Instytut Fizyki Teoretycznej
Uniwersytet Warszawski

Jacek Dobaczewski

Metodologia prowadzenia zajęć wyrównawczych z matematyki dla studentów I-go roku

SPIS TREŚCI

1. Wstęp.
2. Krytyka obecnego systemu prowadzenia zajęć dydaktycznych.
3. Próba nowego podejścia do zajęć dydaktycznych.
4. Zasady prowadzenia zajęć wyrównawczych z matematyki.
5. Program zajęć wyrównawczych z matematyki.
6. Realizacja praktyczna – opis programu komputerowego.
7. Uwagi końcowe.

Warszawa, sierpień 1999

1. Wstęp.

Zajęcia wyrównawcze z matematyki i fizyki wprowadzone zostały do programu I-go roku studiów na wydziale Fizyki w roku akademickim 1997/98. Celem ich wprowadzenia było zapewnienie studentom, którzy nie zaliczyli pierwszego semestru studiów, możliwości uzupełnienia wiedzy z zakresu programu szkoły średniej. Po zaliczeniu semestru wyrównawczego studenci mogli podejmować w kolejnym roku akademickim studia na I roku, bez zdawania egzaminu wstępnego.

Inicjatywa wprowadzenia zajęć wyrównawczych miała na celu zlikwidowanie różnic w przygotowaniu absolwentów szkół średnich do studiowania na Wydziale Fizyki. Niewystarczający poziom wiedzy wyniesionej ze szkoły średniej bywa często przyczyną niepowodzenia na studiach. Uzupełnienie tej wiedzy poprzez semestr wyrównawczy może więc umożliwić pewnej grupie studentów kontynuowanie i ukończenie studiów. Aby szansę taką stworzyć tylko studentom potencjalnie zdolnym do osiągnięcia przyzwoitych wyników, kwalifikacja na semestr wyrównawczy odbywała się na podstawie opinii nauczycieli akademickich, którzy prowadzili zajęcia na pierwszym semestrze studiów.

Prowadzenie zajęć wyrównawczych z matematyki w dwu kolejnych latach akademickich stało się dla mnie okazją do przemyślenia struktury i metodologii prowadzenia zajęć na naszym Wydziale. Na podstawie wielu krytycznych obserwacji, jakie przedstawiam w rozdziale 2 niniejszego opracowania, skonstruowałem nowy system prowadzenia i zaliczania zajęć (rozdział 3), który zastosowałem w praktyce na semestrze wyrównawczym (rozdział 4). Zdaję sobie sprawę z tego, że przeniesienie podobnych metod na regularne zajęcia na Wydziale Fizyki może być trudne lub niemożliwe. Repetytorium z matematyki na poziomie szkoły średniej było szczególnie wdzięcznym polem do przeprowadzenia eksperymentu. Nie mniej jednak, mam nadzieje, że zebrane doświadczenia, przedstawione w tym opracowaniu, mogą stać się początkiem usprawnień w systemie prowadzenia zajęć.

W rozdziale 5 opisuję program zajęć wyrównawczych z matematyki, a w rozdziale 6 przedstawiam program komputerowy napisany przeze mnie w celu konstrukcji i automatycznego oceniania testów sprawdzających wiedzę. Program ten wykorzystuje bazę danych zawierającą zestawy pytań testowych, przygotowaną przeze mnie wraz z Krzysztofem Pachuckim i Tomaszem Wernerem, którzy współprowadzili ze mną zajęcia wyrównawcze w dwu kolejnych latach akademickich. Baza danych zadań testowych nie stanowi

części niniejszego opracowania i będzie udostępniana tylko osobom prowadzącym zajęcia wyrównawcze z matematyki w latach późniejszych.

2. Krytyka obecnego systemu prowadzenia zajęć dydaktycznych.

W ostatnich kilku-kilkunastu latach zasadniczej zmianie uległa struktura socjologiczna młodych ludzi przyjmowanych na studia na Wydziale Fizyki. Wraz z dramatycznym powiększeniem liczby przyjmowanych studentów i rezygnacją z przeprowadzania egzaminów wstępnych jesteśmy postawieni wobec zupełnie innego słuchacza naszych wykładów i uczestnika ćwiczeń, niż było to dwadzieścia lat temu, kiedy większość z obecnych nauczycieli akademickich Wydziału studiowała lub rozpoczynała pracę dydaktyczną. Moim zdaniem zmiany w polityce rekrutacyjnej Wydziału były ze wszech miar słuszne i konieczne. Niestety, do dziś nie pociągnęły one za sobą wystarczających zmian w strukturze i metodologii prowadzenia zajęć dydaktycznych.

Uważam, że należy obecnie (choć z wieloletnim opóźnieniem) przemyśleć od nowa podstawowe zasady prowadzenia zajęć na naszym Wydziale i odpowiedzieć sobie wreszcie na pytanie kogo, po co, i jak chcemy uczyć. Pierwszym krokiem w takiej dyskusji może być ocena stanu obecnego. Ten rozdział mojego opracowania stanowi próbę krytycznej oceny tego stanu. Przedstawiam ją w formie luźnego zestawu obserwacji, które posłużą mi jako baza do konstrukcji systemu prowadzenia zajęć wyrównawczych z matematyki, przedstawionej w rozdziałach następnych.

a) **Podstawową wadą obecnego systemu prowadzenia zajęć dydaktycznych jest, moim zdaniem, kompletny brak sprzężenia zwrotnego między procesami przekazywania i sprawdzania wiedzy**. Typowym modelem jest wykład prowadzony przez profesora, uzupełniany ćwiczeniami prowadzonymi przez asystentów. Wykład ma charakter jednokierunkowego strumienia informacji, płynącego od profesora do słuchaczy, zupełnie bez, lub prawie bez jakiegokolwiek przepływu informacji w kierunku odwrotnym. Wykładowcy dopuszczają pytania studentów, a nawet zachęcają studentów do zadawania pytań dotyczących treści wykładu, jednak nie daje to im właściwie żadnej informacji o tym, czy i jak szybko studenci przyswajają sobie przekazywaną wiedzę. Oczywiście pytania zadaje tylko kilku najlepszych studentów, a większość siedzi cicho i głównie słucha (w najlepszym wypadku).

b) **Niewiele lepszy kanał informacyjny otwiera się w czasie ćwiczeń**. Na podstawie przebiegu ćwiczeń asystenci są w stanie ocenić jedynie to, kto jest studentem lepszym, a kto radzi sobie gorzej, a nie to, kto ile się nauczył. Temu drugiemu celowi służą jedynie: (i) kolokwia i (ii) zadania domowe – nie zawsze zadawane, a jeśli nawet zadawane, to nie zawsze sprawdzane.

c) **Kolokwia w obecnej formie stanowią jedynie archaiczny przeżytek minionej epoki**. Sposób ich przeprowadzania i oceniania sprawia, że spełniają one tylko jedną rolę, a mianowicie „odsiewają ziarno od plew", czyli dzielą studentów na tych, którzy się nauczyli (mniejszość) od tych którzy się nie nauczyli (przeważnie większość). Wyniki kolokwium nie mają żadnego wpływu na dalszy sposób prowadzenia danych zajęć: Ci co się nie nauczyli pouczani są tylko, że „jak tak dalej pójdzie, to nie zaliczą przedmiotu", i proces dydaktyczny toczy się niezmiennie dalej. W semestrze odbywają się przeważnie dwa kolokwia, w najlepszym wypadku organizowane po 1/3 i 2/3 semestru, a często, niestety, jeszcze później. Nie zaliczenie pierwszego kolokwium traktowane jest jako sygnał ostrzegawczy, a nie zaliczenie dwu kolokwiów przekreśla w praktyce możliwość zaliczenia przedmiotu. W związku z tym kolokwia nie służą niczemu oprócz represjonowania tych studentów, którzy nie przyswajają sobie wiedzy w odpowiednim tempie.

d) **Zadawane, sprawdzane i oceniane zadania domowe mogłyby stanowić znakomite źródło informacji o postępach studentów, ale bardzo rzadko są wykorzystywane do tego celu.** Przeważnie studenci gromadzą jedynie punkty za ich odrabianie, a Ci którzy ich nie oddają, lub robią źle, znowu są pouczani, że „jak tak dalej pójdzie, to nie zaliczą przedmiotu". Studenci, którzy oddają zadania rozwiązane źle nie są w żaden sposób otaczani specjalną troską, ani douczani lub powtórnie sprawdzani. Tak zwane „konsultacje" (nawet jeśli są organizowane) służą jedynie studentom najlepszym.

e) **System sprawdzania wiedzy ma prawie wyłącznie charakter represyjny i jako taki rodzi wielorakie patologie**. Po pierwsze (i najważniejsze) system ten przenosi nacisk z uczenia się na zaliczanie. Studenci nie uznają za swój cel nauczenia się czegokolwiek, ale za cel taki postrzegają zaliczanie kolokwiów, otrzymywanie punktów za zadania domowe, a w sumie zaliczenie przedmiotu. Jako ludzie inteligentni zdają sobie sprawę z tego, że tak postawione cele można (oczywiście) osiągnąć ciężką pracą, ale również można je osiągnąć poprzez oszustwa (ściąganie, odpisywanie, podstawianie osób trzecich, itd.) Moim zdaniem, skala tych zjawisk przybrała na naszym Wydziale rozmiary alarmujące i najwyższy już czas na zastanowienie się nad przyczynami i środkami zaradczymi. Można oczywiście posuwać się dalej w

systemie represji i przemocy, ale problem nie leży w tym, że studenci oszukują, tylko w tym, że stawia im się niewłaściwe cele (zaliczanie zamiast uczenia się).

f) **Drugą patologią represyjnego systemu sprawdzania wiedzy jest uciekanie się do płynnych kryteriów ocen**. Wykładowca i asystenci, którzy pod koniec semestru zaczynają się orientować, że ich wysiłki nie przynoszą skutków (czyli studenci umieją niewiele), ogłaszają nagle „kolokwia poprawkowe" (nawet i na tydzień przed egzaminem), lub też zaczynają oceniać kolokwia „z krzywej Gaussa" (nawet jeśli krzywa ta ma maksimum przy 20% punktów możliwych do uzyskania). W taki to sposób nauczyciele akademiccy przystępują do tej samej gry – również i ich celem staje się zaliczenie studentom przedmiotu, a nie nauczenie studentów fizyki.

g) **Sprawdzanie wiedzy w obecnej formie ma charakter statystyczny**. Student nie musi nauczyć się mechaniki kwantowej, a jedynie 30% (powiedzmy) tematów z mechaniki kwantowej. Każdy ze studentów uczy się innych 30%, i nikomu nie spędza to snu z powiek, że są tacy, którzy nie umieją rachunku zaburzeń (byli wtedy na rajdzie turystycznym), ale zdali, bo akurat na egzaminie podeszło im równanie Diraca (bo na ten wykład akurat przyszli). Taka metoda uczenia pochodzi z minionej epoki, kiedy proces nauczania koncentrował się na (niewielu) dobrych studentach, a resztę się bez pardonu wywalało ze studiów. Tylko najlepsi studenci byli w stanie opanować całość materiału, więc od liczby opanowanych tematów zależała ocena, a nie fakt zaliczenia przedmiotu. Obecnie, liczba studentów wyrzucanych jest mniejsza, ale system pozostał ten sam**.**

h) **Statystyczne sprawdzanie wiedzy rodzi statystyczną metodę udzielania odpowiedzi i rozwiązywania zadań.** Oznacza to, że student nie czuje się właściwie zobowiązany do sprawdzenia wyników własnych obliczeń i wyników osiąganych przy rozwiązywaniu zadań. „Rozgrzebuje" i „napoczyna" wszystkie zadania. Jeśli jakiegoś zadania nie potrafi rozwiązać, to przelewa na papier chaotyczny zestaw przypadkowych wzorów licząc na to, że mu jakiś punkcik za to kapnie. Potem wykłóca się z asystentem, że „przecież coś napisał". A następnie wykłóca się z asystentem, by mu dodał „pół punktu brakującego do zaliczenia". Wszystko to jest spowodowane faktem, że do zaliczenia kolokwium potrzebny jest tylko pewien procent poprawnych odpowiedzi, a nie 100% poprawnych odpowiedzi.

i) **Proces informowania studentów o ich własnych wynikach jest zbyt często skandalicznie opóźniony.** Zadania domowe z danego tematu są zadawane w tydzień po ćwiczeniach, zbierane w tydzień lub dwa po ich zadaniu, a oceniane w tydzień lub dwa po zebraniu. Sprawia to, że student

dowiaduje się o tym, że czegoś nie umie, lub że coś wie źle, w wiele tygodni (powiedzmy w sześć tygodni) po tym jak o danym temacie słyszał na wykładzie lub na ćwiczeniach. Poza tym prowadzi to do absurdów w rodzaju trzech sprawdzonych serii zadań oddawanych studentom na dzień przed kolokwium lub przed egzaminem. System taki świadczy jeszcze raz o pogardzie okazywanej przez prowadzących zajęcia dla roli, jaką mogłoby pełnić sprzężenie zwrotne między ocenianiem studentów, a ich uczeniem lub douczaniem. Obecne sprawdzanie wiedzy służy jedynie jako straszak zmuszający studenta by się uczył, a nie pełni w ogóle roli informowania profesora i studenta o postępach studenta.

j) **Proces uczenia jest obecnie adresowany do studenta średniego (w najlepszym przypadku) lub do najlepszego, a nie do studenta konkretnego.** Nie wystarczy, moim zdaniem, wprowadzenie kilku wariantów równoległego prowadzenia wykładów. Tempo przyswajania wiedzy nie jest stałą cechą przypisaną danemu studentowi, lecz zależy od wielu czynników zmiennych w czasie i uwarunkowanych tym, czego student (na)uczył się wcześniej. Dany student może łatwo sobie przyswoić jakiś temat z wariantu trudniejszego, a ma podstawowe kłopoty z prostymi tematami w wariancie łatwiejszym. Brak jest obecnie jakichkolwiek mechanizmów nauczania wybiórczego, adresowanego do konkretnych studentów, którzy wymagają często pomocy tylko w poszczególnych zagadnieniach (bo na przykład akurat byli na rajdzie turystycznym).

k) **Ambicje nauczycieli akademickich skupione są na wysokim poziomie wykładania, zamiast na nauczaniu skutecznym.** Moim zdaniem, trudny wykład, po którym studenci niczego nie umieją, jest wykładem złym. Nie jest ważne jaki poziom wiedzy studenta nauczyciel chciałby osiągnąć, a jedynie to, o ile powiększył zasób wiedzy studenta, Narzekania na niski poziom kandydatów i niską inteligencję studentów są wyrazem niezrozumienia celów procesu dydaktycznego. Dobre nauczanie to takie, które powiększa o duży czynnik: (i) zasób wiedzy studenta oraz (ii) sprawność z jaką student potrafi uczyć się sam. Student który niewiele umie, ale po wykładzie umie dwa razy więcej, jest sukcesem uczącego, zaś student który umie bardzo dużo, ale po wykładzie umie 5% więcej, jest jego porażką,

Podsumowując ten rozdział uważam, że obecny system nauczania jest archaiczny, źle dostosowany do możliwości studentów, represyjny, kryminogenny i nieskuteczny. System ten wywodzi się z tradycji średniowiecznych, kiedy wiedzę „wykładało" się przed studentów i Ci co chcieli, i byli do tego zdolni, brali sobie z tej „wyłożonej" przed nimi wiedzy ile zdołali. System ten pracował do niedawna całkiem nieźle, gdyż kształciliśmy głównie przyszłych naukowców. Obecny system nie wykorzystuje w ogóle

nowoczesnych możliwości technicznych w zakresie komunikacji między nauczycielem i uczniem, które mogłyby zapewnić większą sprawność i indywidualizację procesu nauczania.

Obecnie, głównym celem uczenia fizyki powinno stawać się wykształcenie w studencie umiejętności racjonalnego rozumowania, umiejętności oddzielania rzeczy ważnych od nieważnych, i szybkiego uczenia się rzeczy nowych. Te właśnie umiejętności przydają się absolwentom najbardziej, gdyż olbrzymia większość z nich nie będzie pracować w fizyce, zaś wymagać się będzie od nich głównie elastyczności i inteligencji w dostosowaniu się do nowych i zmiennych sytuacji.

3. Próba nowego podejścia do zajęć dydaktycznych.

Konstruując system prowadzenia zajęć wyrównawczych z matematyki usiłowałem osiągnąć kilka celów, które usunęłyby lub złagodziły wady obecnego systemu omówione w poprzednim rozdziale. Głównym moim celem było otworzenie przepływu informacji zwrotnej o postępach studentów, i dostosowanie bieżącego toku nauczania do tychże postępów. W tym celu wprowadzone zostały następujące elementy procesu dydaktycznego:

a) Sprawdzanie osiąganych postępów na bieżąco, w formie testów przeprowadzanych na każdych zajęciach.
b) Automatyzacja przygotowywania i sprawdzanie testów, które to zadanie powierzone zostało komputerowi.
c) Prawie zupełne oddzielenie procesu sprawdzania poziomu wiedzy od procesu oceniania studenta.
d) Modyfikacje tempa wykładania materiału w funkcji tempa przyswajania sobie wiedzy przez studentów.
e) Indywidualizacja procesu nauczania. Cel ten nie był możliwy do osiągnięcia w stopniu, jakiego należałoby sobie życzyć. Natomiast zapewniono studentowi możliwość zindywidualizowanego tempa samo-uczenia się.
f) Zaliczanie stuprocentowe, czyli wprowadzenie zasady, że do zaliczenia przedmiotu trzeba opanować dokładnie cały wymagany materiał, a zaliczyć dany temat można jedynie poprzez udzielenie wszystkich odpowiedzi poprawnie.
g) Likwidacja ograniczeń czasowych, czyli student mógł uczyć się tak długo jak chciał. Oczywiście, ograniczeniem były tutaj wymagania Dziekanatu co do zakończenia jesiennej sesji poprawkowej.

4. Zasady prowadzenia zajęć wyrównawczych z matematyki.

W rozdziale tym omawiam szczegółowe zasady odbywania i zaliczania zajęć wyrównawczych z matematyki. Zajęcia te odbywały się dwa razy w tygodniu, po trzy godziny za każdym razem. Każde takie zajęcia stanowiły jeden blok programowy, podczas którego omawiane było jedno zagadnienie z programu matematyki szkoły średniej. Program zajęć wyrównawczych przedstawiony jest w rozdziale następnym w formie listy tychże bloków programowych. Ze względu na to, że zajęcia semestru wyrównawczego rozpoczynają się z opóźnieniem (konieczność zakończenia sesji poprawkowej) i na to, że niektóre tematy były powtarzane (patrz poniżej), możliwe było zrealizowanie tylko 19 bloków programowych.

W każdym z dwu lat akademickich zajęcia wyrównawcze odbywały się równolegle w dwu grupach, do których wstępnie przydzielone było po około 20 osób. W obu grupach stosowany był dokładnie ten sam system i program zajęć, choć ze względu na tematy powtarzane (patrz poniżej), tematy nie koniecznie były realizowane jednocześnie.

Struktura każdych trzy-godzinnych zajęć przedstawiała się następująco: Pierwsza godzina zajęć podzielona była na dwie części. Pierwsze jej pół godziny poświęcone było wykładowi tematu. Zajęcia wyrównawcze miały charakter repetytorium, a więc wykład podawał jedynie usystematyzowaną listę faktów, metod i wzorów, za to bez wyprowadzeń ani dowodów. Końcowe 15 minut pierwszej godziny poświęcone było na przeprowadzenie testów poprawkowych (patrz omówienie poniżej). Druga godzina zajęć, i pierwsze pół godziny z trzeciej, poświęcone były na robienie zadań ilustrujących dany temat i miały charakter ćwiczeń, w których każdy student był raz lub dwa razy przy tablicy, wykonując jeden prosty przykład.

Końcowe 15 minut trzeciej godziny poświęcone było na przeprowadzenie testu **z materiału właśnie omówionego**. Taki sposób testowania okazał się być jednym z najefektywniejszych sposobów podniesienia sprawności nauczania. Oczywiście, było to możliwe jedynie ze względu na powtórkowy charakter zajęć. Omawiany materiał był przecież studentom w zasadzie znany, a program zajęć ogłaszany był z wyprzedzeniem. W praktyce oczywiście, żaden student się z wyprzedzeniem do zajęć nie przygotowywał. Natomiast, fakt że dany materiał będzie zaraz na tych samych zajęciach przedmiotem testu rodził znakomite skupienie uwagi studentów na treści zajęć, aktywne w nich uczestnictwo, zainteresowanie tym, o czym prowadzący mówi, oraz krytyczną kontrolę tego, co przy tablicy robią inni studenci.

W praktyce, w miarę posuwania się do materiału trudniejszego, czas poświęcany testom ulegał wydłużeniu, nawet do 25-30 min. (dla testów poprawkowych odbywało się to kosztem pierwszej przerwy). Osoby, które nie miały żadnych testów do poprawiania były natomiast zwalniane na przerwę zaraz po pierwszej pół godzinie wykładu.

W sumie więc, student miał za zadanie wysłuchać i zaliczyć testem **każdy** z 19 bloków programowych. Niezaliczone testy z zajęć bieżących mogły być poprawiane na jednych z zajęć następnych. Każdy student miał prawo przystąpić do testu z zajęć bieżących (na końcu trzeciej godziny), bez względu na liczbę niezaliczonych testów poprzednich. Natomiast na końcu pierwszej godziny poprawiać można było jedynie **najstarszy** z niezaliczonych uprzednio testów.

A. STRUKTURA I ZASADY ROZWIĄZYWANIA TESTÓW PRZEDSTAWIAŁY SIĘ NASTĘPUJĄCO:

1. Każdy test wydrukowany był na jednej stronie kartki, którą zaraz po otrzymaniu należało podpisać.
2. Test należało rozwiązywać pisząc wyłącznie na pustym miejscu pod treścią zadań lub na odwrocie kartki.
3. Przy rozwiązywaniu testu można było korzystać z dowolnych własnych notatek i ściągawek. Również materiał omawiany na wykładzie pozostawiany był na tablicy podczas całego trwania zajęć i testów. Nie można było natomiast korzystać z żadnych innych udogodnień, jak książki, kalkulatory, tablice, itp.
4. Test składał się z trzech zadań. Do każdego zadania podane były cztery odpowiedzi, z których jedna i tylko jedna była prawdziwa.
5. Każda odpowiedź miała przypisany pewien kod, który był niewielką liczbą naturalną. Po wybraniu prawdziwej odpowiedzi należało wpisać jej kod w kratce przewidzianej dla poprawnej odpowiedzi do danego zadania.
6. Kody poprawnych odpowiedzi trzech zadań należało zsumować i otrzymaną w ten sposób odpowiedź końcową należy wpisać w przewidzianej do tego kratce. Tak otrzymana odpowiedź końcowa była jedyną podstawą do zaliczenia testu.
7. U dołu kartki z każdym testem umieszczona była formuła sprawdzająca test. Miała on formę prostego działania arytmetycznego, w którym należało umieścić otrzymaną odpowiedź końcową oraz hasło. Przed oddaniem testu można było oderwać dolny fragment kartki i zachować go w celu późniejszego sprawdzenia testu.
8. Po oddaniu wszystkich testów prowadzący podawał do ogólnej wiadomości dwie trzycyfrowe liczby: "hasło dnia" i "wynik dnia". Dany test był

rozwiązany poprawnie, jeśli po wpisaniu na dole kartki odpowiedzi końcowej i hasła dnia, wynik wskazanych tam obliczeń miał trzy ostatnie cyfry równe wynikowi dnia.

9. Jeśli student uznał, że w zadaniu był błąd (to znaczy, że zadanie nie ma rozwiązania, jest niejednoznacznie sformułowane, lub żadna podana odpowiedź nie jest prawdziwa) powinien był zaznaczyć ten fakt na teście. Jeśli rzeczywiście zadanie było błędne, to test takiej osobie zaliczony był bez względu na rozwiązanie lub nie rozwiązanie pozostałych zadań. Z drugiej strony, niezauważenie błędności jakiegoś zadania powodowało niezaliczenie testu, bez względu na rozwiązanie lub nie rozwiązanie pozostałych zadań.

Oczywiście, żadne błędne zadania nie były celowo formułowane, ale praktyka pokazała, że błędy zdarzały się od czasu do czasu. Co więcej, taka zasada traktowania błędów likwidowała konieczność dyskusji nad błędnością zadań podczas trwania testu. Student, który otrzymywał odpowiedź inną niż wszystkie podane odpowiedzi było obowiązany sam sprawdzić, czy się pomylił, czy też zadanie było rzeczywiście błędne. Takie traktowanie udzielania odpowiedzi okazało się niezwykle owocne i kształcące. Fakt, że testu nie można zaliczyć „statystycznie" (czyli udzielając dany procent poprawnych odpowiedzi), ale trzeba wszystkie trzy zadania rozwiązać poprawnie, sprawiał że studenci byli zobowiązani do sprawdzania tego co napisali i co obliczyli, czyli do daleko posuniętej samokontroli własnej pracy.

Przykładowy test zamieszczony jest w załączniku nr 2.

B. ZASADY ZALICZENIA CAŁEGO PRZEDMIOTU PRZEDSTAWIAŁY SIĘ NASTĘPUJĄCO:

1. Przedmiotu nie można było nie zaliczyć - można było jedynie zrezygnować z jego zaliczania. Oznaczało to, że próby zaliczenia można było kontynuować w nieskończoność, a w praktyce tak długo, jak długo wyrażał na to zgodę Dziekanat (czyli do około początku października). Po pierwsze, każdy niezaliczony test można było poprawiać dowolną liczbę razy na jednych z zajęć następnych. Co więcej, w czasie trwania sesji normalnej i poprawkowej możliwość poprawiania testów organizowana była codzienne, w formie półgodzinnego spotkania o ustalonej porze dnia. Taki sposób zaliczania przedmiotu wymagał od prowadzących dużo więcej wysiłku niż sposób tradycyjny, co oczywiście stało w rażącej sprzeczności z wysokością wynagrodzenia, jakie za swoją pracę otrzymywali.
2. Rezygnacja z trzech kolejnych możliwości (dat) zaliczenia testów miała być uznawana za rezygnację z zaliczenia. Miało to również obejmować nieobecność na trzech kolejnych zajęciach. W praktyce, zasada ta nie była

stosowana, i każdy kto chciał zaliczać testy mógł to robić tak długo, aż zaliczył wszystkie, albo aż definitywnie przestał ponawiać próby zaliczenia.
3. Do zaliczenia przedmiotu potrzebna była więc:
   (i) obecność na zajęciach (w zasadzie).
   (ii) zaliczenie **wszystkich** 19 testów sprawdzających.
4. Przedmiot nie kończył się formalnym egzaminem.
5. Ocena końcowa wystawiana była na podstawie liczby poprawek wszystkich testów (im mniejsza liczba poprawek, tym lepsza ocena końcowa). Skala ocen ustalona została w praktyce następująco: zero poprawek = 5+, 1-5 poprawek = 5, 6-10 poprawek = 4+, 11-15 poprawek = 4, 16-20 poprawek = 3+, powyżej 20 poprawek = 3.

Rekordzista zdał 29 poprawek testów (oprócz 19 bieżących prób zdania testów na ćwiczeniach). Rekordziści poprawiali również dany test do 8 razy. Co ciekawe, i bardzo znaczące, różni studenci poprawiali wielokrotnie bardzo różne testy, To znaczy, właściwie każdy student miał swoją „piętę Achillesa", czyli temat, który mu sprawiał trudności, i którego opanowanie wymagało od niego więcej pracy i czasu. Obserwacja ta zwraca jeszcze raz uwagę na konieczność większej niż obecnie indywidualizacji procesu uczenia.

W związku z zastosowaną automatyczną metodą sprawdzania testów, student znał wynik swojego testu już w 15 sekund po jego zakończeniu. Wiedział więc, czy powinien się z danego tematu przygotować na następne zajęcia, tak aby spróbować go zaliczyć w czasie przeznaczonym na zdawanie testów poprawkowych. Natomiast prowadzący poznawał wyniki testów porównując udzielone przez studentów odpowiedzi końcowe (przypominam – były to dla każdego testu proste liczby naturalne), z listą poprawnych odpowiedzi drukowaną przez program przygotowujący testy. Porównanie takie wymagało jedynie kilku minut czasu po każdych zajęciach.

Bardzo ważnym elementem prowadzonych zajęć była zasada powtórnego przeprowadzania zajęć dla tematów źle zaliczonych przez studentów. Polegała ona na tym, że jeśli dany blok tematyczny został zaliczony przez mniej niż połowę studentów, to blok ten był powtarzany na kolejnych zajęciach. Cykl wykonywania planu zajęć był wtedy przerywany i odbywały się powtórne zajęcia z danego tematu, które miały wyłącznie charakter ćwiczeń trenujących to zagadnienie. Studenci, którzy dany blok zaliczyli byli z takich zajęć zwalniani, choć bardzo często dobrowolnie w nich jednak uczestniczyli, ceniąc sobie widocznie okazję do pogłębienia swoich umiejętności (byli to oczywiście lepsi studenci w grupie).

Bloki poprawiane zdarzyły się w czasie semestru kilka razy (3 do 6). Były one **różne** w dwu różnych grupach i w dwu różnych latach akademickich. Jeszcze

raz świadczy to o konieczności dynamicznego i indywidualnego podejścia do tempa przekazywania wiedzy na zajęciach.

Studenci byli informowani, że zaliczenie danego bloku tematycznego przez mniej niż połowę zdających jest porażką nie ich, lecz porażką nauczyciela. Tak też były traktowane zajęcia powtarzane – jako szansa dana prowadzącemu na poprawienie swojego słabego wyniku. W konsekwencji takiego postawienia sprawy, poprawki testów po powtarzanych zajęciach, nie były liczone do sumy poprawek danego studenta, a więc nie wpływały na jego ocenę końcową.

5. Program zajęć wyrównawczych z matematyki.

Jak zostało omówione powyżej, program zajęć wyrównawczych z matematyki składał się z 19 bloków tematycznych sprawdzanych 19 testami. Każdy z bloków realizowany był na jednych zajęciach (oprócz dwu pierwszych bloków, które realizowane były na pierwszych zajęciach – patrz poniżej), i ewentualnie powtarzany na zajęciach kolejnych, o ile zaliczyła go mniej niż połowa studentów.

Na pierwszej godzinie pierwszych zajęć studenci byli zaznajamiani z systemem odbywania i zaliczania zajęć oraz z postacią, formą graficzną i sposobem wypełniania testów. Jako „test testów" traktowany był pierwszy blok tematyczny obejmujący dodawanie ułamków (w zakresie ułamków o co najwyżej dwucyfrowym liczniku i mianowniku). Test ten przeprowadzany był zaraz po pierwszej godzinie zajęć. Mimo jego wyróżnionego w ten sposób charakteru, test ten był traktowany jak wszystkie inne. Z reguły nie zaliczało go kilka osób w każdej grupie, a rekordzista poprawiał go 3 razy.

A. SZCZEGÓŁOWY PROGRAM ZAJĘĆ WYRÓWNAWCZYCH Z MATEMATYKI PRZEDSTAWIAŁ SIĘ NASTĘPUJĄCO:

1. **Dodawanie ułamków.**

2. **Układy liczbowe.** Zapis liczby z kropką, układ dziesiętny, układ dwójkowy, układ ósemkowy, układ szesnastkowy, zamiana liczby z układu niedziesiętnego na dziesiętny i odwrotnie, działania na liczbach w układach niedziesiętnych.

3. **Logika matematyczna.** Zdania logiczne, wartości logiczne. Koniunkcja, alternatywa, implikacja, równoważność, negacja. Tautologie i kwatyfikatory.

4. **Kombinatoryka.** Permutacje, kombinacje, wariacje z powtórzeniami i bez powtórzeń. Dwumian Newtona.

5. **Zbiory i ciągi.** Zbiory liczbowe: liczby naturalne, całkowite, wymierne, rzeczywiste. Działania na zbiorach: suma, iloczyn, różnica, dopełnienie. Zbiór pusty. Dowodzenie przez indukcję, ciąg arytmetyczny i geometryczny.

6. **Funkcje.** Definicja funkcji, zbiór wartości, dziedzina. Funkcja złożona, funkcja odwrotna. Funkcje monotoniczne, parzyste, nieparzyste, okresowe. Przekształcenia wykresów: skalowanie, przesuwanie, odbijanie; skala logarytmiczna.

7. **Operacje algebraiczne.** Uzupełnianie do pełnego kwadratu, usuwanie niewymierności z mianownika.

8. **Funkcje elementarne.** Funkcja liniowa, kwadratowa i potęgowa. Równanie liniowe, układy równań liniowych. Równanie kwadratowe i algebraiczne stopnia n. Pierwiastki wymierne. Wielomiany i dzielenie wielomianów.

9. **Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.**

10. **Funkcje trygonometryczne.**

11. **Tożsamości trygonometryczne.**

12. **Trójkąt.** "Rozwiązywanie" trójkątów. Trapez i równoległobok.

13. **Proste i wektory na płaszczyźnie.** Położenie wzajemne i przecinanie się prostych. Równania prostej. Wektor kierunkowy prostej. Wektory na płaszczyźnie, iloczyn skalarny, kąt między wektorami, wektor prostopadły i równoległy do prostej.

14. **Proste i wektory w przestrzeni.** Proste i płaszczyzny w przestrzeni trójwymiarowej. Położenie wzajemne i przecinanie się prostych. Wektory trójwymiarowe, wektor równoległy do prostej, wektor prostopadły do płaszczyzny, iloczyn wektorowy.

15. **Nierówności.**

16. **Różniczkowanie.** Pochodne funkcji elementarnych. Pochodna funkcji złożonej. Pochodna iloczynu i ilorazu funkcji. Pochodna funkcji odwrotnej. Granice funkcji.

17. **Badanie zmienności funkcji.** Ekstrema lokalne. Funkcje malejące i rosnące. Punkty przegięcia. Wklęsłość (f ''<0) i wypukłość (f ''>0) funkcji.

18. **Całki I.** Całki nieoznaczone, całki funkcji elementarnych. Całki oznaczone. Całkowanie przez podstawienie.

19. **Całki II.** Całkowanie przez części.

6. Realizacja praktyczna – opis programu komputerowego.

Organizacja zajęć wyrównawczych z matematyki według zasad opisanych w rozdziale 4. byłaby niemożliwa do zrealizowania bez pomocy komputera. Dzięki napisaniu odpowiedniego programu komputerowego możliwe było jednak masowe przygotowywanie testów (zarówno bieżących jak i poprawkowych) oraz automatyczne ich sprawdzanie. Program **Zadania_testowe** napisany został w języku FORTRAN77, przy intensywnym wykorzystaniu operacji na zmiennych charakterowych. Wynikiem działania programu jest zbiór tekstowy w formacie LaTeX, który jest bezpośrednio gotowy do przetworzenia tym programem i daje możliwość natychmiastowego drukowania gotowych testów oraz klucza do ich sprawdzania. Sam tekst programu, ani pomocnicze zbiory przezeń używane, nie stanowią części niniejszego opracowania i będą udostępniane tylko osobom prowadzącym zajęcia w latach późniejszych

Poniższy opis programu **Zadania_testowe** dotyczy wersji 1.26 z dnia 28.08.1999.

A. PLIKI DANYCH I WYNIKÓW.

Program **Zadania_testowe** wymaga następujących plików:

1) **bazazad.tzt** - Zawiera bazę danych zadań testowych.
2) **dane.txt** - Zawiera dane sterujące produkcją testów.
3) **test.lat** - Zawiera wynikowy plik z testami w formacie LaTeX.
4) **wzo_koni.lat**
5) **wzo_list.lat**
6) **wzo_nagl.lat**
7) **wzo_pyta.lat**
8) **wzo_ser1.lat** - Pliki pomocnicze
9) **wzo_ser2.lat**
10) **wzo_ser3.lat**

11) **wzo_test.lat**
12) **wzo_zada.lat**

B. BAZA DANYCH ZADAŃ TESTOWYCH.

Przykład bazy danych zadań testowych zamieszczony jest w załączniku nr 1. Baza danych jest zapisana w zwykłym zbiorze tekstowym, a jej struktura jest następująca: Składa się ona z określeń kluczowych, które definiują pola bazy danych, i z samych pól bazy danych. Określenia kluczowe są ciągami charakterów umieszczonych na początku linii. Pola bazy danych są jednoliniowe (linia tekstu bezpośrednio po danym określeniu kluczowym) lub kilkuliniowe (pomiędzy dwoma określeniami kluczowymi). Wszystkie linie, które nie zawierają określenia kluczowego ani pola bazy danych są ignorowane i mogą służyć jako komentarze. Ignorowane są również znaki umieszczane w liniach zawierających określenia kluczowe; mogą one również służyć jako komentarze.

Lista określeń kluczowych i ich rola są następujące:

Określenie kluczowe	**Pole bazy danych**	**Uwagi**
Seria	Numer serii zadań.	Zadania należące do jednego bloku tematycznego tworzą jedną serię zadań.
Ile problemow	Liczba zadań, jakie mają być umieszczone na jednym teście w danej serii.	
Ile pytan	Liczba odpowiedzi, jakie mają być zaproponowane do każdego zadania danej serii.	
Zadanie	Treść zadania.	To pole bazy danych jest polem kilkuliniowym. Jego końcem jest określenie kluczowe Koniec zadania.
Koniec zadania	Koniec treści zadania.	
Odpowiedz	Poprawna odpowiedź do danego zadania.	
Bzdura	Niepoprawna odpowiedź do danego zadania.	

Numeryczne pola bazy danych (Seria, Ile problemow, Ile pytan) są podawane jako liczby naturalne w formacie wolnym FORTRAN77. Znakowe pola bazy danych (Zadanie, Odpowiedz, Bzdura) są podawane jako zmienne charakterowe FORTRAN77 i muszą zawierać poprawne teksty w formacie LaTeX. W obecnej formie baza danych i pliki pomocnicze zawierają teksty w formacie LaTeX używającym standardu 2e i polskich liter zadawanych znakiem cudzysłowu " (czyli, "a, "e, itd.).

Baza danych ma charakter hierarchiczny, to znaczy że:

(i) Wszystkie obiekty występujące po danym określeniu kluczowym Seria są przypisywane do tej właśnie serii zadań, aż do wystąpienia kolejnego określenia kluczowego Seria.
(ii) Wszystkie obiekty występujące po danym określeniu kluczowym Zadanie są przypisywane do tego właśnie zadania, aż do wystąpienia kolejnego określenia kluczowego Zadanie.

Każda seria zadań ma swój przypisany numer, a więc serie zadań nie muszą w bazie danych występować w kolejności, ani być numerowane kolejnymi liczbami naturalnymi. Zadania danej serii nie mają przypisanych numerów i mogą występować w dowolnej kolejności, choć wygodnie jest umieszczać ich numery w postaci komentarzy na linii określenia kluczowego Zadanie. Również niepoprawne odpowiedzi podawane w polach Bzdura nie mają numerów i mogą występować w dowolnej kolejności.

C. PLIK DANYCH STERUJĄCYCH.

Przykładowy plik sterujący produkcją testów ma następującą postać:

```
28 sierpnia 1999
235 546   Haslo dnia,   Wynik dnia
 1  3     Seria testow, Liczba testow
 2  2     Seria testow, Liczba testow
 2  0     Seria testow, 0 = drukuj wszystkie zadania tej serii
 0  0     Koniec pliku
```

Wynik działania programu **Zadania_testowe,** otrzymany dla takich danych sterujących, zamieszczony jest w załączniku nr 2.

Pierwsza linia pliku zawiera datę dnia, na który przygotowany jest dany zestaw testów.

Druga linia zawiera "hasło dnia" i "wynik dnia" (patrz punkt 8. w rozdziale 4A)

w postaci dwu liczb naturalnych (podanych w formacie wolnym FORTRAN77). Tekst występujący po tych dwu liczbach jest komentarzem i może być dowolny.

Trzecia linia i wszystkie pozostałe zawierają pary liczb naturalnych (podanych w formacie wolnym FORTRAN77). Pierwsza z nich określa numer serii testów, odnoszący się do numeru danej serii w bazie danych zadań testowych, a druga określa liczbę testów z tej serii, jakie mają być wydrukowane. Tekst występujący po tych dwu liczbach jest komentarzem i może być dowolny.

Specjalną rolę pełni podanie wartości 0 dla liczby testów. W takiej sytuacji program drukuje listę wszystkich zadań danej serii, jakie są zawarte w bazie danych. Dla każdego zadania odpowiedź prawidłowa drukowana jest jako pierwsza, a po niej drukowane są wszystkie odpowiedzi nieprawdziwe. Opcja ta służy prowadzącemu zajęcia do kontroli zawartości bazy danych.

Linii zadających numery serii i liczby testów może być dowolna liczba. Wszystkie testy wydrukowane w jednym przebiegu programu odpowiadają wspólnym wartościom "hasła dnia" i "wyniku dnia". W ten sposób można drukować testy poprawkowe, kiedy to studenci poprawiają równocześnie różne serie, a do ich sprawdzenia służy jedno wspólne "hasło dnia" i "wynik dnia".

Program kończy swoje działanie gdy skończy się zbiór linii w pliku danych, lub gdy napotka linię z numerem serii równym 0.

D. DZIAŁANIE PROGRAMU.

Bardzo ważnym elementem działania programu **Zadania_testowe** i konstruowania testów jest przypadkowe wybieranie z bazy danych zadań danej serii, przypadkowe wybieranie odpowiedzi nieprawdziwych, przypadkowe ustalanie kolejności odpowiedzi nieprawdziwych, przypadkowe ustalanie położenia odpowiedzi prawdziwej pomiędzy nieprawdziwymi, przypadkowe wybieranie kodów odpowiedzi prawdziwych i nieprawdziwych, oraz przypadkowe przypisywanie testom numerów. W związku z tym każdy test jest unikalny i możliwość komunikowania wyników pomiędzy studentami jest znacznie ograniczona. Podczas przeprowadzania testów studenci mogli więc siedzieć obok siebie – tak jak siedzieli podczas całych zajęć.

Każdy test ma przypisany numer z zakresu od 100 do 999 i program **Zadania_testowe** drukuje najpierw same testy, a potem listę numerów testów i poprawnych odpowiedzi końcowych. Lista ta stanowi klucz do sprawdzania testów z danego dnia zajęć. Ponieważ na każdych zajęciach odbywały się zarówno testy poprawkowe jak i bieżące, więc na każde zajęcia przygotować należało dwa zestawy testów z odrębnymi wartościami "hasła dnia" i "wyniku

dnia". Zasada wymagająca od studenta poprawiania zawsze najstarszego niezaliczonego testu umożliwiała łatwe wyznaczenie liczby testów poprawkowych z każdej serii, jakie należało przygotować na dane zajęcia.

Podczas swojego działania program wysyła na standardowy output (ekran) informacje o pomyślnym wykonywaniu kolejnych etapów swojego działania. Informacje te nie muszą być zachowywane i służą jedynie ewentualnemu sygnalizowaniu miejsca, gdzie program mógłby napotkać problemy.

7. Uwagi końcowe.

Przygotowanie i przeprowadzenie zajęć wyrównawczych z matematyki w przedstawionym systemie wymagało ode mnie (w pierwszym roku) znacznie zwiększonego wysiłku. Natomiast w drugim roku prowadzenia tych zajęć system działał już gładko i nie stanowił znacząco większego obciążenia w porównaniu z prowadzeniem zajęć w systemie tradycyjnym.

Głównym celem wprowadzenia nowego systemu było zmniejszenie pewnych wad tradycyjnego systemu wykładania, jakie obserwowałem na naszym Wydziale od wielu lat. Przede wszystkim moim celem była zmiana zakresu, roli i celów stawianych procesom sprawdzania wiedzy nabywanej przez studentów, umożliwienie studentom uzyskiwania na bieżąco informacji o własnych postępach, oraz uzależnienie tempa wykładania materiału od tempa przyswajania materiału przez studentów.

Z pewnością wprowadzony system nie będzie być mógł *verbatim* zastosowany na innych zajęciach prowadzonych na Wydziale. Mam jednak nadzieję, że krytyka istniejącego systemu, przedstawiona w niniejszym opracowaniu, oraz niektóre cechy nowego systemu, będą podstawą do zapoczątkowania dyskusji o dydaktyce wydziałowej i zaczynem ewentualnych usprawnień.

Ocena wprowadzonej metody powinna być uzupełniona analizą postępów jakie absolwenci semestru wyrównawczego wykazali i wykażą podczas dalszego przebiegu studiów. Informacja taka będzie przygotowana przez Dziekanat.

```
==========================================================================
==========================================================================
=========                                                        ========
=========            Baza danych zadań testowych                 ========
=========        do zajęć wyrównawczych z matematyki             ========
=========                                                        ========
==========================================================================
==========================================================================
============================ J. Dobaczewski, K. Pachucki, T.R. Werner ==
============================                                 1997-1999 ==
==========================================================================

   Tematy zajęć (serii zadań):

     1. Dodawanie ułamków.
     2. Układy liczbowe.
     3. Logika.
     4. Kombinatoryka.
     5. Zbiory, indukcja, ciągi.
     6. Ogólne własności funkcji.
     7. Operacje algebraiczne.
     8. Funkcja liniowa, kwadratowa i potęgowa. Równania. Wielomiany.
     9. Funkcja wykładnicza i logarytmiczna.
    10. Funkcje trygonometryczne.
    11. Tożsamości trygonometryczne.
    12. Trójkąt i jego "rozwiązywanie". Trapez i równoległobok.
    13. Proste i wektory na płaszczyźnie.
    14. Proste, płaszczyzny i wektory w przestrzeni.
    15. Nierówności.
    16. Różniczkowanie.
    17. Badanie zmienności funkcji.
    18. Całki - całkowanie przez podstawienie.
    19. Całki - całkowanie przez części.

==========================================================================
==========================================================================
==========================================================================

Seria
                    1
Ile problemow
                    3
Ile pytan
                    4

Zadanie             1
                         Ile r"owna si"e
                         $\tfrac{2}{27}+\tfrac{3}{11}$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                         $\tfrac{103}{297}$
Bzdura
                         $\tfrac{101}{297}$
Bzdura
                         $\tfrac{107}{287}$
```

```
Bzdura
                    $\tfrac{104}{397}$
Bzdura
                    $\tfrac{1}{2}$
Zadanie          2
                    Ile r"owna si"e
                    $\tfrac{11}{12}-\tfrac{6}{7}$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                    $\tfrac{5}{84}$
Bzdura
                    $\tfrac{7}{86}$
Bzdura
                    $-\tfrac{6}{84}$
Bzdura
                    $\tfrac{1}{13}$
Bzdura
                    $-\tfrac{1}{14}$
Zadanie          3
                    Ile r"owna si"e
                    $\tfrac{7}{15}+\tfrac{3}{8}$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                    $\tfrac{101}{120}$
Bzdura
                    $\tfrac{103}{90}$
Bzdura
                    $\tfrac{102}{105}$
Bzdura
                    $\tfrac{17}{20}$
Bzdura
                    $\tfrac{5}{6}$
Zadanie          4
                    Ile r"owna si"e
                    $\tfrac{8}{14}+\tfrac{2}{21}$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                    $\tfrac{28}{42}$
Bzdura
                    $\tfrac{3}{7}$
Bzdura
                    $\tfrac{194}{294}$
Bzdura
                    $\tfrac{13}{21}$
Bzdura
                    $\tfrac{11}{14}$
Zadanie          5
                    Ile r"owna si"e
                    $\tfrac{7}{11}+\tfrac{5}{12}$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
```

```
                    $\tfrac{139}{132}$
Bzdura
                    $\tfrac{137}{142}$
Bzdura
                    $\tfrac{136}{131}$
Bzdura
                    $\tfrac{127}{120}$
Bzdura
                    $\tfrac{35}{33}$

Seria
                  2
Ile problemow
                  3
Ile pytan
                  4

Zadanie           1
                    Ile r"owna si"e
                    325$_8$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                    423$_7$
Bzdura
                    422$_7$
Bzdura
                    233$_7$
Bzdura
                    432$_7$
Bzdura
                    523$_7$
Zadanie           2
                    Ile r"owna si"e
                    211$_7$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                    152$_8$
Bzdura
                    153$_8$
Bzdura
                    142$_8$
Bzdura
                    223$_8$
Bzdura
                    133$_8$
Zadanie           3
                    Ile r"owna si"e
                    F7$_{16}$ ?
Koniec zadania
Odpowiedz
                    3313$_4$
```

Bzdura

3331$_4$

Bzdura

3243$_4$

Bzdura

2344$_4$

Bzdura

3222$_4$

Zadanie 4

Ile r"owna si"e
23$_5$ + 12$_3$?

Koniec zadania

Odpowiedz

102$_4$

Bzdura

100$_4$

Bzdura

33$_4$

Bzdura

122$_4$

Bzdura

110$_4$

Zadanie 5

Ile r"owna si"e
31$_4$ + 12$_8$?

Koniec zadania

Odpowiedz

43$_5$

Bzdura

31$_5$

Bzdura

40$_5$

Bzdura

32$_5$

Bzdura

34$_5$

Załącznik nr 2

Na następnych stronach zamieszczony jest wynik działania programu LaTeX uruchomionego na pliku wynikowym **test.lat** uzyskanym przy pomocy programu **Zadania_testowe** dla danych sterujących **dane.txt** zamieszczonych w rozdziale 6C niniejszego opracowania.