

Mechanika kwantowa
III rok
Kolokwium III

Zadanie 1 (kanoniczne)

Wersja 1 Układ składający się z cząstki o spinie $\frac{3}{2}$ i cząstki o spinie 1 znajduje się w stanie

$$\chi = \left| \frac{3}{2} \frac{3}{2} \right\rangle \otimes |1 -1\rangle = |s_1 = \frac{3}{2}, m_1 = \frac{3}{2}, s_2 = 1, m_2 = -1\rangle.$$

Znajdź wartości oczekiwane $\langle S^2 \rangle$ i $\langle S_z \rangle$ w stanie χ , gdzie $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ jest operatorem całkowitego spinu.

Wersja 2 Układ składający się z cząstki o spinie $\frac{3}{2}$ i cząstki o spinie 1 znajduje się w stanie

$$\chi = \left| \frac{3}{2} -\frac{3}{2} \right\rangle \otimes |11\rangle = |s_1 = \frac{3}{2}, m_1 = -\frac{3}{2}, s_2 = 1, m_2 = 1\rangle.$$

Znajdź wartości oczekiwane $\langle S^2 \rangle$ i $\langle S_z \rangle$ w stanie χ , gdzie $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$ jest operatorem całkowitego spinu.

Zadanie 2 (kanoniczne)

Wersja 1 Znajdź poziomy energetyczne cząstki o masie m poruszającej się z zerowym momentem pędu w nieskończonej sferycznej jamie potencjału o promieniu R . Dla pierwszego stanu wzbudzonego (nadal przy zachowaniu warunku zerowego momentu pędu) znajdź najbardziej prawdopodobną odległość cząstki od środka układu.

Wersja 2 Znajdź poziomy energetyczne cząstki o masie m poruszającej się z zerowym momentem pędu w nieskończonej sferycznej jamie potencjału o promieniu R . Dla stanu podstawowego (nadal przy zachowaniu warunku zerowego momentu pędu) znajdź średnią odległość cząstki od środka układu.

Zadanie 3 (5 pkt.)

Wersja 1 Układ składa się z dwóch cząstek. Jedna z nich ma spin 1, a druga spin $1/2$. Załóżmy, że dysponujemy przyrządem pomiarowym, mierzącym rzut spinu drugiej cząstki na określoną oś. Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że nasz przyrząd zmierzy dla drugiej cząstki rzut spinu na oś \hat{x} równy $1/2$, jeśli wiadomo, że układ znajduje się w stanie o całkowitym rzucie spinu na oś \hat{z} równym $3/2$.

Wersja 2 Układ składa się z dwóch cząstek. Jedna z nich ma spin 1, a druga spin $1/2$. Załóżmy, że dysponujemy przyrządem pomiarowym, mierzącym rzut spinu drugiej cząstki na określoną oś. Oblicz jakie jest prawdopodobieństwo, że nasz przyrząd zmierzy dla drugiej cząstki rzut spinu na oś \hat{y} równy $1/2$, jeśli wiadomo, że układ znajduje się w stanie o całkowitym rzucie spinu na oś \hat{z} równym $-3/2$.

Zadanie 4 (5 pkt.)

Wersja 1 Elektron w atomie wodoru znajduje się w stanie o liczbach kwantowych $n = 3$, $l = 1$ i $m = 0$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pomiar składowej orbitalnego momentu pędu wzdłuż kierunku $\hat{n} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, 0, \frac{1}{\sqrt{2}})$ da wynik \hbar ?

Wersja 2 Elektron w atomie wodoru znajduje się w stanie o liczbach kwantowych $n = 3$, $l = 1$ i $m = 0$. Jakie jest prawdopodobieństwo, że pomiar składowej orbitalnego momentu pędu wzdłuż kierunku $\hat{n} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ da wynik \hbar ?