

Seria VIII zadań z Mechaniki Kwantowej II B do wykładu dr. hab. Krzysztofa Byczuka

r.p. 2008/2009

Zadanie 1 — Równania ruchu w obrazie Heisenberga

Niech zmienne położenia i pędów spełniają reguły komutacyjne $[q_j, p_k] = i\hbar\delta_{jk}$. Znaleźć $[q_j, p_k^n]$ oraz $[p_j, q_k^n]$. Zakładając, że ogólny Hamiltonian ma postać wielomianową, t.j.

$$H(p, q) = \sum_{n_i, m_i} \alpha_{m_1, m_2, m_3}^{n_1, n_2, n_3} q_1^{n_1} q_2^{n_2} q_3^{n_3} p_1^{m_1} p_2^{m_2} p_3^{m_3}$$

znaleźć równania ruchu Heisenberga dla $q_j(t)$ i $p_j(t)$. Czy coś te równania nam przypominają?

Zadanie 2 — Przesunięty oscylator harmoniczny

Rozważyc bozonowy przesunięty oscylator harmoniczny $H = H_0 + V$, gdzie

$$H_0 = \hbar\omega b^\dagger b$$

oraz

$$V = \gamma^* b + \gamma b^\dagger.$$

Znaleźć $V(t)_I$ w obrazie oddziaływania. Wyprowadzić równanie Schrodingera na ewolucję stanów w obrazie oddziaływania.

Zadanie 3 — Atom dwupoziomowy oddziałujący z danym klasycznym polem elektrycznym

Dany jest dwupoziomowy atom, w którym elektrony są sprzężone z klasycznym polem elektrycznym. Hamiltonian układu ma postać $H = H_0 + V$ gdzie

$$H_0 = w_1 f^\dagger f_1 + w_2 f_2^\dagger f_2$$

oraz

$$V = \hbar(g f_2^\dagger f_1 + g^* f_1^\dagger f_2).$$

Pamiętając, że elektrony są fermionami znaleźć $V(t)_I$ w obrazie oddziaływania. Jak wygląda równanie ewolucji stanów w obrazie oddziaływania?

Zadanie 4 — Atom dwupoziomowy oddziałujący z danym kwantowym polem elektrycznym

Dany jest dwupoziomowy atom, w którym elektrony są sprzężone z jednym modem kwantowego pola elektrycznego. Hamiltonian układu ma postać $H = H_0 + V$ gdzie

$$H_0 = w_1 f^\dagger f_1 + w_2 f_2^\dagger f_2 + \omega b^\dagger b$$

oraz

$$V = \hbar(g f_2^\dagger f_1 (b + b^\dagger) + g^* f_1^\dagger f_2 (b + b^\dagger)).$$

Pamiętając, że elektrony są fermionami, a kwanty pola elektrycznego bozonami, znaleźć $V(t)_I$ w obrazie oddziaływania. Jak wygląda równanie ewolucji stanów w obrazie oddziaływania?

Rozwiązania proszę przynieść na ćwiczenia 9 grudnia.