psi_\varphi| + (1-p)\mathbb{1}/2$, gdzie p przyjmujemy, że jest znanym parametrem.
- Zastanów się nad przypadkiem estymacji wieloparametrowej, w której przyjęlibyśmy, że poza φ również θ i p są nieznanymi parametrami, które należy wyestymować. Zapisz kwantową macierz Fishera i zastanów się, nad tym czy możliwe są pomiary które jednocześnie dałyby możliwość wysycenia nierówności CR z punktu widzenia estymacji wszystkich parametrów naraz.